

Člověk a matematika

STANISLAV TRÁVNÍČEK

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Matematické kompetence (matematická gramotnost) byly na úrovni EU vyhodnoceny jako jedna z klíčových kompetencí nezbytných pro osobní naplnění, aktivní občanství, sociální začlenění a zaměstnatelnost ve znalostní společnosti 21. století. Přitom matematickou gramotností se rozumí *schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana* (OECD 2003) [1].

V těchto podkladech se jedná o pět oblastech kompetencí: zvládání základních dovedností a postupů, porozumění matematickým pojmům a principům, uplatnění matematiky v prostředí reálného života, komunikace o matematice a matematické uvažování.

Matematika ovšem není nějaký maják na opuštěném ostrově, ale díky jejím schopnostem teoreticky modelovat nejrůznější problémy věd, techniky, ekonomiky i dalších oblastí je propojena prakticky se všemi stránkami života lidské společnosti, proto i výše uvedené kompetence je třeba chápat širěji. Některá spojení jsou známa velmi dobře, jiná méně.

Při vzdělávání mládeže v matematice je proto třeba vidět, že nejde jen o řešení rovnic a konstrukci trojúhelníků, ale i o respektování propojení matematiky se životem, i když to řešení rovnic a konstrukce trojúhelníků jsou samozřejmě důležitými prvky matematiky. Vyjádření dělat dobře podložené úsudky uvedené v materiálech EU nelze zužovat na řešení matematických úloh, ale ve spojení s výrokem o aktivním občanství nás nabádá, nebýt pasivními občany, kteří berou, co se jim předkládá, ale uvažovat v širších souvislostech.

O jednom druhu propojení se pojednává v [2], kde jsou analyzovány různé reálné situace a ukazuje se, jak je matematika modeluje a přispívá k řešení položených problémů. Existuje však i jiná stránka vztahu matematiky k životu člověka a o té pojednáváme zde.

Připomeneme některé okolnosti, které ukazují, že matematika velmi ovlivňuje a vždycky ovlivňovala život lidí, i ten obyčejný život obyčejných lidí. Přitom nebudeme zvlášť uvádět, kdy (ve kterém věku) se mohou žáci s těmi či oněmi jevy při výuce matematiky setkat, to záleží na úvaze učitele tak, aby to bylo přiměřené věku žáků a zapadalo to do výuky organicky.

1. Čísla v lidském životě

Děti samy mohou uvádět, kdy a s jakými čísly se setkávají. Jistě mezi nimi bude datum narození, jejich věk, míra a hmotnost, dnešní datum, rodné číslo, telefonní číslo, číslo občanského průkazu, číslo domu v adrese, poštovní směrovací číslo, poznávací číslo auta, PIN, stránkování knihy, číslo sedadla v biografu, tlak krve, počet hlasů ve volbách a všechny možné ceny, rozměry, hmotnosti a vzdálenosti.

Můžeme také vzpomenout na běžná vyjádření, kde se vyskytují čísla, a současně ověřovat, že děti těmto vyjádřením rozumějí, jako: tváří se, jakoby neuměl do pěti napočítat; jeden za osmnáct, druhý bez dvou za dvacet; má tisíc výmluv; zachránili jsme to za pět minut dvanáct; páté kolo u vozu; jsi jednička, jsi nula; do třetice všeho dobrého; třináctá komnata; stoprocentní (podmínky, úspěch, muž), ale také fifty-fifty a další.

Děti mohou dále hledat příklady, kdy nějakou skutečnost vyjádříme jen číslem a přece je zřejmé, oč jde. Např. naše jedenáctka vyhrála, protože kopala dvě desítky; závody čtyřky s kormidelníkem proběhnou zítra; má samé jedničky; k tržnici se dostaneš sedmičkou, a další. V této souvislosti lze připomenout, že square je náměstí i čtverec a co je to Pentagon, to víme.

Čísla provázela život prostých lidí odedávna, toho důkazem je i použití čísel v národních písních, a opět mohou dostat děti za úkol objevit co nejvíce písní, kde se nějaké číslo vyskytuje. U dvojky vzpomeňme: Já do lesa nepojedu (sekyra je za dva zlatý); Jaké je to hezké, dva kováři v městě; Šly panenky silnicí (a potkaly dva myslivce); Když jsem já šel tou Putimskou branou (dívaly se dvě panenky za mnou), k číslu tři máme např.: Já jsem z Kutný Hory (mám v Praze tři domy); Okolo Hradce (rostou v zahrádce tři růže); k číslu čtyři např.: Čtyři koně ve dvoře; A já mám koníčka vraného (na čtyři noženky kutého). Ale třeba v písni Když jsem

já sloužil je plno čísel, avšak jsou i méně obvyklá, např. v jedné slovenské písni šlo na zboj jedenáct zbojníků a v jiné písni se chlubí dívka, že její konkurentka měla 70 sukní „a preca sa nevydala“. Někde objevíme i něco jiného, např. v písni Pod dubem, za dubem se užitím matematiky řeší jeden praktický problém s jablíčky a velmi známá je písnička Kdyby byla Morava, používaná jako cvičení na výrokovou logiku.

Geometrie je na tom hůř, nepočítáme-li „udělej kolečko, moja galá-nečko“. Přidejme trochu humoru a uvažme, že v některé písni můžeme objevit i trojúhelník. Když u panského dvora zavolal Vitoušek na svou milou, tak se dozvěděl, že ona už má jiného, hocha upřímného. Stejně tak v jiné písni informuje dívka: „Janíčku bloudíš, že za mnou chodíš, já už mám jiného, ty o něm nevíš“. V reálném světě takový trojúhelník nebývá humorný, ale v písni se mu usmát můžeme.

Mám za to, že taková neformální spojení matematiky s běžným životem a s citovou výchovou mohou přinést něco dobrého i pro výuku matematiky, například mohou pozitivně ovlivnit vnitřní motivaci dětí.

2. Magie čísel

Kdysi dávno byla čísla ještě spojena s počítanými předměty. Když se pak osvobodila, získala tu podivuhodnou a tajemnou vlastnost, že mohla skákat z předmětu na předmět. Máme tři mamuty stejně jako tři prsty nebo tři výkřiky. Lidé získali pocit, že číslo ovlivňuje bytí věci a že operace s čísly ovlivňuje přímo i ty počítané věci.

Různá čísla pak získala zvláštní magické postavení. Je to například trojka:

- v křesťanství je trojjediný Bůh: otec, syn a duch svatý, Petr třikrát zapřel Krista, Kristus třetího dne vstal z mrtvých;
- v pohádkách: tři sourozenci, tři úkoly, tři kouzelné předměty, tři havrani.

Číslo 7 získalo pověst, že je šťastné a 13, že je nešťastné, i když u některých národů je právě třináctka šťastná. Někteří lidé mají i svá osobní čísla, která považují za šťastná, žije se jim s nimi lépe.

Také je zajímavé, že lichá čísla mají v historii dobrou pověst (Platon, Vergilius, Shakespeare) a sudá pověst špatnou. Např. Vergilius říkal, že Bůh se raduje z lichého čísla, což se mohlo vyložit i tak, že Bůh je jeden (a to je liché číslo) a je trojjediný (a to je také liché).

Speciálním odvětvím mystiky čísel je numerologie, která vychází z tisícileté historické mystiky, ale upravila si ji, zjednodušila a naplnila tajemnými výpočty. Jednotlivým číslům přiřazuje určité charakterové vlastnosti a

říká, že z čísel ve vašem datu narození se dají poznat vaše vlastnosti a chování.

Pokud se odvoláváme na logiku myšlení v realitě, nevidíme, proč by měl existovat nějaký vztah mezi čísly v datu narození a vlastnostmi člověka, ostatně ty se v průběhu života někdy mění velmi podstatně. Také uvažme, že datum narození je odvozeno od 1. ledna, který je do přírodního běhu roku zasazen zcela uměle, to kdosi kdysi jen vymyslel, nemá nijaké přirozené osudové postavení, jako třeba zimní slunovrat, a rovněž délka měsíců a počet jejich dní je lidským výmyslem a nikoli něčím přírodním (vzpomeňme, co provedl Octavianus Augustus). Také je otázka, proč zrovna desítková číselná soustava by měla mít takovou magickou sílu, když za přirozenější lze možná považovat soustavu osmičkovou.

Numerologie nemá s matematikou, s její určitostí a přesností, společného vůbec nic, tedy jen to, že používá čísla. Kdo chce, nechť jí věří, ale bylo by patrně nepředložené dělat na základě jejích výsledků nějaké fatální životní rozhodnutí. Pokud ji bereme jako druh zábavy nebo společenskou hru, pak není škodlivá, někomu i pomáhá, že část své odpovědnosti může přenést na „osud“; v tomto smyslu ani určitá víra v osud není škodlivá.

3. Nenechejme se podvádět

Jak už to bývá, všechno se dá zneužít, i matematika. Připomeňme jeden z nejznámějších podvodů, který je znám jako hra pod jménem Lavina. Oč v nejjednodušším případě jde Dostanete lístek (ale někdy je použit internet) s pěti adresami a textem: „Na 1. adresu v seznamu pošli 100 Kč a v seznamu ji vynechej, připiš svou adresu na poslední 5. místo, opiš tento text i s novým seznamem adres a pošli jej 5 různým adresátům. Nepřerušuj řetěz! Zakrátko dostaneš 300 000 Kč.“

Nedůvěřivý, ale naivní adresát si to ověří a říká si: Na pátém místě budu pětkrát, na čtvrtém 5^2 krát, na třetím 5^3 krát, na druhém 5^4 krát a na prvním $5^5 = 3125$ krát, takže dostanu 312 500 Kč, a zapojí se do hry.

Ale uvědomme si, že se po matematicky gramotných chce *dělat dobře podložené úsudky*. Ale úsudek, že mi za 100 Kč dá někdo jen tak 300 000 Kč, není dobře podložený; podívejme se proč – projděme si jednotlivá kola hry.

- 0. kolo – původce laviny,
- 1. kolo – 5 nových účastníků,
- 2. kolo – 25 nových účastníků,
- ⋮

- 8. kolo – 390 625 nových účastníků,
- 9. kolo – 1 953 125 nových účastníků,
- 10. kolo – 9 765 625 nových účastníků,

takže celkový počet všech účastníků hry je větší než počet obyvatel ČR. Co to znamená? Že ve vyšších kolech už není komu posílat sdělení, hra končí a k penězům přijde jen původce laviny a několik účastníků dalších málo kol (za nepravděpodobného předpokladu, že nikdo řetěz nepřeruší). Jde tedy o podvodnou hru, neboť láká od lidí peníze za slib, který nelze dodržet.

Existují i jiné verze této hry, některé jsou spojeny s určitým obchodním řetězcem (když obstaráte 2, 3, 4 naše zákazníky, tak budete atd.). Některé verze nejsou nebezpečné, ale jen hloupé, chtějí, abyste vykonali nějaký úkon, a vyzvali k tomu i 5 dalších lidí.

4. Neposuzujte život jen podle průměrů

Aritmetický průměr je velmi významný statistický ukazatel a žáci se učí průměry počítat. Ale chápou je správně? Neměli by vědět ještě něco navíc? Tedy u jakých souborů průměr solidně informuje (u normálních) a u jakých předstírá nebo lže, pokud si jej špatně interpretujeme. Uvedme dva takové příklady.

1. Pan Albert měl dnes k obědu půl grilovaného kuřete a po obědě si dal dvě piva. Pan Bohouš zůstal dnes nějak bez oběda.

Tedy: V průměru měl každý z nich k obědu čtvrt kuřete a pivo, a proto jsou určité oba spokojeni (?).

2. V podniku ABCD pracuje manažér, jeho zástupce a 18 dělníků. Měsíční platy (mzdy) jsou:

manažer: 150 000 Kč,

zástupce manažera: 108 000 Kč,

dělníci: 14 000 Kč,

celkem $150\,000 + 108\,000 + 18 \times 14\,000 = 510\,000$ Kč,

průměrný plat je $510\,000 : 20 = 25\,500$ Kč

Pak došlo ke změně:

manažer: 175 000 Kč,

zástupce manažera: 111 000 Kč,

dělníci: 13 000 Kč,

celkem $175\,000 + 111\,000 + 18 \times 13\,000 = 520\,000$ Kč,

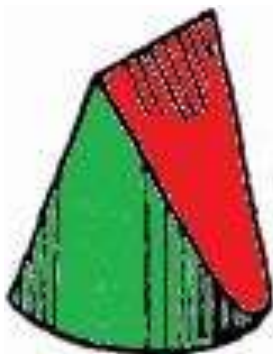
Průměrný plat je $520\,000 : 20 = 26\,000$ Kč.

Sláva (?), podnik prosperuje, vzrostl v něm průměrný plat a lidé jsou spokojení (?); ale většině pracovníků se přitom mzda snížila, takže dostáváme falešný obrázek.

Závěr: jsme-li informováni o nějakém průměru a jeho vývoji, tak uvažme, jde-li o zpracování normálního souboru údajů nebo o soubor, který obsahuje velký počet mimořádností. V takových případech závěrům z vývoje průměru nelze věřit (bez dalších doplňujících informací).

5. Můžeme věřit tomu, co vidíme?

K odpovědi na tuto otázku si opět přizveme matematiku, tedy jedno zvláštní těleso, které je známé jako zátka pro tři otvory. Jestliže si tuto zátku vhodně umístíme do souřadnicového systému v prostoru, pak se podle jedné osy bude jevit jako zelený trojúhelník, podle jiné jako červené kolečko a podle třetí jako strakatý čtvereček.



A teď si představme tři skupiny pozorovatelů, z nichž se každá dívá podél jedné z os. Už vidíme ty rozpory? Každá skupina vidí něco úplně jiného, než ty ostatní a tvrdí, že to *je* zelený trojúhelník, červené kolečko či strakatý čtvereček, protože jsou přesvědčení, že jak to vidí, tak to opravdu je, že mají pravdu. Nevědí, že ten objekt má více dimenzí než dovedou při svém pohledu chápat, a vlastně žádná z těch tří skupin nemá *pravdu*, nedovede *objektivně* vyhodnotit danou skutečnost.

Naši žáci jistě pochopí, že u situací v reálu jsou podobné problémy, jen těch os a souřadnic je tu více, takže každý máme při pohledu na posuzovanou situaci jakýsi svůj *vektor pohledu*, na základě něhož si vytváříme svůj názor, tj. „jak to vidíme“. Tento vektor pohledu je ovlivněn mnoha faktory, jež si můžeme představit i jako hodnoty určitých souřadnic, přičemž

těmito souřadnicemi je všechno to, v čem jsme stejní nebo v čem se lišíme; uvedme si některé: věk, pohlaví, zdravotní stav, vzdělání (obor, hloubka, šíře), sociální původ, zaměstnání a postavení, rodinné zázemí, bohatství, náboženství, osobní záliby a zájmy, psychické a morálně-volní vlastnosti, zkušenosti (vlastní, rodinné, ze širšího okolí), informace zevnějšku (pravdivé či nepravdivé), přírodní podmínky, politické a sociální ovzduší, a další. To všechno jsou souřadnice přirozené. Někteří lidé však přidávají složku „co je pro mne výhodné vidět“, ale to už bychom byli v politice.

U složitějších situací nemá nikdo všechny „souřadnice“ na takové úrovni, aby viděl do všech podrobností, vidí jen jakýsi průmět, takže by neměl říkat „tak to je“, ale jen „tak to vidím“. Naše zkušenost se zátkou by nás měla vést ke skromnosti a k úvaze, že realita má více rozměru, než jsme schopni chápat, a že *uznání oprávněnosti různých pohledů je jediné rozumné východisko, jak si lidé mohou porozumět, pochopit se, a jak se mohou v klidu a míru dohodnout a žít.*

6. Formule demagogie

V citovaných materiálech EU se mj. říká, že těžištěm výuky matematiky mají být širší nosné myšlenky („big ideas“) a interdisciplinární témata, jež pomohou vytvořit propojení s každodenním životem a s ostatními předměty. K tomu každodennímu životu patří okolnost, že jsme občané a že jsme sdělovacími prostředky a internetem trvale zavalováni množstvím informací, v nichž bychom se měli umět správně orientovat. Zde nám může být nápomocné modelování informací užitím množin a výrokové logiky. Začneme definicí, na to jsme v matematice zvyklí, abychom věděli, o čem přesně je řeč. Slovník říká, že demagogie je: *Působivé a klamné sdělení využívané k získání vlivu, podpory a moci. Místo věcného zdůvodňování navazuje na předsudky, emoce, formální a nepodstatné souvislosti; slouží k tomu polopravdy, překroucené argumenty, falešné názvy, logické klamy, vyvolávání a šíření strachu, atd.*

Ve snaze vylepšit si obraz o sobě využívají a vždycky využívaly určité prvky demagogie vlády snad ve všech dobách a zemích a zprostředkovávali je hlavně jejich spříznění novináři. V našich příkladech se však vyhneme politickému pozadí a uvedeme jen zcela jednoduché příklady z jiných oblastí, i když takové příklady jsou jen ilustrující.

Jednostranné (tendenční) informace

Mějme celek, který se skládá (např.) ze dvou částí, nemusí být pod-

statné, jsou-li disjunktní nebo ne, takže použijeme zápis $A = A_1 \cup A_2$; nechť A_1 má vlastnost V (i když ani to není u demagogů jisté).

Formule demagogie říká: A_1 má vlastnost $V \implies A$ má vlastnost V (přesun vlastnosti jedné složky na celek).

Příklad

Nová silnice = povrch + trvanlivost. Reklamní tvrzení: Tato silnice má výborný povrch, je tedy výborná.

Ale vraťme se ještě k části 5. Něco vidíte, ale nevíte přesně, co. Sdělovací prostředky vám říkají, že vidíte zelený trojúhelník. Možná to tak je, něco zeleného vidíte. Ale jste aktivní občané a zajímá vás, jestli „to“ nemá více rozměrů, tak zjišťujete i jiné pohledy a nakonec můžete dojít k závěru, že to není zelený trojúhelník, ale barevná zátka. Proč vám však sdělovací prostředky neřekly, že vidíte barevnou zátku, to matematika nevysvětlí.

Přenášení vlastností z jedné části celku na druhou část

Východisko je podobné, máme opět celek $A = A_1 \cup A_2$.

Formule demagogie říká: A_1 má vlastnost $V \implies A_2$ má vlastnost V .

Příklad

Divadelní představení = divadelní hra + výkony herců. Výkony herců byly špatné $\implies$ divadelní hra je špatná. (Možná ta hra špatná je, neplyne to však ze špatných výkonů herců.)

Přenášení vlastností z jednoho celku na jiný na základě podobnosti jedné části

Mějme dva celky A, B ; nechť $A = A_1 \cup C, B = B_1 \cup C$.

Formule demagogie říká: A má vlastnost $V \implies B$ má vlastnost V (což zaručuje společná část C).

Příklad

A = životní moudrost + tituly, B = jisté vzdělání + tituly; úvaha dle uvedeného vzorce: A je moudrý člověk $\implies B$ je moudrý člověk (protože má také tituly).

Porovnávání na základě jedné vybrané vlastnosti

Mějme dva celky A, B ; nechť $A = A_1 \cup A_2, B = B_1 \cup B_2$.

Formule demagogie říká: Jelikož A_1 je lepší (horší) než B_1 , je A lepší (horší) než B .

Příklad

Zpráva z tisku: Naše společnost za posledních 25 let velmi zbohatla. Například za průměrnou mzdu si dnes můžeme koupit o 13 košil více než před čtvrt stoletím. Možná to tak je, ale z toho výroku to neplyne, neboť v těch A_1 , B_1 jsou košile, ale v A_2 a B_2 jsou nájmy, energie, voda, léky, doprava a další, kde jistě tu třináctku nenajdeme. Navíc má dnešní soubor mezd a platů zcela jiné rozložení (viz bod 4) než měl před 25 lety.

Popírání dimenzí

Navážeme opět na část 5 a její závěry. Poslední náš příklad nazývám *filozofie housenky na stéble*, ta zná jen dvě volby, buď leze nahoru nebo dolů.

Formule demagogie říká: Má jiný názor než my, takže je podplacen našimi nepřáteli a lže.

Příklad

My říkáme, že je to zelený trojúhelník a kdo říká, že vidí něco jiného, tak (viz výše).

Jsou i **další vzorce**, které vystihují jiné významné a často používané demagogické metody, ale snad toto jako ukázka stačí.

7. Záležitosti a jevy ekonomické

Studenti na odborných školách se jistě natolik vzdělávají, aby ekonomickým záležitostem a jevům dobře porozuměli a dovedli s nimi pracovat. Avšak jisté prvky by měly proniknout i do vzdělání základního a středního všeobecného, aby občané nebyli v postavení lidí ekonomicky negramotných. Takže i matematické vzdělávání by si mohlo bez nějakého probírání ekonomických teorií všimnout některých jevů a spočítat si, co vlastně znamenají.

Nemá však smysl zadávat starobylé úlohy typu: „Pan N si uložil do banky 20 000 Kč na 5% roční úrok, kolik bude mít za 5 let?“, protože dnes to je všechno jinak a děti by dostaly mylnou informaci o finančním světě. Reálnější by už byla úloha: „Pan N by si za své úspory uložené v bance mohl koupit 100 knih po 200 Kč. Kolik knih si může koupit za rok, je-li 3% inflace a 1% úrokování vkladu?“

Samozřejmě ekonomické záležitosti nejsou zas až tak jednoduché, podle některých ekonomických škol mohou být účinky inflace i pozitivní, ale občan vidí raději konkrétní přesvědčivé výsledky a chce se přesvědčit, že to tak opravdu je. V každém případě by bylo zdravé podívat se i v matematice

nějakými vhodně a pravdivě formulovanými úlohami na ekonomické jevy, o nichž žáci slyší v rozhlase a v televizi. Řešení takové úlohy může být i podnětem, aby se žáci o věci blíže informovali na internetu.

8. Matematika a ICT

Vztah matematiky a ICT se zdá bezproblémový. Studie o využití ICT při výuce matematiky docházejí k různým závěrům, které zde však nebudeme komentovat, pravidelně o nich píše i informatická rubrika MFI. Přidejme jen jednu myšlenku. Domnívám se, že existují odborné pastviny, na které se příliš nechce ani matematikům (jsou příliš informatické), ani informatikům (jsou příliš matematické). Že tedy spolupráci těchto dvou oborů při výuce by bylo možné a vhodné rozšířit o další prvky, ale to je námět na jiný článek. Například matematická (programová) analýza některých matematických úloh je pro pěstování a zvyšování myšlenkové úrovně řešitele velmi přínosná, kdy si např. matematik pod vlivem informatiky uvědomí, o co přesně v dané matematické úloze jde a jak dojít efektivně k řešení. Jako příklad odkážeme na článek [3], kde najdeme velice výrazné myšlenkové cvičení při odvozování kontroly syntaxe vyčíslovaného výrazu.

Nakonec ještě k jednomu pojmu z materiálů EU, jehož uplatnění mi matematicky nepřipadá úplně srozumitelné a jehož celospolečenský význam by potřeboval v těchto materiálech bližší objasnění. Jako jeden z cílů zvyšování kvality vzdělávání (i v matematice) je postulováno a zdůrazňováno zvyšování konkurenceschopnosti. Z osobního hlediska, tedy pro vzdělávané jedince, je to cíl velmi žádoucí, to je zřejmé, je výhodný i pro zaměstnavatele, neboť jim zajišťuje co nejlepší uchazeče a pracovníky, aniž by s tím měli nějaké výdaje. Avšak není nijak zmíněn jeho celospolečenský sociální význam, protože bez hlubšího rozboru se situace jeví tak, že když jsem více konkurenceschopný, tak např. dostanu požadované zaměstnání, což však současně znamená, že je nedostane jiný, méně konkurenceschopný člověk, takže celková nezaměstnanost ve společnosti se tím nezměnila.

Literatura

- [1] europa.cz/rapid/press-release_IP-12-1358_cs.htm.
- [2] Trávníček, S.: Pojďme na to s matematikou (a někdy i s počítačem). Vydavatelství UP Olomouc, 2013.
- [3] Trávníček, S.: Vyčíslení aritmetického výrazu. MFI, roč. 14 (2004/05), č. 6, s. 363–367.

Překlady v kombinatorice

PAVEL ŠALOM – MICHAL ROLÍNEK

Matematicko-fyzikální fakulta UK, Praha

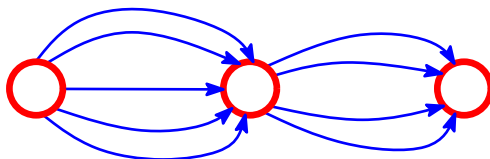
Combinatoria, combinatorică, kombinatorika, kombinatorikk, kombinatoriikka – to je „kombinatorika“ přeložená postupně do italštiny, rumunštiny, chorvatštiny, estonštiny a finštiny. Možná, že když se řekne „překlad“, vybavíme si právě překlady mezi různými jazyky. V tomto článku půjde o trochu jiné překlady. I když vlastně záleží na úhlu pohledu.

Ukážeme několik úloh, které jsou součástí chystaného výukového materiálu středoškolské kombinatoriky. V těchto materiálech je naší snahou přenést těžiště práce ke studentům. Upřednostňujeme proto objevování před procvičováním. Přejeme si, aby se určité jevy a pojmy vyskytly nejdříve v úlohách a až následně se pojmenovaly. Úlohy jsou žákům předkládány v různých skupinách obsahujících například úlohy o počítání cest nebo úlohy o turnajích. Žáci vyřeší řadu úloh týkajících se počítání cest a v momentě, kdy umí v tomto kontextu použít např. kombinatorické pravidlo součinu, je naší snahou, aby tuto schopnost přenesli do jiného kontextu. Právě k tomu slouží skupina úloh o překladech. Podívejme se na ukázky.

Začneme jednoduchým překladem, na kterém ukážeme, co slovem překlad míníme a o čem článek pojednává.

Úloha 1

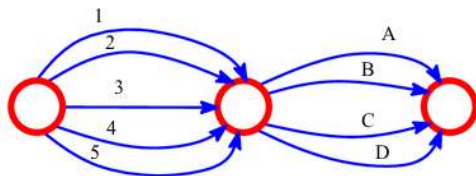
a) Určete počet různých cest z nejzápadnějšího města (na obr. vlevo) do nejvýchodnějšího (na obr. vpravo).



b) Na základní škole je v rámci 1. stupně pět ročníků. V každém z nich jsou čtyři třídy označeny písmeny A, B, C, D. Kolik tříd je na 1. stupni?

Komentář. Možná si řeknete, že obě úlohy jsou velmi jednoduché. Žáci však nejsou požádáni o vyřešení úloh. Místo toho je jejich úkolem přeložit

jednu úlohu na druhou. Překladem zde myslíme myšlenkový proces, při kterém se objekty z jedné úlohy vhodně zamění za objekty z druhé úlohy a odhalí se vnitřní souvislosti mezi oběma úlohami. Překlad pomocí obrázku by mohl vypadat například takto:



Výběr jedné z pěti linek mezi prvním a druhým městem odpovídá výběru jednoho z pěti ročníků. Podobně výběr jedné ze čtyř linek mezi druhým a třetím městem odpovídá výběru jednoho z písmen A, B, C, D. Z toho je vidět, že cesta ze západu na východ jednoznačně určuje třídu a naopak.

Úloha 2

a) Na večírku se sešlo 5 lidí. Každý z nich si jednou přifukl s každým dalším účastníkem. Kolik ťuknutí proběhlo?

b) Ve skupině florbalového turnaje se utkalo 5 týmů. Každý sehrál s každým jedno utkání. Kolik zápasů se celkově hrálo?

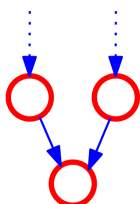
Komentář. Překlady vlastně vybízejí žáky ke konstrukci bijekcí. To považujeme v kombinatorice za velmi důležitý nástroj, na který někdy nebývá kladen důraz. Přitom když vyřešíme například část b) předchozí úlohy „nasazením vzorce“, tak – pokud jsme nehádali – v našich myšlenkách velmi pravděpodobně právě proběhla konstrukce bijekce (překlad) na výběr 2 prvků z 5prvkové množiny; dospějeme tak k výsledku $\binom{5}{2}$.

V této úloze stejně jako ve všech ostatních není výsledek nejpodstatnější. Pokud zaměníme účastníky večírku za florbalové týmy a přituknutí za utkání, je vidět, že úlohy jsou ve své podstatě stejné.

Možná vás napadlo, že zadání úloh o překladech mají jeden zásadní problém – učitel nemůže jednoduše zjistit, zda žák překlad opravdu provedl. V připravovaných materiálech zadáváme úlohy jinak. Z úloh 1 a 2 je vytvořena jediná úloha s podúlohami a) až d) a úkolem žáků je rozdělit jednotlivé podúlohy do dvou skupin tak, že podúlohy lze v rámci jedné skupiny na sebe navzájem přeložit. Počet podúloh ve skupině ani v celé úloze

není pevně dán a v některých případech patří dokonce všechny podúlohy do jedné skupiny.

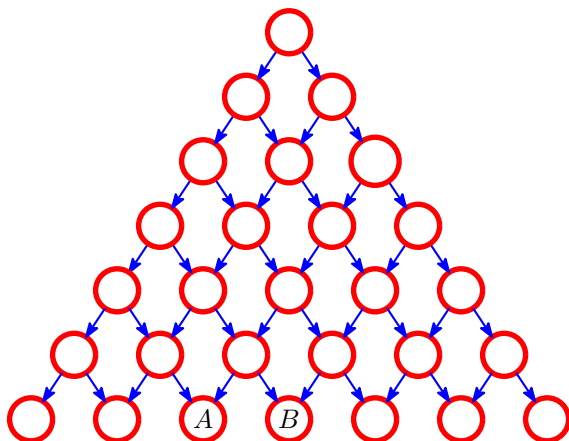
Překladů využíváme k přenosu znalostí ze situací známých do situací nových. Tímto způsobem můžeme například prezentovat Pascalův trojúhelník. Následující úlohu už uvedeme v podobě, v jaké jsme ji použili při vyučování. V té době už žáci měli bohaté zkušenosti s počítáním cest vedoucích mezi městy, která jsou různým způsobem propojena dopravními linkami. Mnohokrát předtím řešili podúlohu tohoto typu: Počty cest vedoucích do dvou horních měst jsou známy; najděte počet cest vedoucích do dolního města.



Žáci tak mají rozmyšleno, že počet cest vedoucích do dolního města je součtem počtů cest vedoucích do horních měst.

Úloha 3

- a) Kolik cest vede z nejsevernějšího města (na obr. nahoře) do města A?



- b) Kolik cest vede z nejsevernějšího města do města B?

c) Kolik nápisů délky šest lze sestavit ze dvou znaků $\searrow$ a čtyř znaků $\swarrow$?
(Např. $\swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \searrow \searrow$ nebo $\swarrow \swarrow \searrow \swarrow \swarrow \searrow$.)

d) Jaký je význam čísla $\binom{6}{2}$?

Komentář. Cílem této úlohy je propojit počítání cest s kombinačním číslem. Tato souvislost je vidět poté, co každou cestu zakódujeme pomocí šípek. Při řešení úlohy se předpokládá, že žáci jsou již obeznámeni s významem kombinačního čísla. Ze způsobu zadání části d) je vidět, že skutečně nejde o to, aby žáci jednotlivé části počítali, ale jde o to, aby uvedenému číslu přiřadili kombinatorický význam a byli schopni jej propojit s jinou částí úlohy.

Dokonce jsme při vlastním vyučování zkusili žákům říct, že $\binom{6}{2}$ je počet způsobů, kterým lze ze skupiny 6 lidí vybrat 2 reprezentanty a záměrně jsme jim nesdělili, jakým způsobem kombinační číslo vypočítat. K našemu překvapení přibližně 75 % žáků s touto interpretací velmi dobře pracovalo a byli schopni ji překládat do jiných kontextů. Přibližně čtvrtině žáků bylo nepříjemné pracovat s něčím, co neumějí spočítat a nechtěli pokračovat, dokud se pro ně kombinační číslo nestane více konkrétní.

Po vyřešení této úlohy je již jen malý krok k tomu, aby žáci dospěli ke vztahu mezi kombinačními čísly. Jsou nyní připraveni porozumět vztahu

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

pomocí ryze kombinatorických úvah a není nutné, aby upravovali, dokonce ani aby znali, výrazy s faktoriály. Použijí myšlenku zmíněnou před úlohou 3. Když budou vědět, že počet cest vedoucích do jednoho města je roven $\binom{n}{k}$ a počet cest vedoucích do sousedního města je roven $\binom{n}{k+1}$, budou už vědět, že počet cest vedoucích do města pod nimi je součtem těchto dvou čísel. Zároveň si v předchozí úloze rozmysleli, že tento počet je $\binom{n+1}{k+1}$.

Ukážeme si ještě kombinatorický „důkaz“ binomické věty. Nebudeme dělat skutečný důkaz. Místo toho ukážeme překlad, který jsou schopni žáci vymyslet a od něhož už je jen krůček k obecnému důkazu.

Úloha 4

a) V testu je 10 otázek a každá nabízí odpověď ANO a NE. Kolika způsoby jej lze vyplnit tak, že 7krát je vybrána odpověď ANO a 3krát odpověď NE?

b) Hokejové utkání skončilo výsledkem 7 : 3. Kolika způsoby se mohlo skóre vyvíjet?

c) Kolik tříprvkových množin lze vybrat z desetiprvkové množiny?

d) Metoděj si z každé závorčky vybere buď čtverec, nebo trojlístek (z každé závorčky tedy vybere přesně jeden symbol). Kolika způsoby si může vybrat 3 čtverce a 7 trojlístků? Na obrázku jsou naznačeny dva takové výběry.

$(\clubsuit \square) (\clubsuit \square) (\clubsuit \square) (\clubsuit \square) (\clubsuit \square) (\clubsuit \square) (\clubsuit \square) (\clubsuit \square) (\clubsuit \square) (\clubsuit \square)$

1. výběr: $\clubsuit \quad \square \quad \clubsuit \quad \clubsuit \quad \square \quad \square \quad \clubsuit \quad \clubsuit \quad \clubsuit \quad \clubsuit$

2. výběr: $\clubsuit \quad \clubsuit \quad \clubsuit \quad \clubsuit \quad \square \quad \clubsuit \quad \clubsuit \quad \clubsuit \quad \square \quad \square$

e) Kolikrát se objeví člen a^7b^3 při roznásobení výrazu

$$\underbrace{(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)}_{10}$$

Komentář. V tomto případě lze libovolnou část úlohy přeložit na libovolnou jinou část. Cílem je rozmyslet si, že především části c), d), e) počítají totéž, takže koeficient před a^7b^3 je $\binom{10}{3}$. Předpokládá se, že část b) už žáci řešili dříve, a tak propojení například s částí c) je pro ně snadné.

Věříme, že úlohy, jako je tato, vedou žáky k porozumění vnitřním souvislostem a k celkovému nadhledu v matematice.

Obtížnější úloha

Znáte vztah pro součet $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$? Nepochybujeme o tom, že někteří čtenáři vědí, že

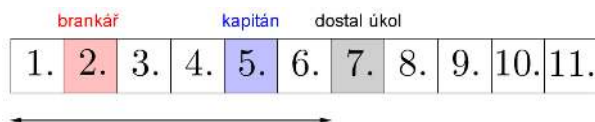
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

a že by uměli tuto rovnost dokázat například užitím principu matematické indukce či jinak. Domníváme se však, že podstatně méně čtenářů ví, že

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = 2 \binom{n+1}{3} + \binom{n+1}{2}.$$

Ke druhému vztahu lze dospět pomocí překladů podobných těm, o kterých byla řeč. Tentokrát nebudeme ukazovat příbuznost dvou různých úloh, ale jednu úlohu vyřešíme dvěma různými způsoby.

Řešení. Představme si, že máme tým $n + 1$ fotbalistů. Všechny je postavíme do řady tak, že každý má nějaké spoluhráče před sebou a nějaké spoluhráče za sebou (tedy přesněji každý kromě prvního a posledního). Jeden z fotbalistů dostane za úkol vybrat kapitána a brankáře. Vybírat mu dovolíme jen z hráčů, kteří stojí v řadě před ním. Brankář a kapitán může být tatáž osoba.



Pokud úkol dostane například 7. hráč v řadě, může kapitána zvolit 6 způsoby. Pro volbu brankáře má také 6 možností, může tedy vybrat kapitána a brankáře celkem 6^2 způsoby. Podobně uvažujeme, pokud úkol dostane kterýkoliv jiný hráč: k -tý hráč může vybírat $(k - 1)^2$ způsoby, což celkem dává $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ možností, jak tímto způsobem vybrat kapitána a brankáře.

Na celou situaci se můžeme podívat i z jiného úhlu pohledu. Po splnění úkolu máme většinou 3 důležité fotbalisty. Ten z trojice, který stál v řadě nejdál, dostal úkol a vybral dva hráče před sebou. Dvěma způsoby jim mohl přidělit role kapitána a brankáře. To dává $2 \binom{n+1}{3}$ možností, jak mohl být úkol splněn. Mohlo se však stát i to, že při splnění úkolu hráli důležitou roli pouze 2 fotbalisté. Ten, který stal v řadě dále, dostal úkol a toho před sebou vybral jako kapitána a brankáře zároveň. To je dalších $\binom{n+1}{2}$ možností, jak mohl být úkol splněn. Žádnou další možnost pravidla úkolu nepřipouštějí.

Doufáme, že nejen poslední úloha naznačuje, že překlady nabízejí elegantní cestu, jak se lze dívat na celou plejádu situací v kombinatorice. Naším přáním je, aby se na podobné cesty nevydávali jen čtenáři časopisů, ale i žáci v běžných hodinách matematiky.

Výzkum byl podpořen Grantovou agenturou Univerzity Karlovy v Praze (projekt č. 1250213).

Literatura

- [1] Olšák, M.: Kombinatorické (ne)počítání. 2013. Dostupné na: <http://iksko.org/files/sbornik2.pdf/>
- [2] Rolínek, M. – Šalom, P.: Cestou necestou ke kombinatorice. MFI, roč. 23 (2014), č. 4.

Polibky kružnic: Intermezzo

PAVEL LEISCHNER

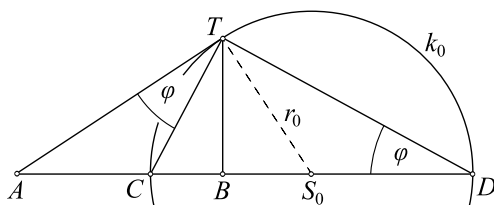
Pedagogická fakulta JU, České Budějovice

Věta 21 z Archimedovy *Knihy o dotycích kruhů* zmíněná v předchozím dílu seriálu byla inspirací k tomuto původně neplánovanému příspěvku. Ukážeme, jak ji Archimedes dvěma způsoby dokázal a zamysleme se nad jejími důsledky.

Věta 1 (Archimedes)

V rovině je dána kružnice $k_0(S_0; r_0)$ s průměrem CD a uvnitř polopřímky opačné k polopřímce CD bod A . Jestliže je T bod dotyku tečny z bodu A ke kružnici k_0 a B pata kolmice z bodu T na přímku CD , pak

$$\frac{|DA|}{|CA|} = \frac{|DB|}{|CB|}. \quad (1)$$



Obr. 1 Ilustrace k prvnímu Archimedovu důkazu

První Archimedův důkaz. Při označení podle obr. 1 jsou trojúhelníky DAT a TAC podobné, neboť mají společný úhel při vrcholu D a obvodový úhel ADT je shodný s úsekovým úhlem ATC . Platí

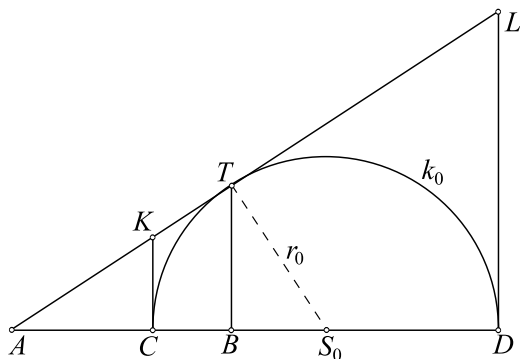
$$\frac{|DA|}{|TA|} = \frac{|TA|}{|CA|} = \frac{|DT|}{|CT|}, \quad \text{a tedy i} \quad \frac{|DA|}{|CA|} = \left(\frac{|DT|}{|CT|} \right)^2, \quad (2)$$

protože délky $|DA|$, $|TA|$ a $|CA|$ tvoří tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti. Z podobnosti pravoúhlých trojúhelníků DBT a TBC analogicky zjistíme

$$\frac{|DB|}{|TB|} = \frac{|TB|}{|CB|} = \frac{|DT|}{|CT|} \implies \frac{|DB|}{|CB|} = \left(\frac{|DT|}{|CT|} \right)^2. \quad (3)$$

Ze vztahů (2) a (3) pak plyne (1). $\square$

Druhý Archimedův důkaz. Označme K a L průsečíky tečny AT s tečnami ke kružnici k_0 v bodech C a D (obr. 2).



Obr. 2 Ilustrace k druhému Archimedovu důkazu

Užitím věty o délkách tečen zjistíme $|CK| = |TK|$ a $|DL| = |TL|$. Z podobnosti trojúhelníků ADL , ACK , posledních dvou vztahů a vlastností rovnoběžného promítání plyne

$$\frac{|DA|}{|CA|} = \frac{|DL|}{|CK|} = \frac{|TL|}{|TK|} = \frac{|DB|}{|CB|}. \quad \square$$

Starověkým učencům asi neušlo, že i trojúhelník AS_0T na obr. 2 je pravoúhlý a platí

$$|AS_0| \cdot |BS_0| = |S_0T|^2 = r_0^2. \quad (4)$$

Pro každý bod X kružnice k_0 odtud dostáváme

$$|AS_0| \cdot |BS_0| = |S_0X|^2,$$

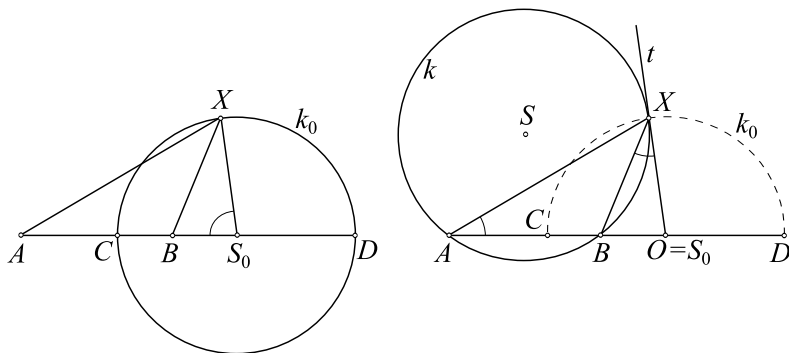
neboli

$$\frac{|AS_0|}{|XS_0|} = \frac{|XS_0|}{|BS_0|}.$$

Pokud $X \notin \{C, D\}$ (obr. 3 vlevo), jsou trojúhelníky S_0AX a S_0XB podobné podle věty sus. Z podobnosti plyne

$$\frac{|AS_0|}{|XS_0|} = \frac{|XS_0|}{|BS_0|} = \frac{|AX|}{|BX|} = \lambda, \quad (5)$$

přičemž poměr $\lambda = |AS_0|/r_0 = r_0/|BS_0|$ nezávisí na poloze bodu $X \in k_0$.



Obr. 3 K odvození Apolloniovy kružnice

Zafixujeme nyní body A, B ($A \neq B$) a zvolme pevně kladné číslo $\lambda \neq 1$. Pak na přímce AB existuje právě jedna dvojice bodů C a D taková, že bod C leží uvnitř a bod D vně úsečky AB , a platí

$$\lambda = \frac{|AC|}{|BC|} = \frac{|AD|}{|BD|}.$$

Body C, D lze snadno sestrojít a k nim i kružnici k_0 nad průměrem CD . Víme již, že pro každý bod $X \in k_0$ platí (5). Obráceně, když $X \notin \{C, D\}$ a platí $|AX|/|BX| = \lambda$, můžeme trojúhelníku ABX opsat kružnici k a v bodě X k ní vést tečnu t (obr. 3 vpravo), která protne přímku AB v bodě O . V analogii s prvním důkazem věty 1 lze z podobnosti trojúhelníků AOX a XOB zjistit

$$\frac{|AO|}{|XO|} = \frac{|XO|}{|BO|} = \frac{|AX|}{|BX|} = \lambda$$

Odtud a ze vztahu (5) plyne

$$\frac{|AO|}{|BO|} = \lambda^2 = \frac{|AS_0|}{|BS_0|},$$

neboli $O = S_0$. Platí tedy následující věta.

Věta 2 (Apolloniova kružnice)

Nechť jsou v rovině dány dva různé body A, B a kladné číslo $\lambda \neq 1$. Množinou všech bodů X dané roviny, pro něž platí $|AX| : |BX| = \lambda$, je kružnice k_0 sestavená nad průměrem CD , kde C a D jsou body přímky AB splňující vztah $|AC| : |BC| = |AD| : |BD| = \lambda$.

Kružnice z věty 2 se dnes nazývá *Apolloniova kružnice*, třebaže ji přibližně sto let před Apolloniem popsal Aristoteles. Ale to jsme již zmínili minule.

Každá čtveřice (A, B, C, D) navzájem různých kolineárních bodů A , B , C a D , pro niž platí

$$|AC| : |BC| = |AD| : |BD| \quad (6)$$

a tedy i ekvivalentní vztah (1), se nazývá *harmonická čtveřice bodů*.

Z dnešního hlediska popisuje úvodní část (Archimedovy) věty 1 konstrukci bodu B jako obrazu bodu A v kruhové inverzi určené základní kružnicí k_0 a rovnici (4).

Když se vrátíme k situaci z pravé části obr. 3, zobrazuje daná inverze bod X na sebe, bod A na bod B a bod B na A . Kružnice k opsaná trojúhelníku ABX je body A , B a X jednoznačně určená. Každá kružnice, jež neprochází středem inverze, se inverzí zobrazí na kružnici. Je tedy k v inverzi samodružná.

Povšimněme si ještě, že k a k_0 jsou *ortogonální kružnice* (jejich tečny v průsečíku X jsou na sebe kolmé). A tak poslední úvahy potvrzují známý poznatek, že každá kružnice kolmá k základní kružnici se v inverzi zobrazí na sebe. Z úvah plyne věta:

Věta 3 (Harmonická čtveřice bodů a inverze)

Je-li (A, B, C, D) harmonická čtveřice bodů, pak inverze se základní kružnicí k_0 sestrojenou nad průměrem CD zobrazuje bod A na bod B . Všechny kružnice s tětivou AB jsou v této inverzi samodružné (a kolmé ke k_0).

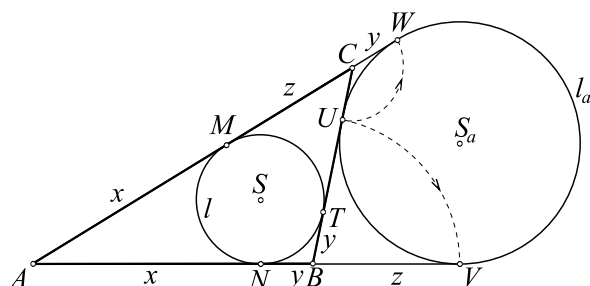
Dále se budeme zabývat kružnicemi z geometrie trojúhelníku. Větou o délkách tečen, kterou Archimedes elegantně využil v druhém důkazu věty 1, zdůvodníme i následující tvrzení.

Věta 4

Jestliže se strana BC trojúhelníku ABC dotýká vepsané a přípsané kružnice v bodech T a U , pak $|BT| = |CU|$ (a $|CT| = |BU|$).

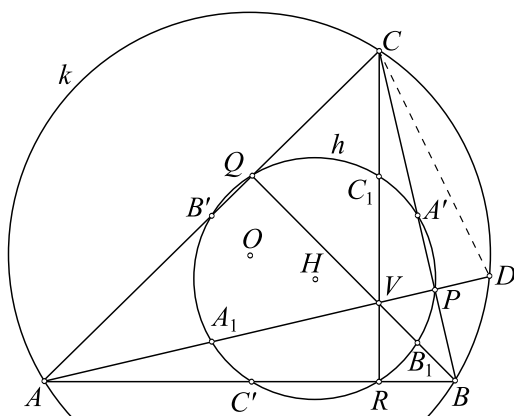
Důkaz. Nechť se polopřímka AB dotýká vepsané kružnice l v bodě N , přípsané kružnice l_a v bodě V a polopřímka AC má s kružnicemi l a l_a body dotyku M a W (obr. 4). Vzhledem k větě o délkách tečen můžeme označit $x = |AN| = |AM|$, $y = |BN| = |BT|$ a $z = |CM| = |CT|$. Pro polovinu s obvodu trojúhelníku ABC platí $s = x + y + z$. Také však je

$s = |AV| = |AW|$, jak napovídají čárkované oblouky s šipkami na obrázku. Z uvedených vztahů plyne $|BV| = z$ a $|CU| = |CW| = y = |BT|$. $\square$



Obr. 4 K dotykům vepsané a připsané kružnice

Označme $k(O; r)$ kružnici opsanou trojúhelníku ABC . Její obraz ve stejnolehlosti s koeficientem $\frac{1}{2}$ a středem v ortocentru V trojúhelníku je kružnice h , která se nazývá *kružnice devíti bodů*, resp. *Feuerbachova kružnice* (obr. 5).



Obr. 5 Kružnice devíti bodů

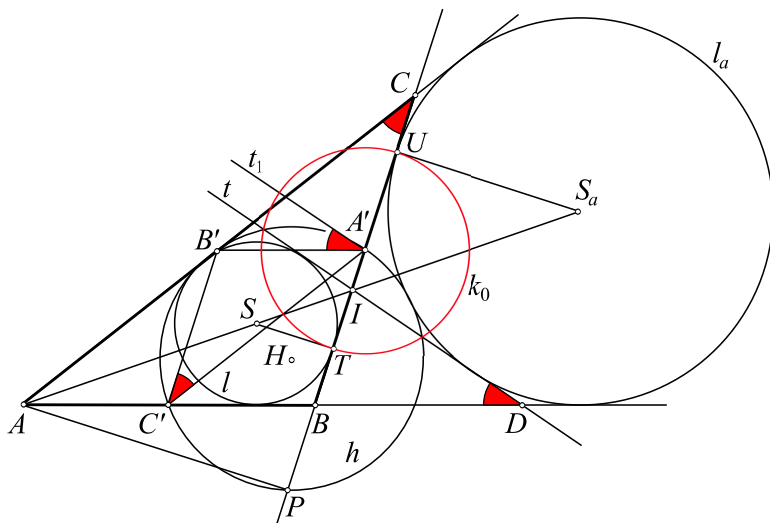
Z definice ihned plyne, že kružnice h má střed H ve středu úsečky OV , poloměr $r/2$ a obsahuje středy A_1, B_1, C_1 úseček, jež spojují ortocentrum trojúhelníku s jeho vrcholy a jimž se říká *Eulerovy body*. Podle tvrzení z úlohy 4 na ní leží také paty výšek trojúhelníku. Trojúhelníky ABC, ABV, BCV a CAV mají stejné paty výšek P, Q a R . Proto mají i společnou kružnici devíti bodů. Přitom v každém z posledních tří trojúhelníků jsou

dvě úsečky, jež spojují jeho ortocentrum s vrcholem, totožné s některými stranami trojúhelníku ABC . Odtud plyne, že na kružnici h leží i středy A' , B' a C' stran trojúhelníku ABC .

Naše úvahy uzavřeme důkazem věty 5, kterou (v poněkud nepřesné formulaci¹) uvedl a dokázal *Karl Feuerbach* (1800–1834), bratr filozofa *Ludwiga Feuerbacha*. Jeho poměrně složitý trigonometrický důkaz se opíral o poznatek, že dvě kružnice se dotýkají, právě když je vzdálenost jejich středů rovna buď součtu, nebo absolutní hodnotě rozdílu jejich poloměrů. Zde uvedeme nepočetní důkaz, který vychází z předchozích poznatků a publikace [4].

Věta 5 (Feuerbachova)

Kružnice h se dotýká kružnic trojúhelníku připsaných i kružnice vepsané, pokud s ní nesplyvá. Dotyk s připsanými kružnicemi je vnější a s vepsanou kružnicí vnitřní.



Obr. 6 Kružnice devíti bodů

Důkaz. Je zřejmé, že v rovnostranném trojúhelníku je kružnice h totožná s kružnicí trojúhelníku vepsanou a dotýká se připsaných kružnic ve středech stran trojúhelníku. Omezíme se tedy na nerovnostranný trojúhel-

¹Základním objektem původní věty [3, str. 38] je kružnice, která prochází patami výšek trojúhelníku. Ta není pro pravoúhlý trojúhelník jednoznačně určena.

ník ABC znázorněný s kružnicí $h(H; |HA'|)$ na obr. 6. Dvě stejnoolehlosti převádí vepsanou kružnici $l(S; r_1)$ na kružnici $l_a(S_a; r_2)$ trojúhelníku připsanou ke straně BC . Středem první stejnoolehlosti je bod A , druhé pak průsečík I společných vnitřních tečen BC a t kružnic. Absolutní hodnota koeficientů obou stejnoolehlostí je

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{|AS_a|}{|AS|} = \frac{|IS_a|}{|IS|}.$$

Vidíme, že (A, I, S, S_a) je harmonická čtveřice bodů. Stejně tak i čtveřice (P, I, T, U) , jež je kolmým průmětem čtveřice (A, I, S, S_a) do přímky BC . Úsečky TU a BC mají společný střed A' (věta 4). Podle věty 3 zobrazuje kruhová inverze se základní kružnicí $k_0(A'; |A'T|)$, bod $P \in h$ na bod I . Kružnici h , jež prochází středem A' inverze, zobrazuje na přímku kolmou k úsečce $A'H$ a tedy rovnoběžnou s tečnou t_1 sestrojenou v bodě A' ke kružnici h . Ukážeme, že touto rovnoběžkou je přímka t . Stačí pouze ověřit, že $t \parallel t_1$.

Tečna t_1 svírá s tětivou $A'B'$ úsekový úhel shodný s obvodovým úhlem $A'C'B'$. Ten je shodný s protilehlým úhlem $A'CB'$ rovnoběžníku $A'CB'C'$. Ze souměrnosti podle přímky SS_a dostaneme $|\sphericalangle A'CB'| = |\sphericalangle IDA|$. Odtud a z relace $B'A' \parallel AB$ plyne $t \parallel t_1$. Obrazem kružnice h je tedy přímka t . Kružnice l a l_a jsou kolmé ke kružnici k_0 a proto v dané inverzi samodružné. Jestliže se jich dotýká tečna t , pak se jich dotýká i její vzor, kružnice h .

Typy dotyků jsou zřejmé z definic kružnic a pro ostatní připsané kružnice je důkaz analogický. $\square$

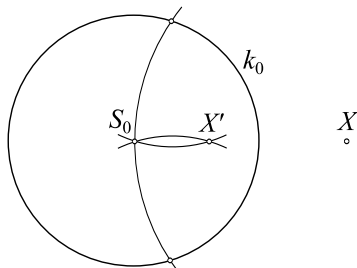
Tím končí naše krátká procházka napříč staletími. Jejím cílem bylo upozornit na úzkou souvislost tří tematických celků: Apolloniovy kružnice, kruhové inverze a mocnosti bodu ke kružnici. V tradičních učebnicích bývají uváděny odděleně, což může nepříznivě ovlivňovat kvalitu získaných poznatků.

K procvičení dvou základních metod, využívání podobnosti trojúhelníků a věty o délkách tečen, je určena většina níže uvedených úloh.

Úlohy

1. Jestliže V je ortocentrum trojúhelníku ABC , který není pravoúhlý, pak jsou kružnice opsané trojúhelníkům ABC , BCV , CVA a VAB shodné. Dokažte.

2. Na obr. 7 je znázorněna konstrukce obrazu X' bodu X v inverzi se základní kružnicí k_0 provedená pouze kružítkem. Popište ji a dokažte.



Obr. 7 Sestrojení obrazu bodu v kruhové inverzi kružítkem

3. Jestliže se tři shodné kružnice protínají v bodě D a body C , B , A (různé od D) jsou průsečíky vždy dvou z těchto kružnic, pak D je ortocentrum trojúhelníku ABC a kružnice tomuto trojúhelníku opsaná je shodná s prvními třemi. Dokažte.
4. Dokažte, že obraz ortocentra trojúhelníku v souměrnosti podle jeho strany leží na kružnici trojúhelníku opsané. (Dokažte shodnost trojúhelníků CPV a CPD na obr. 5.)
5. V pravoúhlém trojúhelníku ABC je Q pata výšky, ρ_1 , ρ_2 a ρ poloměry kružnic vepsaných trojúhelníkům AQC , BQC a ABC . Dokažte, že platí: a) $\rho = (a + b - c)/2$, b) $\rho_1 + \rho_2 + \rho = v$.
6. Označme ρ a ρ_c poloměr kružnice vepsané a připsané přeponě AB trojúhelníku ABC . Dokažte, že trojúhelník ABC má přeponu délky $c = \rho_c - \rho$ a obsah $S = \rho \cdot \rho_c$.

Literatura

- [1] *Archimed*: Sočiněnija. Dostupné na: <http://www.math.ru/lib/book/djvu/klassik/archimed.djvu>.
- [2] Boček, L. – Zhouf, J.: Planimetrie. Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, Praha, 2009.
- [3] Feuerbach, K.: Eigenschaften einiger merkwürdigen Punkte des geradlinigen Dreiecks, und mehrerer durch die bestimmten Linien und Figuren. Riegel und Wiesner, Nürnberg, 1822.
- [4] Pedoe, D.: Circles: A Mathematical View. The Mathematical Association of America, USA, 1995.

Zajímavé matematické úlohy

Pokračujeme v uveřejňování úloh tradiční rubriky Zajímavé matematické úlohy. V tomto čísle uvádíme zadání další dvojici úloh. Jejich řešení můžete zaslat nejpozději do 20. 9. 2015 na adresu: Redakce časopisu MFI, 17. listopadu 12, 771 46 Olomouc nebo také elektronickou cestou (pouze však v $\text{\TeX}$ ovských verzích, příp. v MS Wordu) na emailovou adresu: mfi@upol.cz. Zajímavá a originální řešení úloh rádi uveřejníme.

Úloha 215

Určete všechny dvojice (a, b) reálných čísel, pro které má rovnice

$$x^3 + ax^2 + bx + ab = 0$$

kořeny $-a$, $-b$ a $-ab$.

Jaroslav Švrček

Úloha 216

Uvažujme pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu C . Nechť dále ACP a BCQ jsou pravoúhlé rovnoramenné trojúhelníky s pravými úhly při vrcholech P a Q sestrojené vně trojúhelníku ABC . Označme F patu výšky z vrcholu C na stranu AB a D , E po řadě průsečíky přímk AC a PF , resp. BC a QF . Dokažte, že $|DC| = |EC|$.

Gottfried Perz

Dále uvádíme řešení úloh 211 a 212, jejichž zadání byla zveřejněna v prvním čísle letošního (24.) ročníku našeho časopisu.

Úloha 211

Dokažte, že pro každé přirozené číslo n nabývá výraz

$$n^2 \left(\frac{n^2 + 11}{12} \right) + n \left(\frac{3n^2 + 13}{2} \right)$$

celočíslnou hodnotu.

Stanislav Trávníček

Řešení. Nejprve ukážeme, že pro všechna přirozená čísla n je

$$\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{12} \quad (1)$$

přirozené číslo. V čitateli je součin čtyř po sobě jdoucích čísel, aspoň jedno je dělitelné čtyřmi a tedy čísel (1) dělitelný 4. Stejnou úvahou ukážeme, že je současně dělitelný i třemi a proto je dělitelný i 12, což jsme chtěli ukázat. Celočíselnost výrazu (1) lze dokázat také pomocí kombinačního čísla. Výraz (1) zapíšeme jako $2\binom{n+3}{4}$, což je zřejmě přirozené číslo, neboť každé kombinační číslo je přirozené.

Dále snadno ověříme, že

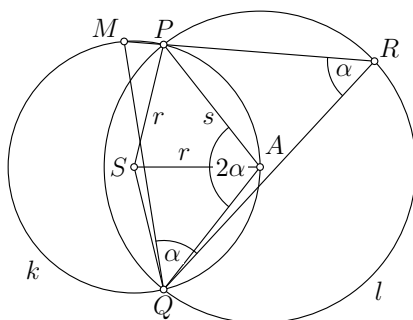
$$n^2 \left(\frac{n^2 + 11}{12} \right) + n \left(\frac{3n^2 + 13}{2} \right) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{12} + (n^3 + 6n). \quad (2)$$

Protože výraz na pravé straně (2) je pro všechna přirozená čísla n podle předchozího odstavce přirozené číslo, je přirozeným číslem i výraz na levé straně, což jsme měli ukázat.

Správná řešení zaslali *Karol Gajdoš* z Trnavy, *Anton Hnáth* z Moravan, *František Jáchim* z Volyně, *Jozef Mészáros* z Jelky a *Martin Raszyk* z ETH Zürich.

Úloha 212

Kružnice $k(S; r = |SA|)$ a $l(A; s)$ se protínají v bodech P a Q ($P \neq Q$). Necht pro bod M kružnice k ($P \neq M \neq Q$) přímka PM protíná kružnici l v bodě $R \neq P$. Pomocí podílu r/s vyjádřete součet kosinů vnitřních úhlů trojúhelníku MPR .



Obr. 1

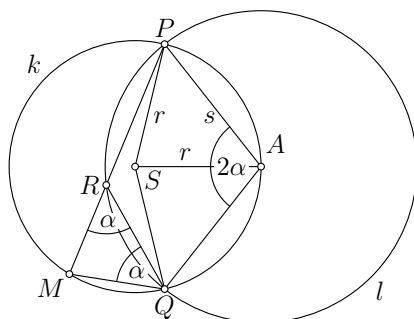
Šárka Gergelitsová

Řešení. Předpokládejme, že bod M leží na oblouku PQ kružnice k , který neobsahuje bod A a bod R není bodem úsečky MP (obr. 1). Označme

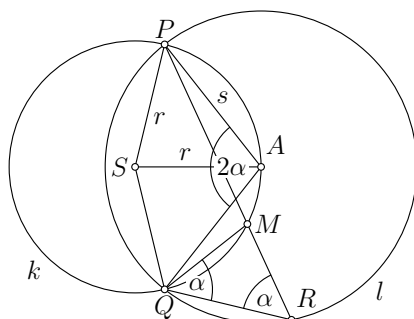
velikost středového úhlu PAQ kružnice l jako 2α . Velikost jemu odpovídajícího obvodového úhlu PRQ je pak rovna α . Čtyřúhelník $AQMP$ je tětivový, velikost úhlu PMQ tak je $180^\circ - 2\alpha$ a proto zbývající vnitřní úhel MQR trojúhelníku MQR má velikost α .

V případě, že bod R je bodem úsečky MP (obr. 2) je velikost obvodového úhlu PRQ proti středovému úhlu PAQ rovna $180^\circ - \alpha$, tedy velikost úhlu MRQ je α a stejně jako v předcházejícím případě dopočítáme vnitřní uhly trojúhelníku MQR . Konečně v případě, že bod M je bodem oblouku PQ kružnice k obsahujícího bod A (obr. 3) obdobně dospějeme ke stejným velikostem vnitřních úhlů trojúhelníku MQR . Součet kosinů vnitřních úhlů trojúhelníku MQR tak je

$$\begin{aligned} \cos \alpha + \cos \alpha + \cos(180^\circ - 2\alpha) &= \\ = 2 \cos \alpha + (1 - 2 \cos^2 \alpha) &= 1 + 2 \cos \alpha - 2 \cos^2 \alpha. \end{aligned} \quad (3)$$



Obr. 2



Obr. 3

Trojúhelník ASP je rovnoramenný. Jeho ramena AS a SP mají délku r , základna AP délku s a velikost vnitřního úhlu při vrcholu A je α . Užitím kosinové věty pro tento trojúhelník dostaneme

$$\cos \alpha = \frac{|AP|^2 + |AS|^2 - |SP|^2}{2 \cdot |AP| \cdot |AS|} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{r}{s}}.$$

Dosazením do vztahu (3) za $\cos \alpha$ tak dostaneme součet kosinů vnitřních úhlů trojúhelníku MQR jako funkci podílu $\frac{r}{s}$

$$1 + \frac{1}{\frac{r}{s}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{r}{s}\right)^2}.$$

Správná řešení zaslali *Karol Gajdoš* z Trnavy, *Anton Hnáth* z Moravan, *František Jáchim* z Volyně, *Jozef Mészáros* z Jelky a *Martin Raszyk* z ETH Zürich.

Pavel Calábek

* * * * *



Obrázek ke zprávě na s. 236. Společné foto vítězů celostátního kola kategorie A 56. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2014/2015 (© Archiv JU)

50 let teorie vyučování fyzice

OLDŘICH LEPIL

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Snahy o zlepšení výuky fyziky na základních a středních školách byly vždy předmětem zájmu nejen samotných učitelů těchto škol, ale také pracovníků škol, kteří učitele pro výkon povolání připravují. Tento zájem se v minulosti převážně soustředil na tvorbu učebnic, metodických materiálů a na vývoj, výrobu a metodiku používání učebních pomůcek. Tato činnost nebyla nijak koordinována, neodrážela potřebu transformace nových poznatků do výuky a odpovídala jen konkrétním zájmům jednotlivých pracovníků. Stále výrazněji se však ukazovalo, že vývoj fyziky jako vědy a nových technologií vycházejících z fyzikálních poznatků se urychluje a školská fyzika za těmito trendy zaostává. To bylo zásadním podnětem pro vznik celosvětového procesu modernizace výuky. Jeho začátky lze klást do 60. let minulého století v návaznosti na úspěchy, jichž v té době dosáhla kosmonautika.

Potřeba nových přístupů k fyzikálnímu vzdělávání vyústila v institucionalizaci didaktiky fyziky jako vědecké disciplíny. Stalo se tak právě před 50 lety, kdy byla ve Věstníku ministerstva školství a kultury mezi pedagogickými vědami pod číslem 1702 uvedena vědní disciplína s označením „teorie vyučování předmětům všeobecně vzdělávací a odborné povahy“. Z poznámky a vysvětlivky tam uvedené pak pro fyziku vyplývá označení „teorie vyučování fyzice“ [1]. Připomeňme, že samotný název této disciplíny prodělal svůj vývoj. Původně se používal název metodika vyučování fyzice, což v dnešním pojetí je soubor činností při realizaci konkrétních postupů ve výuce fyziky. V současnosti chápeme didaktiku fyziky jako oborovou didaktiku, která řeší problémy výuky fyziky v širším slova smyslu, jak je to podrobně rozvedeno např. v [2], popř. [3].

Zařazení didaktiky fyziky mezi vědní obory umožnilo zejména pracovníkům vysokých škol vzdělávajících učitele fyziky a pracovníkům rezortních výzkumných ústavů získat vědeckou kvalifikaci absolvováním vědecké přípravy k získání kvalifikace kandidáta pedagogických věd (CSc.). Změna vysokoškolského zákona v roce 1966 také umožnila získat z teorie vyučování fyziky akademický titul RNDr., popř. PaedDr. To ovšem vyžadovalo, aby nově konstituovaná disciplína měla odpovídající personální zabezpečení tím, že na vysokoškolských pracovištích budou působit profesori a docenti tohoto oboru. Připomeňme si, které osobnosti v tomto období stály u zrodu didaktiky fyziky.

Zakladatelé didaktiky fyziky



Především to byl *prof. PaedDr. Josef Fuka* (1907–1992), který byl v roce 1957 jmenován profesorem obecné fyziky a metodiky fyziky, v té době děkan Přírodovědecké fakulty UP v Olomouci. Prof. Fuka se věnoval nejrůznějším oblastem fyzikálního vzdělávání, zejména tvorbě učebnic fyziky pro střední školu. První učebnice, na nichž se podílel jako spoluautor, byly učebnice pro 10. a 11. ročník jedenáctileté střední školy (SPN, Praha 1954, 1955). V následujících letech vedl autorské kolektivy učebnic pro 9. ročník ZDŠ (SPN, Praha 1963), III. ročník SVVŠ (SPN, Praha 1965) a po rozší-

ření tříleté SVVŠ na čtyřletý vyšší stupeň gymnázia napsal ještě Doplněk k učivu fyziky pro IV. ročník gymnázia (SPN, Praha 1974). Jeho posledními učebnicemi, jejichž tvorby se zúčastnil jako vedoucí autor, jsou Cvičení z fyziky pro I. až IV. ročník gymnázia (SPN, Praha 1985–1989) a v kolektivu vedeném *prof. RNDr. Emanuelem Svobodou, CSc.* se podílel na první verzi Přehledu středoškolské fyziky, který vyšel v roce 1991. Prof. Fuka autorsky pracoval i na dalších metodických příručkách pro učitele, z nichž připomeňme *Pokusy s jednoduchými pomůckami* (SPN, Praha 1954). Je spoluvůrcem řady výukových filmů a s *prof. RNDr. Bedřichem Havelkou, DrSc.* napsal dvě vynikající vysokoškolské učebnice – *Elektřina a magnetismus* (SPN, Praha 1965) a *Optika* (SPN, Praha 1961).

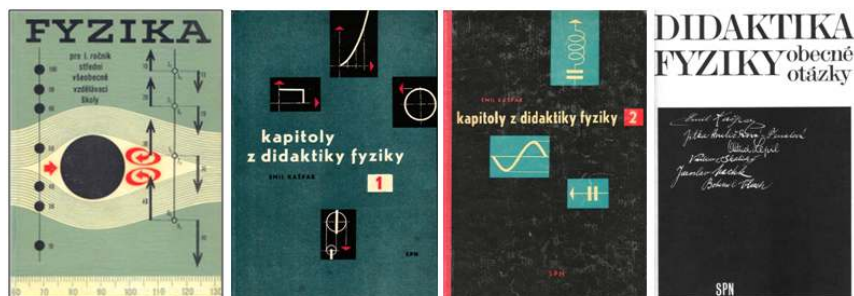


Obr. 1 Výběr publikací prof. Fuky



Teoretické základy didaktiky fyziky položil *prof. RNDr. Emil Kašpar, DrSc.* (1907–1998), který byl jmenován v roce 1956 zástupcem profesora a v roce 1962 řádným profesorem teorie vyučování fyzice [4]. Rovněž dílo prof. Kašpara zahrnuje řadu prací z didaktiky fyziky různého zaměření, od konstrukce učebních pomůcek (je např. autorem známé vozíčkové dráhy pro demonstrace pokusů z dynamiky), přes problematiku problémového vyučování, až po tvorbu učebnic pro 9. ročník JŠŠ (SPN, Praha 1953) a 1. ročník SVVŠ (SPN, Praha

1965). Největší význam v jeho tvorbě zauímají práce, které lze považovat za základ studijní literatury nově se formující didaktiky fyziky. Jsou to Kapitoly z didaktiky fyziky 1 (SPN, Praha 1960) věnované obecným otázkám fyzikálního vzdělávání a Kapitoly z didaktiky fyziky 2 (SPN, Praha 1963) zaměřené na konkrétní témata fyziky na základní a střední škole. Tyto práce byly předobrazem první vysokoškolské učebnice didaktiky fyziky, která původně měla mít několik dílů. Realizace se však dočkala jen učebnice Didaktika fyziky. Obecné otázky (SPN, Praha 1978), kterou tvoří jedenáct kapitol zahrnujících především témata, jimiž se v té době zabývali jednotliví spoluautoři.



Obr. 2 Výběr publikací prof. Kašpara



Nesporným přínosem k formování didaktiky fyziky jako vědecké disciplíny je dílo *RNDr. Marty Chytilové* (1907–1998), která se problematikou fyzikálního vzdělávání zabývala nejprve jako učitelka Pedagogické fakulty MU v Brně a od roku 1959 jako vědecká pracovnice a vedoucí kabinetu fyziky ve Výzkumném ústavu pedagogickém v Praze [5]. Již na počátku 50. let 20. století se podílela na prvních poválečných učebnicích fyziky pro gymnázium. Tehdy se fyzika na gymnáziu vyučovala jen ve 3. a 4. ročníku čtyřletého gymnázia a dr. Chytilová byla hlavní autorkou učebnice pro 3. ročník (SPN, Praha 1951).

V dalším období, zejména po roce 1963 se věnovala převážně fyzikálnímu vzdělávání na základní škole. Byla nejen autorkou řady učebnic fyziky pro ZŠ, ale publikovala také zásadní studie ke koncepci výuky fyziky na tomto stupni školy a zejména vytvořila v rámci výzkumného úkolu VÚP moderní projekt výuky fyziky, jehož jen málo obměněná podoba tvoří základ výuky na tomto stupni školy dosud.

Jestliže uvádím osobnosti, jejichž stopa ve vývoji didaktiky fyziky je nejvýraznější, je třeba připojit ještě alespoň dvě jména. Je to *prof. RNDr. Jitka Brockmeyerová Fenclová, CSc.* (1926), která rozpracovala teoretické základy didaktiky fyziky v jejím současném, tzv. komunikačním pojetí jako oborové didaktiky zaměřené na transformaci poznání ve fyzice do

sdílitelné podoby. Tento přístup tvoří nosný motiv publikace Úvod do teorie a metodologie didaktiky fyziky [2] a dále ho rozvíjela zejména jako pracovnice Kabinetu pro modernizaci vyučování fyzice (KMVF). Kabinet vznikl nejprve společně s matematikou při Jednotě československých matematiků a fyziků, ale v roce 1969 se osamostatnil a stal se pracovištěm Fyzikálního ústavu ČSAV. Prof. Brockmeyerová také usilovala o používání exaktních postupů ve výzkumné práci v didaktice fyziky, což dokumentuje např. její práce k získání vědecké hodnosti CSc. Formalismus ve fyzikálních vědomostech žáků (Academia, Praha 1970). Konkrétními problémy činnosti učitele ve výuce fyziky se zabývá publikace Didaktické myšlení a jednání učitele fyziky (SPN, Praha 1984).



Obr. 3 Výběr publikací dr. Chytilové



Obr. 4 Výběr publikací prof. Brockmeyerové Fenclové

Další výraznou osobností didaktiky fyziky je *prof. RNDr. Jaroslav Vachek, CSc.* (1923–1969), který byl nástupcem prof. Kašpara ve vedení katedry didaktiky fyziky MFF UK (1972–1982). V roce 1974 byl jmenován

docentem a v roce 1980 profesorem pro obor teorie vyučování fyzice. Publikační činnost prof. Vachka byla zaměřena zejména na tvorbu učebnic pro základní i střední školu a k teorii didaktiky fyziky přispěl společně s autorem tohoto příspěvku zejména publikací *Modely a modelování ve vyučování fyzice* (SPN, Praha 1980), která předznamenala zájem o tuto problematiku, přetrvávající i v řadě současných prací z didaktiky fyziky. Od roku 1977 až do roku 1988 byl prof. Vachek také externím vedoucím KMVF.



Obr. 5 Výběr publikací prof. Vachka

Předpoklady a podněty pro rozvoj didaktiky fyziky

Nezbytným předpokladem pro rozvoj didaktiky fyziky je příprava dalších pracovníků, kteří by řešili aktuální úkoly fyzikálního vzdělávání. Poněvadž v době zařazení teorie vyučování fyzice mezi vědní obory byli již na dvou pracovištích profesori tohoto oboru, byly tak splněny podmínky pro zřízení školících pracovišť pro vědeckou přípravu v didaktice fyziky. Školícími pracovišti se stala Matematicko-fyzikální fakulta UK v Praze (školitel prof. Kašpar) a Přírodovědecká fakulta UP v Olomouci (školitel prof. Fuka). Pro obhajoby kandidátských disertací byla jmenována jen jedna společná komise, která měla šest stálých členů a při obhajobách v Praze jí předsedal prof. Kašpar a v Olomouci prof. Fuka.

První obhajoby dizertačních prací z teorie vyučování fyzice proběhly v Praze již v roce 1966 (RNDr. M. Chytilová: Rozvíjení pojmů hmota, síla, práce a energie v učivu základní a střední školy; RNDr. V. Müller: Příspěvek k problému zvyšování aktivity posluchačů v laboratorních cvičeních úvodního kursu fyziky na vysokých školách) a v roce 1967 (RNDr. J. Vachek: K některým otázkám úlohy matematiky ve vyučování fyzice; RNDr. J. Hnilíčková (Fenclová): Formalismus ve fyzikálních vědomostech žáků). V roce 1967 proběhly první obhajoby také v Olomouci (RNDr. O. Lepil:

Problémy výkladu elektromagnetických kmitů a vlnění na střední škole; PaedDr. J. Kunzfeld: Příspěvek k modernizaci vyučovacích prostředků v akustice) a v roce 1969 (L. Vašek: Prvky statistické fyziky ve středoškolském kursu fyziky).

Pro úplnost je třeba připomenout, že analogická situace vznikla také na Slovensku, kde byla zřízena samostatná komise pro obhajoby kandidátských disertačních prací, které předsedal *prof. RNDr. Ján Vanovič* (1907–1973). První obhajoby se uskutečnily na Přírodovědecké fakultě UK v Bratislavě v roce 1969 (RNDr. J. Janovič: Štatistické prvky vo fyzike plynov na strednej škole) a v roce 1972 (RNDr. S. Ondrejka: Semimikrometóda fyzikálneho experimentu a jej uplatnenie vo vyučovaní fyziky).

Jak již bylo uvedeno, došlo v roce 1966 ke změně vysokoškolského zákona, který nově umožňoval získání akademického titulu RNDr., popř. PaedDr. z teorie vyučování fyzice na základě rigorózního řízení, jehož součástí bylo rovněž vypracování písemné rigorózní práce. To iniciovalo vznik řady prací, řešících dílčí otázky fyzikálního vzdělávání. První zkušební komise pro rigorózní zkoušky byly zřízeny na Matematicko-fyzikální fakultě a Pedagogické fakultě UK v Praze, na Přírodovědecké fakultě UP v Olomouci, na Přírodovědecké fakultě a Pedagogické fakultě UJEP (nyní MU) v Brně a na Přírodovědecké fakultě UK v Bratislavě.

Zřízení školících pracovišť a zkušebních komisí představovalo jen formální rámec, který ovlivňoval aktivity didaktiků fyziky. Důležité však byly další podněty, které do jisté míry určovaly směr vývoje v problémových oblastech didaktiky fyziky. Z mého pohledu je třeba zmínit alespoň tři takové výrazné oblasti, kam je možné zařadit většinu tehdy vznikajících prací:

1. Modernizace obsahu a metod výuky fyziky.
2. Úkoly plynoucí z přestavby školské soustavy.
3. Nové výukové technologie.

Je samozřejmé, že řešení problémů v těchto oblastech neprobíhalo izolovaně a docházelo k jejich vzájemnému ovlivňování. Příkladem může být třeba v té době poněkud „módní“ zájem o aplikace pedagogické kybernetiky do výuky fyziky. Byly vytvářeny programované učební texty, pracovní materiály pro vyučovací stroje apod. I když je tato problematika jen určitou epizodou vývoje metod výuky, později vystřídanou možnostmi soudobých ICT, za přínos lze považovat potřebu detailněji analyzovat učivo, uspořádání systému učebních informací a optimalizaci jejich řazení do sledu přiměřených kroků atd. Snahy o modernizace výuky fy-

ziky byly výsledkem celosvětového hnutí, vyvolaného zcela zřejmým zastáváním obsahu školské výuky za narůstajícími poznatky fyziky jako vědy. Výsledkem těchto modernizačních snah v zahraničí byl vznik několika velkých, detailně propracovaných vzdělávacích projektů, které následně ovlivnily koncepcce fyzikálního vzdělávání a tím i problémové oblasti didaktiky fyziky na celém světě. Největší pozornost tehdy vzbudil kurs fyziky známý pod označením PSSC – *Physical science study committee* (<http://libraries.mit.edu/archives/exhibits/pssc/>), který měl nejen výrazně inovovaný obsah, netradiční řazení tematických celků (Vesmír, Optika a vlny, Mechanika, Elektřina a stavba atomu), ale zahrnoval také další učební materiály, jako jsou metodické příručky pro učitele, soubory nově vyvinutých učebních pomůcek a audiovizuálních materiálů.

U nás se modernizační iniciativy ujala JČMF, když v roce 1963 zorganizovala Pracovní konferenci o modernizaci vyučování fyzice (Olomouc, prosinec 1963), na kterou pak navázala řada pravidelných seminářů k dílčím otázkám modernizace výuky fyziky, které probíhaly v zařízení ČSAV v Liblicích u Mělníka. V pobočkách Jednoty v Praze, Brně a Olomouci vznikly tzv. modernizační kroužky, které řešily zejména problematiku nového pojetí tradičních témat školské fyziky a začlenění „moderní fyziky“, kterou se v podstatě rozuměly poznatky z fyziky mikrosvěta a speciální teorie relativity, do středoškolské výuky. Na tyto iniciativy pak navazovalo vytvoření již zmíněného Kabinetu pro modernizaci vyučování fyzice. Za reflexi světového modernizačního hnutí (týkalo se i matematiky a hlavním iniciátorem těchto aktivit byl tehdejší sekretář JČMF *RNDr. Miloš Jelínek* a předseda JČMF a vedoucí pracovník KMVF *prof. RNDr. Miloslav Valouch*) můžeme označit následující úkoly:

- Vytvoření uceleného projektu fyziky pro základní fyzikální vzdělávání vybudovaného na integrujících pojmech (viz dále).
- Inovace vybraných témat středoškolské fyziky:
 - Speciální teorie relativity.
 - Základy kvantové fyziky a fyziky mikrosvěta.
 - Integrované poznatkové soustavy (silová pole, kmity a vlny).
 - Doplnění nového tématu učiva elektřiny – polovodiče.
- Nové metody výuky.
 - Programované učení.
 - Problémová a skupinová výuka.
- Nové výukové technologie (zpětná projekce, kazetový film, video).

Výzkumné úkoly

Pro období, v němž se formovala didaktika fyziky jako vědecká disciplína, byla charakteristická centralizace ve všech oblastech života společnosti. Jinak tomu nebylo ani v oblasti výzkumné činnosti, která byla organizována v podstatě na třech úrovních:

1. Výzkumy realizované na jednotlivých vysokých školách.
2. Rezortní výzkumné úkoly ministerstva školství.
3. Státní výzkumné úkoly Československé akademie věd [6].

Určitá koncentrace pracovníků z různých pracovišť při řešení úkolů vymezených výzkumnými plány umožnila dosáhnout výsledky, které bezprostředně ovlivňovaly školskou praxi. Současně bylo možné uplatnit ve výzkumné činnosti modernizační snahy, jejichž nositelem byla JČMF. Nejefektivnější výsledky měly rezortní výzkumné projekty Výzkumného ústavu pedagogického v Praze (VÚP), Výzkumného ústavu pedagogického v Bratislavě a projekt státního badatelského výzkumu Pedagogického ústavu J. A. Komenského ČSAV v Praze. Příkladem může být dílčí výzkumný úkol řešený ve VÚP v Praze – Modernizace základního vzdělání, řešený od roku 1964, který v dalších letech pokračoval navazujícími výzkumnými úkoly [7]. Výzkum vedla dr. Chytilová a později také *doc. RNDr. Růžena Kolářová, CSc.* a zahrnoval vedle návrhu nové koncepce výuky také pokusné vyučování na řadě škol, tvorbu pokusných učebních textů a metodických příruček pro učitele. Tento projekt, kterým se posunula výuka fyziky na základní škole již do 6. ročníku, řešil nový didaktický systém učiva fyziky opírající se o integrující pojmy: částicová a elektrická stavba látek, silové pole, fyzikální veličiny a energie. Z hlediska struktury didaktického systému šlo o propedeutickou část učiva v 6. ročníku a systematickou část v 7. a 8. ročníku, k níž bylo později připojeno po prodloužení školní docházky na ZŠ i učivo 9. ročníku. Vznikl tak ucelený, komplexně zpracovaný projekt, který do té doby u nás neměl obdobu. V učitelské veřejnosti se tato koncepce vžila natolik, že zařazení některých, v době vzniku projektu diskutabilních témat se ve struktuře učiva zcela ustálilo a jsou tak řazena dosud (např. zařazení části optiky hned za mechaniku v 7. ročníku).

Obdobně byl v rámci rezortního výzkumného úkolu VÚP v Praze řešen úkol Nové pojetí vyučování fyzice na čtyřleté všeobecně vzdělávací škole (1971–1975). Za řešení úkolu odpovídal pracovník VÚP *RNDr. Jan Maršák, CSc.* a podílela se na něm především skupina didaktiků fyziky z PŘF UP v Olomouci a MFF UK v Praze. Záměrem úkolu byla přestavba struktury a obsahu učiva fyziky na střední všeobecně vzdělávací škole a

vypracování návrhu nových učebních osnov pro tuto střední školu. Je třeba otevřeně konstatovat, že se řešení tohoto náročného úkolu nepodařilo „dotáhnout“ do podoby, jakou měl projekt pro ZŠ, ale byl vytvořen výchozí materiál, který se v ucelenější podobě uplatnil při přestavbě školské soustavy koncem 70. a v 80. letech 20. století. Výsledkem byl projekt výuky rozpracovaný v letech 1976–1980 v rámci Jednotného plánu rezortního výzkumného úkolu v oblasti školství pod názvem Pojetí výchovy a vzdělávání na gymnáziu. Výzkumné úkoly koordinovalo hlavní pracoviště, kterým byl Výzkumný ústav pedagogický v Bratislavě a výzkum ve fyzice organizovala *RNDr. Eva Tomanová*. Komisi připravující celkovou koncepci výuky fyziky vedl *prof. RNDr. Ján Pišút, DrSc.* z MFF UK v Bratislavě. Významným způsobem se do řešení těchto projektů zapojil také *prof. RNDr. Emanuel Svoboda, CSc.* z MFF UK v Praze a z pracovníků PřF UP v Olomouci to byl kromě autora příspěvku, který byl koordinátorem tvorby souboru učebnic, zejména *RNDr. Milan Bednařík, CSc.*

V rámci tohoto projektu byl vytvořen obsáhlý soubor učebních materiálů pro střední školu, který dosud nemá a zřejmě již ani nebude mít obdobu. Tvoří ho celkem 16 učebnic pro povinnou, volitelnou a nepovinnou výuku fyziky na gymnáziu [8]. Nejde však jen o počet vytvořených učebnic, ale celý projekt prošel ověřováním pokusných učebních textů na školách zapojených do výzkumu, byl předmětem mnoha diskusí na seminářích k projektu, pracovních poradách, byl prezentován na celostátních konferencích organizovaných ve spolupráci s JČMF. Tím se tento přístup zásadně liší od časté současné praxe, kdy se zejména na webu objevují učební materiály vytvořené jednotlivci bez jakékoliv oponentury a někdy i problematické úrovně, redukující obsah fyziky na stručný přehled „pouček a vzorců“.

Výzkumné úkoly řešené v rámci státního výzkumu organizovaného ČSAV měly obecnější zaměření a týkaly se spíše vývojových tendencí ve vzdělávání. Pro vývoj didaktiky fyziky měl největší význam úkol s názvem Model perspektivního pojetí výuky fyziky, řešený v letech 1976–1980. Řešitelským pracovištěm úkolu byl KMVF a řešitelský kolektiv byl složen z didaktiků fyziky z různých pracovišť. Cílem výzkumu bylo připravit pro perspektivní projekt výuky fyziky řadu zjištění podložených jak teoretickými analýzami, tak didaktickými experimenty na školách. V rámci projektu se konaly pravidelné semináře organizované KMVF většinou ve školícím zařízení ve Štíříně u Prahy, kterého se zúčastňovali i didaktici jiných oborových didaktik. Vedoucí osobností této činnosti, na jejímž základě docházelo zejména k názorovému sjednocení pohledu didaktiků fyziky z různých pra-

covišť na perspektivu fyzikálního vzdělávání, byla prof. J. Brockmeyerová Fenclová. Hlavní výsledky toho výzkumného úkolu jsou shrnuty v kolektivní publikaci [9].

Není samozřejmě možné v krátkém příspěvku provést důkladnou analýzu vývoje didaktiky fyziky jako vědecké disciplíny a akcent je položen spíše na počáteční etapu tohoto vývoje. Autorův pohled je možná i více subjektivní a zdůrazněny jsou především ty momenty vývoje, které jako přímému účastníkovi nejvíce utkvěly v paměti a považuje je pro obor za skutečně přínosné. Je to i určitá konfrontace se současností, kdy jsou práce v didaktice fyziky rozptýleny do mnoha dílčích projektů, bez vzájemné vazby s ostatními pracovišti a na témata, která se orientují spíše na metody a prostředky výuky, než na témata vymezující nové koncepty fyzikálního vzdělávání v 21. století a na zaostávající obsah výuky. Ten se po redukci hodinové dotace stále více stává „fyzikální dějepřavou“, která si podle stávajících Rámcových vzdělávacích programů převážně vystačí s fyzikálními poznatky, k nimž fyzika dospěla do počátku 20. století. Ale to už je jiné téma.

Literatura

- [1] *Fuka, J.*: Výchova vědeckých kádří v didaktice fyziky. In: M. Bednařík, ed.: Sborník Dvacet let Fyzikální pedagogické sekce JČSMF, JČSMF, Praha, 1978, s. 66.
- [2] *Fenclová, J.*: Úvod do teorie a metodologie didaktiky fyziky, SPN, Praha, 1982.
- [3] *Lepil, O.*: Vybrané kapitoly k modulu Didaktika fyziky. Vydavatelství UP, Olomouc, 2012. Dostupné na: http://mofy.upol.cz/vystupy/02_texty/modul_dfy2.pdf.
- [4] *Svoboda, E.*: Didaktika fyziky v pracích profesora Emila Kašpara. In: O. Lepil, ed.: Sborník z konference 50 let didaktiky fyziky v ČR, Vydavatelství UP, Olomouc, 2007, s. 7.
- [5] *Janás, J.*: Přínos RNDr. Marty Chytilové k rozvoji didaktiky fyziky. In: O. Lepil, ed.: Sborník z konference 50 let didaktiky fyziky v ČR, Vydavatelství UP, Olomouc, 2007, s. 15.
- [6] *Fenclová, J., Vachek, J.*: Výzkum v didaktice fyziky v ČSR. In: M. Bednařík, ed.: Sborník Dvacet let Fyzikální pedagogické sekce JČSMF, JČSMF, Praha, 1978, s. 44.
- [7] *Kolářová, R.*: Fyzika na základní škole po roce 1945 z pohledu vývoje školské soustavy a učebnic fyziky, MFI 22 (2013), č. 4 Příloha s. P31–P46. Dostupné na: http://mfj.upol.cz/files/2204/mfi_2204_p31_p46.pdf.
- [8] *Lepil, O.*: K vývoji učebnic fyziky pro střední školu gymnaziálního typu, MFI 22 (2013), č. 4 (Příloha), s. P16–P30. Dostupné na: http://mfj.upol.cz/files/2204/mfi_2204_p16_p30.pdf.
- [9] *Fenclová, J. a kol.*: K perspektívám fyzikálního vzdělání v didaktickém systému přírodních věd. Academia, Praha, 1984.

Historie astronomické dynastie Struveových

JULIUS DOMAŇSKI – VLADIMÍR ŠTEFL

Toruń (Polsko), Přírodovědecká fakulta MU, Brno

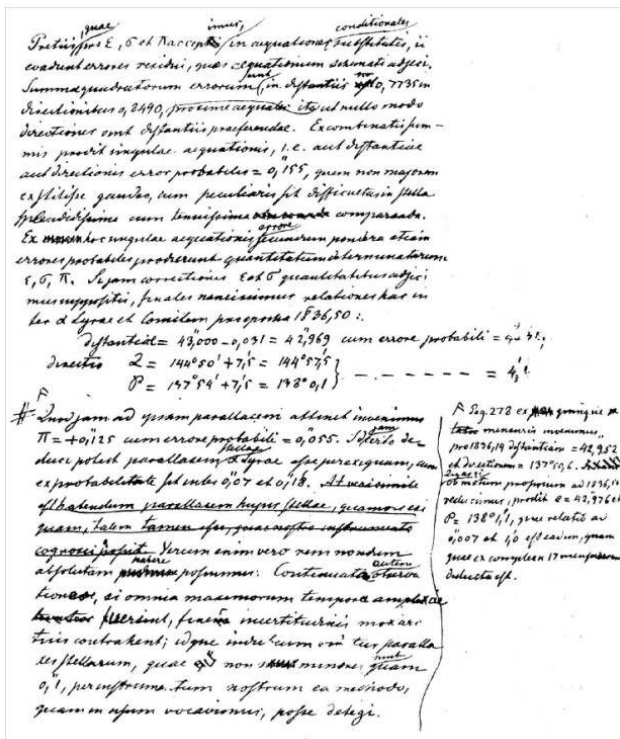
Historie astronomického rodu Struveových výrazně ovlivnila vývoj světové astronomie. Byla založena *Wilhelmem Georgem Friedrichem Struvem* (1793–1864), obr. 1, který se narodil v Altone v Holštýnsku, dříve náležejícímu Dánsku, v současnosti jde o předměstí Hamburku. Roku 1810 odjel do Ruska, do Dorpatu (nyní Tartu), kde již pobýval jeho starší bratr. Zde začal studovat filozofii a doplnkově navštěvoval kurs astronomie, která se stala posléze jeho životním osudem. Rychle získal doktorát a stal se mimořádným profesorem matematiky a astronomie, později ředitelem astronomické observatoře v Tartu, kterou vedl v letech 1820–1839.



Obr. 1 W. G. F. Struve (1793–1864)

Odtud ho povolal car Mikuláš I. za účelem vybudování centrální ruské astronomické observatoře do Pulkova, města jižně od Petrohradu. Od roku 1839 se Wilhelm Friedrich Struve stal jejím prvním ředitelem. Výzkumně se zaměřil na studium dvojhvězd. Mimo jiné zkoumal možnost výpočtu dynamických parallax fyzických dvojhvězd, ve svém katalogu uvádí příkladně jejich hodnoty $0,24''$ pro 70 Oph a $0,25''$ pro 61 Cyg. V roce 1824 získal od

Fraunhoferův velký refraktor o průměru 24,4 cm, s ohniskovou vzdáleností 4,34 m, vybavený achromatickým objektivem. Dalekohled byl zabudován na ekvatoreální montáži. Od poloviny třicátých let započal s detailním studiem hvězdy Vegy – α Lyrae, vedle níž se v úhlové vzdálenosti $43''$ nachází hvězda o jasnosti 11 mag. Obě hvězdy mají rozdílný vlastní pohyb, proto ho musel Struve explicitně stanovit u Vegy. Mezi podzimy let 1835–1836 získal 17 pozorování, z nichž obdržel předběžná data a stanovil paralaxu $\pi = 0,125'' \pm 0,055''$ (obr. 2 rukopis a obr. 3 titulní list publikace [1]). Výklad astronomických historických souvislostí objevu ročních parallax je obsažen v [2]. Hodnota parallaxy nyní uváděná podle katalogu Hipparcos [3] je $\pi = 0,1289'' \pm 0,0005''$. Přibližně současně s ním obdobná astrometrická měření provedli F. W. Bessel (1784–1846) u hvězdy 61 Cygni a T. Henderson (1798–1844) u Rigila – α Centauri A. Připomínáme, že metoda roční parallaxy se opírá o platnost heliocentrického systému.



Obr. 2 Záznam výpočtu parallaxy Vegy



Obr. 3 Titulní list monografie *Stellarum duplicium et multiplicium*... 1837

Třetí ze synů Wilhelma, *Otto Wilhelm Struve* (1819–1905), obr. 4, se narodil v Tartu, kde na tamní univerzitě absolvoval studia a současně pracoval jako asistent otce na astronomické observatoři. Vzdělání v Tartu zakončil roku 1839, magisterský titul obhájil r. 1841 a doktorskou práci r. 1844 v Petrohradu. V té době již pracoval na Pulkovské observatoři, kde se stal pomocníkem ředitele.



Obr. 4 O. W. Struve (1819–1905)

Po vypuknutí nemoci otce v roce 1858 převzal jeho povinnosti. Jako ředitel vedl v letech 1862–1889 Pulkovskou observatoř. Zabýval se pozorovací astronomií, zejména stanovením přesných souřadnic hvězd. Výsledkem byly Pulkovské fundamentální katalogy hvězd k různým epochám, např. 1845.0, 1865.0, 1885.0.

Rovněž tak pokračoval ve výzkumu dvojhvězd, stanovení astrometrické souřadnice ρ a pozičního úhlu θ . Na severní obloze objevil více než 500 dvojhvězd. Při analýze pozorování úplného zatmění Slunce roku 1851 dospěl k závěru, že koróna a protuberance jsou astrofyzikálně spjaty se Sluncem, tudíž že nejde pouze o optické jevy. Souběžně v Pulkově probíhalo vzdělávání mladých astronomů, škola praktické astronomie a geodézie. Vedle toho Otto Struve vybudoval novou observatoř v Taškentu. Po odchodu na penzi pobýval v Německu. Životní osudy obou výše uvedených osobností jsou popsány v knize [4].

Jeho dva synové pokračovali v rodinné astronomické tradici. *Karl Hermann Struve* (1854–1920), obr. 5, se narodil v Carském Selu. Na univerzitu v Tartu nastoupil v roce 1872, studia ukončil r. 1877. Ještě v době studií se zúčastnil expedice v Asii na pozorování přechodu Venuše přes sluneční disk v roce 1874. Další studijní pobyty následovaly ve Francii (Štrasburk a Paříž), jakož i v Německu (Berlín). Po návratu do Pulkova, kde působil v letech 1882–1895, pozoroval měsíce Saturna a jeho prstence. Ředitelská místa zaujímal na observatořích v Königsbergu do roku 1903 a v Berlíně 1904–1913. Vedle pozorovací astronomie byla předmětem zájmu i nebeská mechanika. Na Pulkovské observatoři zkoumal dvojhvězdy.



Obr. 5 K. H. Struve (1854–1920)

V sluneční soustavě studoval měsíce Marsu a Saturna, vytvořil teorii pohybu Hyperiona. V jeho pohybu objevil libraci, kterou vyložil vzájemnou interakcí s měsícem Titanem.

Druhý syn *Gustav Wilhelm Ludwig Struve* (1858–1920), obr. 6, vystudoval matematiku a astronomii na Tartské univerzitě v letech 1876–1880, následovaly studijní pobyty v Německu (Bonn, Lipsko) či v Itálii (Miláno) u Schiaparelliho. Jako astronom-pozorovatel působil 1886–1894 v Tartu. Od roku 1894 vedl observatoř v Charkově. Podobně jako otec pozoroval dvojhvězdy. Zákryty hvězd Měsícem využil ke zpřesnění jeho průměru. Zabýval se především poziční astronomií, zkoumal problematiku precese a ostatních pohybů ve sluneční soustavě.



Obr. 6 G. W. L. Struve (1858–1920)

Synem Gustava Ludwiga byl jeden z nejznámějších astrofyziků 20. století *Otto Struve* (1897–1963), obr. 7, jehož astronomická studia v Charkově proběhla v letech 1914–1919. Po I. světové válce roku 1921 odešel do USA, kde získal americké občanství. Řídil Yerkeskou observatoř v období 1932–1947, současně působil jako profesor na univerzitě v Chicagu. Později založil a stal se ředitelem McDonald observatoře v Texasu. Celosvětově významnou funkci předsedy Mezinárodní astronomické unie zastával v letech 1952–1955. V jeho odborném zaměření převažovala spektroskopie hvězd, studium spektroskopických dvojhvězd, výzkum rozšíření vodíkových respektive heliových čar hvězd spektrálních tříd A a B, způsobených Starkovým jevem, a analýza rotačních rychlostí horkých hvězd. Dále zkoumal mezihvězdný plyn v oblastech H II v Galaxii. Vyslovil nové hypotézy

o vývoji hvězd. V období 1932–1947 byl hlavním redaktorem časopisu *The Astrophysical Journal*. Sepsal zasvěcenou knihu o historii astronomie 20. století [5].



Obr. 7 O. Struve (1897–1963)

Také vnuk Karla Hermanna – *Wilfried Struve* (1914–1992) si zvolil astronomické studium, nejprve v Heidelbergu, později v Berlíně. V letech 1934–1937 pracoval na observatoři v Babelsbergu jako dobrovolník. Roku 1939 obhájil doktorskou práci o spektroskopickém studiu Capelly – α Aurigae. V době II. světové války narukoval jako voják wehrmachtu. Po válce se zaměřil na oblast akustiky, působil v Karlsruhe.

Literatura

- [1] *Struve, F. G. W.*: Stellarum duplicium et multiplicium mensurae micrometricae. St. Petersburg, 1837.
- [2] *Fernie, J. D.*: The Historical Search for Stellar Parallax. *Journal Royal Astronomical Society of Canada* **69** (1975), 222–239.
- [3] *ESA, 1997*: The Hipparcos and Tycho Catalogues. ESA SP – 1200.
- [4] *Batten, A. H.*: Resolute and Undertaking Characters: The Lives of Wilhelm and Otto Struve. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1988.
- [5] *Struve, O., Zeberg, V.*: Astronomy of the 20th Century. Macmillan, New York, 1962.

Hračky ve výuce fyziky

VĚRA PEJČOCHOVÁ

Základní škola Brno, Novolišeňská 10

*Hra je radost. Učení při hře jest
radostné učení.*

J. A. Komenský

Hračky jsou přirozenou součástí života dětí. Slouží jako prostředek zábavy, rozptýlení, relaxace, pomáhají učení a poznávání reality, přispívají i k všeobecné harmonizaci vztahů.

Za hračky se obvykle považují předměty a materiály vyskytující se v rodinném prostředí a v přírodě už hotové, ale také předměty, které mají původní funkci jinou a do her a hraček byly přeměněné. Hračky jsou i předměty zhotovené se záměrem použít je jako pomůcky dětských her ve škole a školských zařízeních nebo ve volnočasových aktivitách.

Fyzikální hračky nenásilným způsobem přibližují nějakou přírodní zákonitost nebo jev a jsou důležité zejména pro děti ve věku žáků ZŠ.

- Jsou vcelku levnou pomůckou pro experimentální činnost.
- Ukazují, že fyzika je všude a jak se projevuje.
- Zvyšují zájem žáků a ovlivňují jejich pozornost.
- Mohou demonstrovat nové poznatky a pojmy a pomáhat je pochopit.
- Můžeme je použít i při prověřování znalostí a opakování.
- Pomáhají pochopit podstatu a funkci technických zařízení.
- Mohou se stát objektem prvního vědeckého zkoumání přírodních jevů.
- Navozují problémy, pomáhají formulovat otázky a podněcují diskuzi.
- Zlepšují vztah učitele a žáka, usnadňují překonávat jazykové bariery.
- Hračky vlastní výroby přispívají navíc k rozvoji technické tvořivosti i různých manuálních dovedností.

Využíváme-li fyzikální hračky ve výuce k hledání odpovědí v probíhajících dějích, musíme:

- nechat procesy dojít do konce a opakovat je znovu,
- pozorně sledovat probíhající jevy, popisovat, co se děje, porovnávat probíhající jevy,

- teprve pak klást otázky, diskutovat o fyzikálních zdůvodněních (spíše formou hry na otázky a odpovědi bez negativního hodnocení),
- dbát na estetiku a bezpečnost.

Hračky použitelné ve výuce fyziky získáváme různým způsobem. Můžeme je koupit:

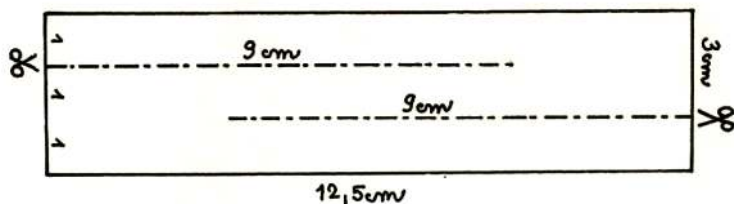
- v technických muzeích, vědeckotechnických centrech, na hvězdárně,
- v hračkářství,
- v optice, hodinářství (např. Galileův teploměr).

Drobnější hračky vyrábějí žáci přímo v hodině fyziky (výklad učiva, opakování, zkoušení), některé z nich si mohou připravit také v hodině matematiky.

Následující ukázky větších hraček byly zhotoveny jednotlivci nebo skupinami žáků ve volitelném předmětu Fyzikální seminář, v ŠOKu (školním odborném klubu) nebo v rámci výjezdního přírodovědného praktika.

Vírníček z obdélníku

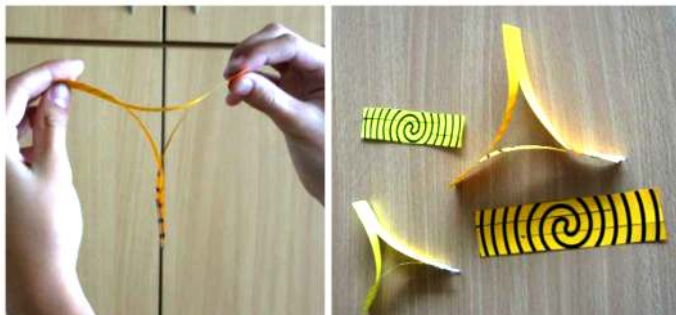
Potřeby: Kancelářský papír, pravítko-trojúhelník s ryskou, tužka, kružítko, nůžky, kancelářská sponka.



Provedení: Na papír narýsujeme obdélník o rozměrech $12,5 \times 3$ cm. Obdélník rozdělíme na 3 malé obdélníčky o šířce 1 cm a čerchovaně vyznačíme délky dle obrázku. Vystříhneme ho a podle čerchovaných čar rozstříhneme. Obdélník vezmeme za pravý a levý roh, dáme je k sobě a spojíme kancelářskou sponkou. Vznikne vírníček (kancelářská sponka je dole). Vírníček pustíme volně z co největší výšky. Padá dolů a točí se – koná pohyb složený z pohybu posuvného a otáčivého. (Máme-li na horní straně část spirály, vidíme i krásný optický klam – celou spirálu.)

Vysvětlení: Vírníček padá k zemi, protože na něj působí gravitační síla. Proti tomuto pohybu působí odpor vzduchu. Tato odporová síla tlačí na šikmé části vírníčku (jakési vrtule) a vírníček roztáčí.

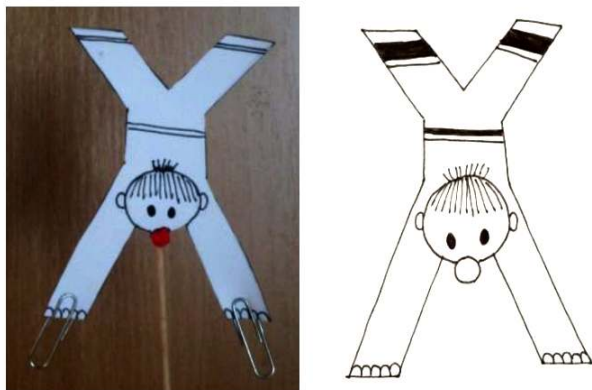
Poznámka: Doporučení – naryšovat si obdélník v hodině matematiky.



Akrobat

Potřeby: Výkres, šablona, tužka, pastelky, nůžky, 2 kancelářské sponky (i více).

Provedení: Šablonu akrobata obkreslíme na výkres a vystříhneme. Pastelkami domalujeme klauna. Akrobata dáme na nos na prst, spadne. Na ruce klauna dáme po jedné kancelářské sponce. Akrobata postavíme na nos na prst, špejli, ... Akrobat drží a nespadne. (Přidáme-li více sponek, třeba „zavěšením“, bude poloha klauna ještě stabilnější).

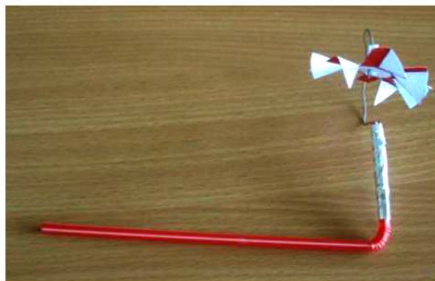


Vysvětlení: Stabilita akrobata závisí na poloze těžiště. Přidáme-li na ruce zátěž, např. kancelářské sponky, těžiště se posune dolů ke sponkám až pod nos. Akrobat bude ve stabilní poloze.

Větrný mlýnek s brčkem

Potřeby: Papírová šablona, drát, izolepa, brčko, vypotřebovaná náplň z propisovačky, nůžky, kleště.

Provedení: Šablonu větrníčku vystříhneme, prostříhneme čárkované čáry a podle plných čar ohneme lopatky. Uprostřed větrníčku uděláme malý otvor, do kterého dáme kousek trubičky z vypotřebované náplně z propisovačky. Kousek drátu ohneme podle obrázku. Brčko v ohybu ohneme a ke kratší části přilepíme izolepou jeden konec drátu. Druhý konec drátu protáhneme trubičkou ve větrníčku a kousek drátu kleštěmi ohneme, aby větrníček nespadl. Dbáme, aby větrníček byl umístěn tak, aby vzduch z brčka foukal na lopatky větrníčku. Foukáme-li brčkem, větrníček se roztočí.



Vysvětlení: Větrníček roztáčí tlaková síla proudu vzduchu, který foukáme brčkem. Šablonu najdete na webu [1].

Větrný mlýnek z PET lahvi

Potřeby: Výkres, pravítko – trojúhelník s ryskou, lepidlo, vypotřebovaná náplň z propisovačky, 2 větší zavírací špendlíky, izolepa, kousek brčka, 1 l PET láhev od mléka s širším hrdlem i s víčkem, nůžky.

Provedení: PET láhev uzavřeme víčkem a doprostřed uděláme otvor, do kterého dáme kousek brčka (musí těsnit). Na bok víčka izolepou upevníme proti sobě 2 zavírací špendlíky (zavíráním dolů). Na výkres narýsujeme obdélník o rozměrech $16 \times 2,5$ cm a rozdělíme ho na 8 malých obdélníčků $2 \times 2,5$ cm. Podle čar ohneme jako harmoniku, dva obdélníčky vždy slepíme k sobě, vznikne základ papírového kříže – mlýnku, do kterého vlepíme doprostřed jako osu kus vypotřebované náplně do propisovačky. Papírový mlýnek s osou nasadíme do ok v zavíracích špendlicích. Plastovou láhev

vezmeme do rukou a mačkáme na ni. Mlýnek se začne točit a bude se točit, pokud budeme mačkat na láhev.



Vysvětlení: V láhvi je vzduch. Mačkáme-li na láhev, vzduch uniká brčkem, dopadá na lopatky mlýnku a tlaková síla vzduchu mlýnek roztáčí.

Levitující CD

Potřeby: Plastový obal z CD, 2 CD, 30 magnetů, sekundové lepidlo, optický kruh.

Provedení: Na každé CD na jednu stranu nalepíme dokola magnety stejným pólem nahoru. Obě CD nasadíme na prostřední osu obalu tak, aby byly magnety mezi CD. Druhé CD se vznáší nad prvním CD na „magnetickém polštáři“. Roztočíme-li horní CD, otáčí se velmi dlouho. Proto na něj můžeme dát optické kotouče a sledovat zajímavé optické klamy.



Vysvětlení: CD s magnety jsou k sobě otočeny souhlasnými magnetickými póly, proto mezi nimi působí odpuzivá magnetická síla.

Setrvačník z CD a skleněné kuličky s optickými kotouči

Potřeby: CD, skleněná kulička, tavná pistole s náplněmi, šablony různých optických kruhů.

Provedení: Setrvačník vyrobíme tak, že skleněnou kuličku dáme díry uprostřed CD a přilepíme ji tavnou pistolí. Šablony kruhů najdete na webu [1]. Setrvačník roztočíme (menší část kuličky je dole) a můžeme měřit čas otáčení. Setrvačník se točí dlouho. Roztočením (konáme práci) získá kulička velkou pohybovou energii (má větší hmotnost). Skleněná kulička je hladká, tření je tedy mezi ní a stolem malé, proto pohybové energie setrvačníku ubývá pomalu.



Na setrvačník budeme dávat postupně kruhy s různými obrazy a roztočíme je:

Kruh se spirálou

- roztočíme na jednu stranu – spirála se „roztáčí“,
- roztočíme na druhou stranu – spirála se „stáčí“,
- roztočíme a díváme se na spirálu asi 20 s, pak se podíváme na hřbet ruky ležící na stole – ruka se začne „roztékat“.

Kruh s černobílými vzory – roztočíme, při postupném zpomalování vidíme různé barvy modrou, zelenou, červenou, ...). Tento jev je také jen iluzí. Zatím se ho nepodařilo vysvětlit.

Kruh s černobílými kolečky – ve světle zářivky nastane stroboskopický jev.

Kruh s červenými, zelenými a modrými kolečky – ukazuje míchání barev a vysvětluje princip vzniku barevného obrazu v televizní obrazovce. Při dostatečné rychlosti otáčení nerozeznáme jednotlivé kolečka, ale body na jedné kružnici uvidíme jako kruh určité barvy. Odstíny vznikají podle počtu koleček daných 3 barev na kružnici.

Podíváme-li se na obrazovku barevného televizoru lupou, uvidíme, že se skládá z červených, modrých a zelených plošek. Když se na obrazovku díváme z větší vzdálenosti, plošky splývají a směs 3 základních barev vytváří všechny barvy obrazu.

Mechanická chobotnice

Potřeby: 1,5 l PET láhev, použitý kulatá baterie – monočlánek 1,5 V (největší), gumičky, izolepa, provázek, kousek špejle nebo sirky, barevné izolepy a oči na dozdobení, nůžky, malé nůžky, silnější háček na háčkování.



Provedení: Odstříháme horní část PET láhve (asi $\frac{1}{4}$). Spodní část rozstříháme na 10 pásků (stříhání ukončíme ve výšce asi 5 cm nade dnem). Pásky ohneme a poskládáme z nich chapadla. Spodní nerozstříhaná část láhve tvoří tělo. V něm uděláme pomocí malých nůžek 3 otvory – 2 otvory proti sobě ve výšce si 0,5 cm od ohnutých chapadel, třetí dírka je nahoře asi 1 cm od středu.

Poháněcí zařízení vyrobíme z použitého tlustého monočlánu. Navlečeme na něj podélně 2 gumičky, které upevníme vrstvou izolepy po celé délce monočlánu. Pak na oba konce monočlánu asi 1 cm od kraje namotáme také dvě gumičky (pro zvětšení tření při pohybu po podložce). Konec provázku (ne celý metr) přilepíme izolepou doprostřed válečku a namotáme asi 10 závitů. Pak druhý konec provlečeme horní dírkou. Oba konce podélné gumičky protáhneme pomocí háčku bočními otvory a provlečeme jimi kousky špejle nebo sirky pro upevnění. Chobotnici položíme na zem, rychle zatáhneme za provázek a pak provázek uvolníme. Chobotnice popoleze dopředu.

Vysvětlení: Zatáhneme za provázek směrem nahoru – konáme práci. Chobotnice je těžká a zůstane na zemi, začne se však otáčet poháněcí zařízení (váleček z monočlánu), dojde ke stočení gumičky – práce se uchovala jako polohová energie pružnosti. Uvolníme-li provázek, gumička se rozmotává a polohová energie pružnosti se mění na pohybovou energii válečku a předává se celému tělu chobotnice. Chobotnice se posune dopředu.

Válcové vodní čočky

Zhotovení této hračky bylo inspirováno námětem, jehož autorkou je Krystyna Raczkowska-Tomczak z CNP Opole.



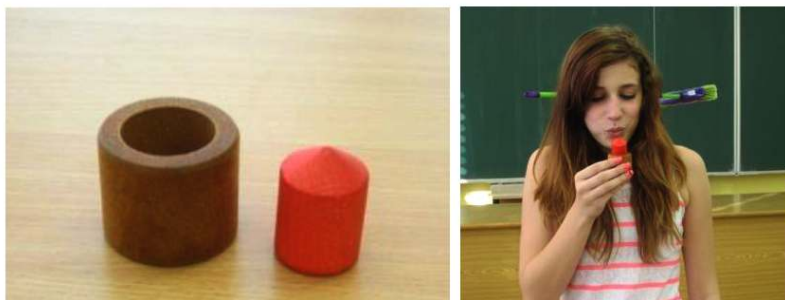
Potřeby: 2 zavařovací sklenice od dětské výživy (džemu), lepicí oboustranná fólie, voda, nůžky.

Provedení: Na první sklenici nalepíme 2 stejné obrazce (číslíci, srdíčko, čtyřlístek, ...) vystřižené z oboustranné lepicí tapety. Na druhou sklenici nalepíme dopředu 2 stejné obrazce (např. psa), z druhé strany jiný obrázek, který tvoří pozadí (např. keř). Obě sklenice naplníme do poloviny vodou a sledujeme, jak se zadní obrázky zvětšují. Můžeme dobře porovnávat s obrázky, které jsou nad vodní hladinou.

Vysvětlení: Voda ve sklenici vytvoří válcovou lupu.

Antigravitační hlavolam – vyrobený z vajíčka

Antigravitační hlavolam byl koupen v hračkářství. Váleček z misky lze uvolnit otočením vzhůru nohama, setrvačností nebo fouknutím nad špičku válečku (váleček se „nasává“ do místa podtlaku). Náhradní verzi tohoto hlavolamu si můžeme vyrobit z plastového malého kelímku (odlivka na alkohol) a plastového vajíčka. Z kelímku je vystrčena jen malá špička vajíčka.

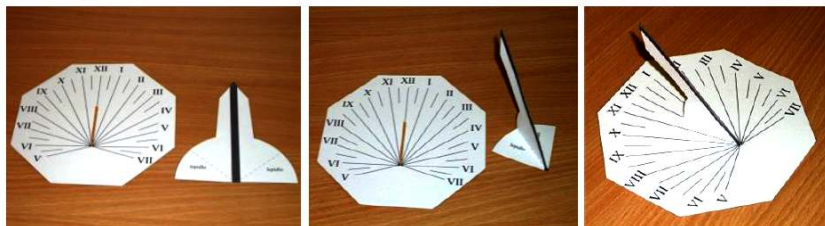


Sluneční hodiny

Potřeby: Natištěné šablony 1 a 2 (karton do kopírky 160 g), lepidlo na papír, nůžky, pravítko malé nůžky nebo řezák, buzola.

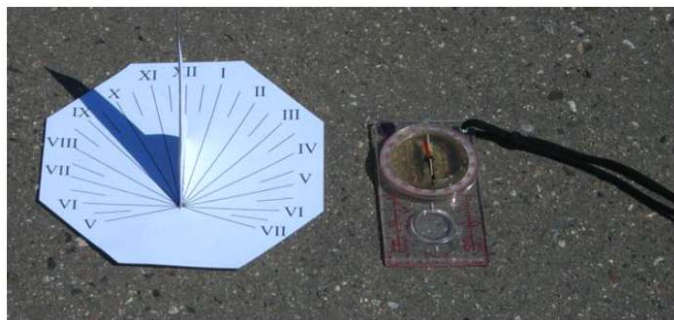
Provedení: Obě šablony vystříhneme – šablona 1 je ciferník hodin, šablona 2 ukazatel. U šablony 1 vystříhneme tenký černý obdélník (malými nůžkami nebo řezákem). U šablony 2 obtáhneme nůžkami čárkovanou a čerchovanou čáru, aby se nám podle těchto čar dobře ohýbalo. Podle čerchované čáry ohneme dovnitř. Podle čárkovaných čar ohneme ven (dostaneme chlopně). Prostřední část ukazatele (bez chlopní slepíme k sobě). Ukazatel prostrčíme úzkým obdélníkovým otvorem v ciferníku tak, aby špička

směřovala ke dvanáctce (XII). Chlopně, které zůstaly na zadní straně, přilepíme k ciferníku.



Práce se slunečními hodinami:

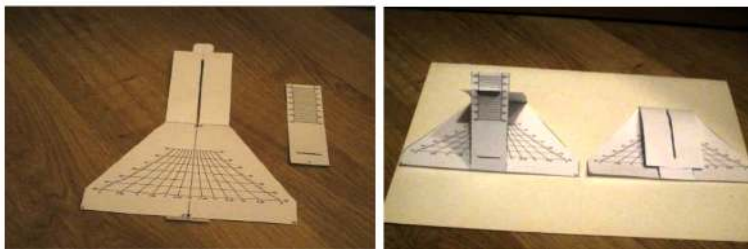
- pomocí buzoly určíme sever,
 - sluneční hodiny otočíme tak, aby špička ukazatele nad „XII“ směřovala na sever,
 - podle polohy stínu pak určujeme, kolik je hodin. (Pozor na letní čas!)
- Šablony najdete na [1].



Sluneční kompas

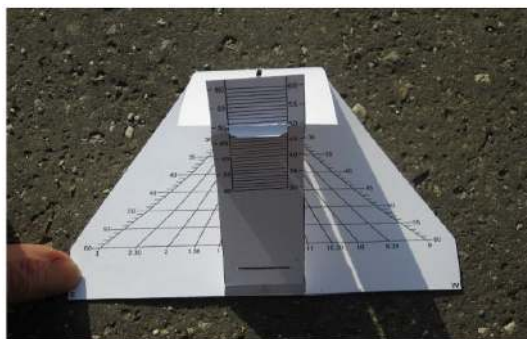
Potřeby: Natištěné šablony 1 a 2, (karton do kopírky 160 g), lepidlo na papír, nůžky, pravítko, malé nůžky nebo řezák.

Provedení: Obě šablony vystříhneme. U šablony 1 vystříhneme tenký obdélníček u obdélníkové části (malými nůžkami nebo řezákem). U šablony 2 prostříhneme nebo prořízneme úsečku „50“ (odpovídá asi 50° zeměpisné šířky) a úsečku ve spodní části. Podle naznačených čar šablonu 1 ohneme. Šablonu 2 přilepíme k šabloně 1 (A na A). Horní zúženou část šablony 1 prostrčíme proříznutým otvorem šablony 2.



Použití slunečního kompasu: Sluneční kompas jsou vlastně obrácené sluneční hodiny. Nejdříve si prohlédneme podstavu kompasu, kde jsou napsány jednotlivé směry (N-S-W-E), pak vodorovné čáry označující zeměpisné šířky a šikmé čáry označující čas. Složený kompas vezmeme a natočíme ho vystřiženým obdélníkovým okénkem ke slunci. Otáčíme jím tak, aby světelný paprsek procházel průsečíkem čáry 50 (odpovídá zeměpisné šířce) a šikmé čáry označující čas (např. 10.30). Pak podle písmen uvedených na podstavě určíme jednotlivé zeměpisné strany.

Pozor na letní čas! Šablony najdete na [1].

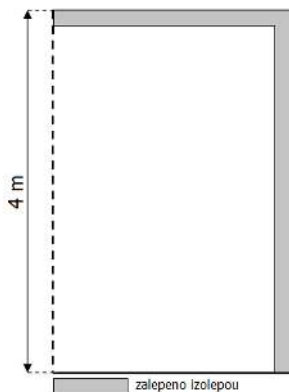


Horkovzdušný balón

Potřeby: Mikroténová fólie 4×5 m (5×12 m), izolepa, nůžky, sešívačka, výkres A 2, provázek (alespoň 30 m), fén, prodlužovací šňůra.

Provedení: Mikroténovou fólii přehneme a na vyznačených stranách slepíme izolepou k sobě. Nespojenou stranu postupně řasíme a sešíváme sešívačkou, až vznikne otvor o průměru asi 20 cm. Pak z výkresu stočíme trubku o průměru do 20 cm (tak, abychom na ni mohli nasadit balón).

Balón ve spodní části přivážeme ke klubku provázku. Pak nasadíme balón na trubku. Balón u trubky předržujeme. Přes trubku foukáme dovnitř horký vzduch 1 až 2 fény. (Balón v horní části předržujeme, aby se horký vzduch přímo s fénu nedostal na mikroténovou fólii.) Když je balón „zvedán“ dostatečnou vztlakovou silou, vysuneme ho z trubky) a pustíme.



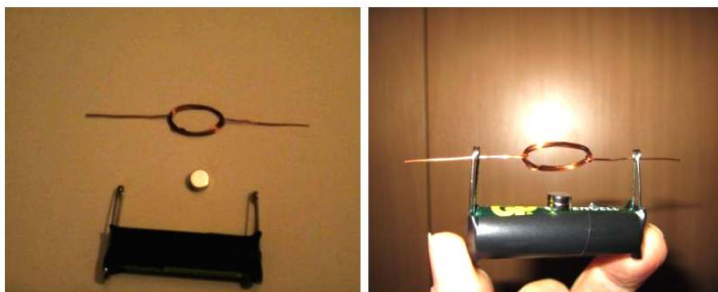
Jednoduchý elektromotor

Potřeby: Elektrický článek AA 1,5 V, 2 zavírací špendlíky, malý neodymový magnet, tenký izolovaný měděný drát (asi 30 cm), elektrikářská páska nebo izolepa, nůžky.

Provedení: Na váleček elektrického článku namotáme těsně vedle sebe 3 závitů. Sejmeme je z válečku. Jeden konec ovineme kolem závitů a narovnáme ho. Druhý konec ovineme stejným způsobem naproti prvnímu a opět ho narovnáme. Zhotovili jsme cívečku s osou. Cívečku trochu zploštíme.

Elektrický článek položíme a k bočním kruhovým kontaktům postupně přilepíme zavírací špendlíky očkem nahoru. Celé pak ještě stáhneme elektrikařskou páskou, aby byl zajištěn dobrý kontakt špendlík – elektrický článek. Koncem drátu očistíme nůžkami. Zajistíme tak vodivý kontakt s očkem špendlíků a zároveň vytvoříme jakýsi „komutátor“. Neodymový magnet dáme na baterii doprostřed mezi zavírací špendlíky.

Osu cívečky dáme do oček zavíracích špendlíků. Cívečka je nad neodymovým magnetem. Pokud se cívečka sama neroztočí, opatrně ji roztočíme (překonáme klidové tření). Cívečka se bude stále otáčet. Obrátíme-li magnet opačnými póly, bude se cívečka otáčet na druhou stranu.



Poznámky: Pokud se cívečka nebude otáčet, prověříme kontakt zavíracích špendlíků s elektrickým článkem, nebo ještě více oškrábeme osy (dráty) cívečky, nebo snížením umístění zavíracích špendlíků zvětšíme magnetickou sílu. S baterií pracujeme omezenou dobu, protože ji zkratujeme! (Baterie se zahřívá.)

Vysvětlení: Vytvořili jsme jednoduchý elektromotor na stejnosměrný proud. Stator tvoří neodymový magnet a baterie, rotor je cívečka z měděného drátu. Cívečka se otáčí díky otáčivému účinku magnetického pole magnetky na cívečku z drátu, kterým prochází elektrický proud. Komutátor „nahrazuje“ oškrábání drátů osy cívk.

Literatura

- [1] www.fyzikahrou.cz.
- [2] Balážová, E., Ligas, Š., eds.: Sborník konference Hra – prostriedok formovania osobnosti. PdF UMB, Banská Bystrica, 1999, 358 s.
- [3] <http://fyzikanasbavi.zsnovolisenska.cz>.
- [4] www.arvindguptatoys.com.

INFORMATIKA

Teorie informace

EDUARD BARTL

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc



elektronickou poštu, dozví se, jak jsou na paměťovém zařízení organizovány soubory, jak tyto soubory komprimovat, někteří se naučí základům programování. Za tím vším však stojí složité principy, od kterých je běžný uživatel do značné míry odstíněn. Otázkou je, jestli jsme si při využívání těchto principů vědomi významu alespoň základních pojmů, na kterých jsou tyto principy vystavěny.

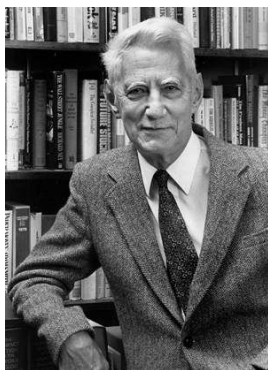
Jedním z těchto klíčových pojmů je *informace*. Je známo, že množství informace se udává v *bitech*: programátor ukládá informaci o určitém 32bitovém čísle například do proměnné typu `uint32`, grafik manipuluje s obrazovou informací prostřednictvím obrázků s 24bitovou barevnou hloubkou, správce sítě pracuje s 128bitovou IP adresou apod. S pojmem bit se však v současné době dostanou do kontaktu i lidé, kteří se jinak o informatiku příliš nezajímají. Většina z nich totiž pravděpodobně slyšela o tom, že rychlost stahování dat (nebo bychom také mohli říci informací) z internetu je například 15 megabitů za sekundu, nebo slyšela o tom, že kapacita nějakého paměťového média (třeba paměťové karty v jejich fotoaparátu)

Informatika hraje v naší společnosti zásadní roli, proto je neoddělitelnou součástí výuky na základních a středních školách již po mnoho let; osobně pamatuji první nesmělé krůčky v druhé polovině 80. let na základní škole, kterou jsem navštěvoval. Studenti se ve škole (a samozřejmě také doma) naučí spoustu věcí, které s informatikou souvisejí. Naučí se například používat

se udává v bajtech, přičemž 1 bajt je tvořen 8 bity. Jsme však schopni říct, co přesně znamená 1 bit?

Tento článek se snaží jednoduchým způsobem vyložit základní poznatky teorie informace, která na zmíněné otázky odpovídá. Podrobný výklad je možné najít v [1, 3, 5, 6].

Jedním z tvůrců teorie informace je vynikající americký matematik Claude Elwood Shannon (1916–2001), viz obr. 1. Svoji výjimečnost dokázal už tím, že studium na prestižní americké univerzitě Massachusetts Institute of Technology (MIT) dokončil ve svých 21 letech. Shannon ovlivnil svojí prací mnoho oblastí informatiky, za nejvýznamnější lze považovat jeho přínos právě v teorii informace.

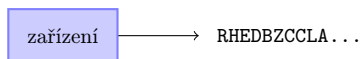


Obr. 1 Claude E. Shannon; zdroj: Wikipedia

Co tedy informace (alespoň z pohledu informatiky) znamená? Nejprve je důležité si uvědomit, že informace je vždy úzce spojena se zdrojem a příjemcem této informace a s komunikačním kanálem, kterým se tato informace přenáší od zdroje k příjemci. Uvedený model je velmi obecný, zahrnuje například přenos informace od mluvčího k posluchači pomocí řeči, vizuální přenos od obrazu vystaveného v galerii k jeho pozorovateli apod. V svém průlomovém článku [4] z roku 1948 však Shannon uvažoval ryze technickou podobu uvedeného modelu (např. elektrický telegraf) a zabýval se problémem, jak definovat informační obsah zprávy generované zdrojem.

Pokusíme se vysvětlit hlavní Shannonovy výsledky na jednoduchém příkladu. Uvažujme situaci, kdy zdrojem je zařízení produkující v určitých časových intervalech znaky nějaké abecedy, například znaky A, B, C, atd., přičemž dohromady je těchto znaků n (tím však nechceme říct, že zaří-

zení vygeneruje celkem n znaků, ale že v daném okamžiku se na výstupu zařízení objeví jeden z n znaků). Schematicky je tato situace znázorněna na obr. 2. Budeme se snažit definovat průměrnou informaci, kterou získá příjemce po přečtení vygenerované zprávy (případně průměrnou informaci přepočtenou na jeden znak zprávy).



Obr. 2 Zařízení produkující znaky určité abecedy

Předpokládejme, že zařízení se chová nepředvídatelně, nevíme tedy, jaký symbol se v daném okamžiku na výstupu objeví. Pokud by se zařízení chovalo předvídatelně, pak by byl informační obsah zjevně nulový. Budeme-li totiž s jistotou vědět, že se na výstupu zařízení v následujícím okamžiku objeví kupříkladu znak A, pak skutečnost, že se tak opravdu stane, nám nepřinese žádnou informaci. Co však víme, je pravděpodobnost objevení se daného symbolu. Označme si pravděpodobnost, že se na výstupu zařízení objeví i -tý symbol jako P_i , kde $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. Generování znaků navíc probíhá *nezávisle*, tedy pravděpodobnost objevení se znaku v daném okamžiku není nijak ovlivněna tím, jaký znak se objevil v předchozím okamžiku (někdy se proto mluví o zařízení *bez paměti*).

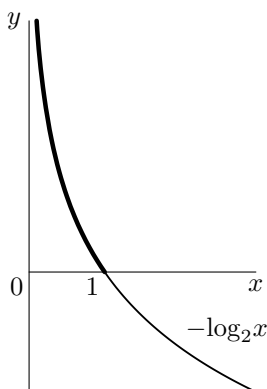
Množství informace bude zřejmě nějakým způsobem souviset s tím, jak moc bude příjemce překvapen, že se na výstupu objeví právě i -tý symbol – čím více bude příjemce překvapen, tím větší bude získaná informace. Tuto tzv. *míru překvapení*,¹ že se na výstupu zařízení objeví i -tý symbol, je možné definovat například jako

$$-\log_2 P_i. \quad (1)$$

Způsob, jakým definujeme tuto hodnotu, má svoje opodstatnění. Grafem funkce $f(x) = -\log_2 x$ je logaritma symetricky převrácená kolem osy x , jak můžeme vidět na obr. 3. Protože do funkce $f(x) = -\log_2 x$ dosazujeme hodnoty pravděpodobností, tzn. čísla mezi 0 a 1, zajímá nás ve skutečnosti pouze část grafu, která je na obrázku tučně zvýrazněna. Můžeme tedy snadno vidět, že se zvyšující se pravděpodobností objevení se nějakého symbolu, míra našeho překvapení klesá. Extrémním případem je

¹V anglické literatuře se objevuje termín *surprise measure* [1] nebo *self-information* [3]. Prvně uvedený termín lépe vystihuje podstatu věci.

pak situace, kdy se určitý symbol objeví na výstupu zařízení s pravděpodobností 1 (tzn. vždy), pak míra překvapení bude nulová. Naopak, jestliže se bude pravděpodobnost objevení se znaku blížit hodnotě 0, pak se bude míra překvapení blížit nekonečnu. To přesně odpovídá naší představě, jak by měla míra překvapení pracovat.



Obr. 3 Graf logaritmy převrácené kolem osy x

Za základ logaritmu ve vztahu (1) nemusíme nutně volit číslo 2. Při volbě jiného základu budou samozřejmě výše uvedené vlastnosti míry překvapení zachovány. Volba základu logaritmu ovlivní pouze jednotku, ve které budeme míru překvapení počítat. Pokud uvažujeme logaritmus při základu 2, pak je jednotkou *bit* (z angličtiny *binary digit*, česky tedy *dvojková číslice*; proč zrovna dvojková číslice se dozvíme vzápětí). Při volbě přirozeného logaritmu se občas používá jednotka *nat* (z angličtiny *natural unit*), pro dekadický logaritmus pak jednotka *dit* (z angličtiny *decimal digit*) apod.

Průměrnou informaci E na jeden znak zprávy² pak budeme definovat jako vážený průměr jednotlivých měr překvapení, přičemž vahami jsou pravděpodobnosti výskytu příslušných znaků. Protože pro součet všech pravděpodobností platí $P_1 + \dots + P_n = 1$, můžeme psát

$$E = \frac{P_1(-\log_2 P_1) + \dots + P_n(-\log_2 P_n)}{P_1 + \dots + P_n} = -\sum_{i=1}^n P_i \log_2 P_i. \quad (2)$$

²Pro označení používáme velké písmeno E , protože Shannon průměrnou informaci nazývá *entropií* (česky *neurčitostí*). Při zavedení tohoto názvu se nechal inspirovat pojmem entropie, který známe z fyziky.

Jako konkrétní případ uvažujme zařízení produkující pouze čtyři symboly A, B, C a D, všechny se stejnou pravděpodobností

$$P_A = P_B = P_C = P_D = \frac{1}{4}.$$

Průměrná informace na jeden znak zprávy je pak rovna:

$$\begin{aligned} E &= -\left(\frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4}\right) = \\ &= -\log_2 \frac{1}{4} = \log_2 4 = 2 \text{ bity.} \end{aligned}$$

Pokud ale nebude pravděpodobnost objevení se symbolů A, B, C, D stejná, průměrná informace musí být menší. Například, platí-li $P_A = \frac{1}{2}$, $P_B = P_C = \frac{1}{8}$ a $P_D = \frac{1}{4}$, pak je průměrná informace rovna 1,75 bitu, jak se můžeme snadno přesvědčit dosazením hodnot pravděpodobností do vztahu (2):

$$\begin{aligned} E &= -\left(\frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \log_2 \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \log_2 \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4}\right) = \\ &= -\left(-\frac{1}{2} \log_2 2 - \frac{1}{8} \log_2 8 - \frac{1}{8} \log_2 8 - \frac{1}{4} \log_2 4\right) = \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \cdot 3 + \frac{1}{8} \cdot 3 + \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{14}{8} = 1,75 \text{ bitu.} \end{aligned}$$

Zvyšování pravděpodobnosti výskytu jednoho nebo více znaků na úkor ostatních proto snižuje informační obsah zprávy.

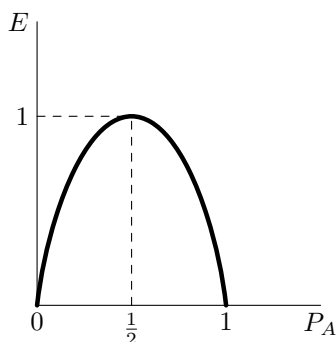
Zajímavá je situace, kdy zařízení produkuje pouze dva symboly A a B s pravděpodobnostmi $P_A = P_B = \frac{1}{2}$. V tomto případě bychom mohli místo zařízení generujícího symboly uvažovat hod „spravedlivou“ minci (spravedlivou proto, že hlava i orel padá se stejnou pravděpodobností). Průměrná informace je pak rovna přesně 1 bitu, jak můžeme vidět dosazením pravděpodobností $P_A = P_B = \frac{1}{2}$ do vzorce (2):

$$E = -\left(\frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2}\right) = -\log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2 = 1 \text{ bit.}$$

Můžeme také říci, že 1 bit je množství informace, kterou získáme odpovědí na otázku typu ano/ne, tedy na otázku, která připouští pouze dvě (stejně pravděpodobné) odpovědi. Tyto odpovědi se dají reprezentovat číslicemi 0 a 1, tedy číslem ve dvojkové soustavě. Tím odpovídáme na otázku, proč při použití logaritmu o základu 2 zavádíme jednotku jednoho bitu (zopakujme, že slovo *bit* vzniklo z anglického *binary digit*).

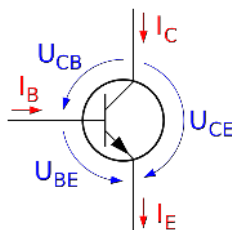
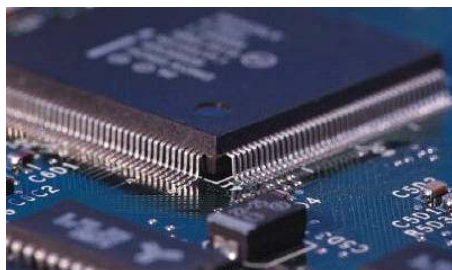
Pokud však použijeme falešnou minci, kdy hlava bude padat častěji než orel, průměrná informace bude menší než 1 bit. Krajním případem je

pak situace, kdy má mince na obou stranách vyraženého orla, hlava tedy nepadne nikdy. Průměrná informace je pak nulová. Celá situace je obecně vyjádřena prostřednictvím grafu na obr. 4.



Obr. 4 Průměrná informace zprávy o dvou znacích (hod mincí)

Poznamenejme, že integrované obvody (obr. 5), ze kterých jsou vyrobeny komponenty počítače, obsahují polovodičové součástky zvané tranzistory. Tyto součástky pracují ve dvou stavech (zapnuto/vypnuto), jsou tedy schopny uchovat pouze informaci jednoho bitu. Důsledkem toho je, že integrované obvody a tedy i samotné počítače interně pracují s daty vyjádřenými pouze pomocí dvou hodnot. Často se však uvažuje osminásobek jednoho bitu nazývaný bajt,³ řídce se také používá označení oktet. Prostřednictvím jednoho bajtu můžeme reprezentovat $2^8 = 256$ různých hodnot.



Obr. 5 Integrovaný obvod (nalevo) a schematická značka tranzistoru s vyznačenými proudy a napětími mezi jednotlivými konektory (napravo); zdroj: Wikipedia

³Fonetický přepis anglického slova *byte*.

Na závěr si ukážeme, jak souvisí Shannonova definice průměrné informace s kódováním (a potažmo kompresí) zprávy. Uvažujme zprávu složenou ze znaků A, B, C a D. Znak A je ve zprávě obsažen 40krát, znak B 20krát, znak C 34krát a znak D pouze 6krát. Celková délka zprávy je tedy 100 znaků. Přímočarý způsob, jak binárně kódovat znaky zprávy, je takový, že znak A budeme reprezentovat řetězcem 00, znak B řetězcem 01, znak C řetězcem 10 a znak D řetězcem 11 (zmíněným řetězcům budeme říkat *kódová slova*). Toto kódování je přehledně zobrazeno v tabulce 1. Každý znak je tedy převeden na kódové slovo o dvou bitech, celkově má proto zakódovaná zpráva délku 200 bitů, tzn. 25 bajtů.

znak	kódové slovo
A	00
B	01
C	10
D	00

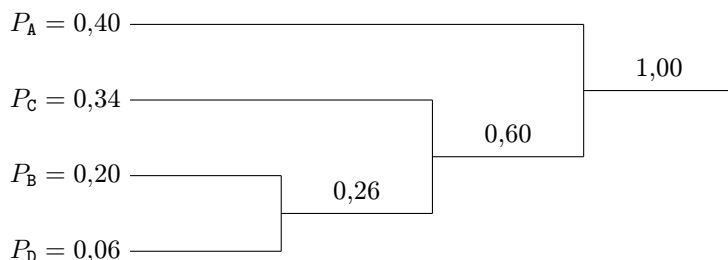
Tab. 1 Jednoduché přiřazení kódových slov

Na první pohled je ale zřejmé, že uvedený způsob není optimální – znak A se ve zprávě vyskytuje poměrně často, naopak znak D velmi zřídka, oba jsou však kódovány stejným počtem bitů. Bylo by jistě výhodnější znak A kódovat menším počtem bitů než znak D. Této úvahy využívá *Huffmanovo kódování*,⁴ které patří do skupiny tzv. *prefixových kódů*. Vztah mezi průměrnou informací a prefixovými kódy je takový, že hodnota E definovaná vztahem (2) udává teoretickou mez průměrné délky kódového slova, pod kterou se není možné žádným prefixovým kódováním dostat. Bylo dokázáno, že Huffmanovo kódování je optimální, to znamená, že se této mezi přibližuje ze všech prefixových kódů nejvíce. Jinak řečeno, každý prefixový kód má průměrnou délku kódového slova aspoň rovnou hodnotě E a Huffmanův kód se této spodní mezi nejvíce přibližuje.

Jak tedy Huffmanovo kódování funguje? Pro velkou délku zprávy můžeme považovat relativní četnost výskytu daného znaku za pravděpodobnost jeho výskytu, můžeme tedy psát $P_A = 0,4$, $P_B = 0,2$, $P_C = 0,34$ a $P_D = 0,06$. Konstrukce Huffmanova kódu se provádí tak, že nejprve seřadíme pravděpodobnosti výskytu podle velikosti. Pak sdružíme dvě

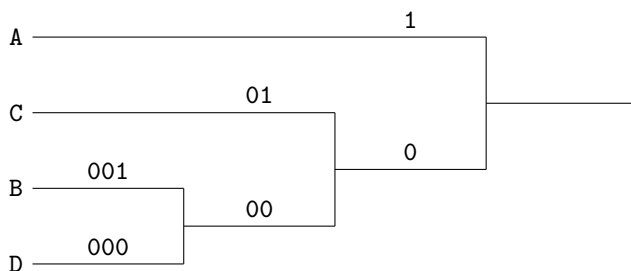
⁴Autorem kódování je David Albert Huffman (1925–1999). Svůj kód publikoval v [2] v době, kdy studoval na MIT.

nejmenší pravděpodobnosti do jedné a výsledku přiřadíme součet těchto pravděpodobností. Takto pokračujeme dokud nedostaneme součet všech pravděpodobností, tedy číslo 1. Postup je přehledně znázorněn na obr. 6.



Obr. 6 Konstrukce Huffmanova kódu, součet pravděpodobností

Nyní zbývá vhodným způsobem určit kódové slovo daného znaku tak, aby platilo, že čím méně pravděpodobný bude tento znak, tím delší bude jeho kódové slovo. Uděláme to tedy tak, že bitem 1 a 0 rozlišíme, jestli se jedná o daný znak nebo o skupinu znaků, jejichž součet pravděpodobností je menší než pravděpodobnost tohoto znaku. Způsob přiřazení kódových slov je znázorněn na obr. 7.



Obr. 7 Přiřazení kódových slov Huffmanovým kódováním

Z tohoto obrázku je patrné, že znak A bude kódován slovem 1, všechny ostatní znaky slovem, které bude začínat 0. Znak C bude kódován slovem 01, zbývají znaky pak kódem začínajícím 00. Znak B pak bude kódován slovem 001 a poslední zbývající znak, znak D, bude kódován slovem 000.

Přehledně je přiřazení kódových slov uvedeno v tabulce 2.

znak	kódové slovo
A	1
B	001
C	01
D	000

Tab. 2 Přiřazení kódových slov Huffmanovým kódováním

Pokud tedy zpráva začíná například znaky **CABAD**, její kód bude začínat bity 0110011000. Díky tomu, že je Huffmanův kód prefixový, není potřeba uchovávat informaci o tom, kde končí jedno kódové slovo a začíná druhé. Při dekódování totiž postupujeme tak, že čteme jednotlivé bity zleva doprava a na základě toho, co jsme si řekli v předchozím odstavci, se rozhodujeme, zdali jsme přečetli celé kódové slovo, nebo jestli je potřeba přečíst další bit. Konkrétně tedy v zakódované zprávě začínající posloupností bitů 0110011000 přečteme (zleva) první bit, který říká, že se jistě nejedná o znak A, musí to tedy být jeden ze znaků B, C, D. Po přečtení druhého bitu však okamžitě zjistíme, že se jedná o znak C. Poté pokračujeme stejným způsobem se zbývajících bity zakódované zprávy.

Vraťme se ještě na chvíli k průměrné informaci. Uvedli jsme, že hodnota E (tedy průměrná informace na jeden znak zprávy) udává teoretickou mez průměrné délky kódového slova libovolného prefixového kódování. Dále jsem také řekli, že se Huffmanovo kódování k této mezi přibližuje nejvíce.

Kódová slova znázorněná v tabulce 1 mají délku 2 bity. Průměrná délka kódového slova na znak (zprávy o 100 znacích, o které jsme mluvili na začátku) je tedy také 2 bity. Průměrná délka kódového slova Huffmanova kódování je však menší. Pokud symbolem d_A označíme délku kódového slova znaku A (a podobně pro další znaky), pak můžeme průměrnou délku kódového slova vypočítat jako

$$\frac{P_A \cdot d_A + P_B \cdot d_B + P_C \cdot d_C + P_D \cdot d_D}{P_A + P_B + P_C + P_D} =$$

$$= 0,4 \cdot 1 + 0,2 \cdot 3 + 0,34 \cdot 2 + 0,06 \cdot 3 = 1,86 \text{ bitu.}$$

Průměrná informace na jeden znak je rovna přibližně $E = 1,77$ bitu, Huffmanovo kódování se tedy k této hodnotě blíží více než jednoduché kódování uvedené v tabulce 1. Zakódováním zprávy o 100 znacích pomocí Huffmanova kódování tak obdržíme řetězec o délce pouze 186 bitů (oproti zmíněným 200 bitů pomocí jednoduchého kódování). Huffmanovo kódování je tedy skutečně efektivnější.

Huffmanovo kódování má v informatice široké uplatnění. Používá se například v závěrečné fázi algoritmu JPEG, který slouží pro ztrátovou kompresi obrázků (zejména fotografií). Dále je Huffmanovo kódování použito v bezetrátovém kompresním algoritmu Deflate,⁵ který je základem známého obrazového formátu PNG a také souborového formátu ZIP.

Jak jsme mohli v předchozím textu vidět, základní pojmy teorie informace jsou založeny na jednoduchých úvahách. Pro jejich pochopení není třeba složité matematiky, vystačíme si pouze se základy počtu pravděpodobnosti. Navzdory tomu teorie informace zasahuje do mnoha oblastí informatiky (komprese dat, šifrování, teorie složitosti, zpracování přirozeného jazyka, atd.), aplikované matematiky, fyziky a elektrotechniky.

Literatura

- [1] *Cover, T. M. – Thomas, J. A.*: Elements of Information Theory. Wiley-Interscience, New York, 1991.
- [2] *Huffman, D.*: A Method for the Construction of Minimum-Redundancy Codes. In: Proceedings of the IRE 40 (1952), č. 9, s. 1098–1101.
- [3] *Reza, F. M.*: An Introduction to Information Theory. Dover Publications, New York, 2010.
- [4] *Shannon, C. E.* : A Mathematical Theory of Communication. Bell System Technical Journal 27 (1948), č. 3, s. 379–423.
- [5] *Vajda, I.*: Teorie informace. Nakl. ČVUT, Praha, 2004.
- [6] *Wiener, N.*: Kybernetika a společnost. Nakl. ČSAV, Praha, 1963.

(Autorkou úvodní ilustrace je Mgr. Jaroslava Palzerová.)

⁵Algoritmus Deflate, který je kvůli své univerzálnosti někdy nazýván „švýcarským nožem komprese“, kombinuje Huffmanovo kódování a kompresní metodu LZ77. Autorem tohoto algoritmu je Phillip Walter Katz (1962–2000), poněkud tragická postava geniálního, alkoholem však zruinovaného programátora. Více informací o algoritmu Deflate je možné najít na stránkách IEEE Global History Network http://ieeeghn.org/wiki/index.php/History_of_Lossless_Data_Compression_Algorithms.

Slovník

REDAKCE

Ukážeme si dnes řešení jedné úlohy ze středoškolské programátorské soutěže, která sice proběhla už před několika lety, ale sama úloha nic neztratila ze své zajímavosti:

V textovém souboru `Slovník.dat` se v řádcích nacházejí dvojice slov v českém a v anglickém jazyce. Slova jsou oddělena čárkou bez mezer. Příklad takového souboru:

```
bily,white  
cerny,black  
cerveny,red  
modry,blue  
zeleny,green
```

Úkolem je sestavit program, který k českému slovu zadanému na klávesnici nalezne odpovídající anglické slovo, pokud je ve slovníku (pokud zadané české slovo ve slovníku není, program to sdělí). Předpokládá se takový rozsah slovníku, že se nedá načíst do paměti.

Předvedeme si programy dvou úspěšných účastníků soutěže. První autor si uvědomil, že není stanoveno, jakými písmeny je slovník zapsán, a proto vše (i zadané české slovo) převádí na velká písmena, jen výsledné anglické slovo ponechává na výstupu ve tvaru, jak je uvedeno ve slovníku. Část programu začínající řádkem „základní cyklus“ tvoří cyklus čtení a zpracování jednotlivých řádků souboru. Po přečtení řádku do řetězcové proměnné `S` se testuje, zda první část textu (až po čárku) se shoduje se zadaným českým slovem (vše ve velkých písmenech). V záporném případě se jde na čtení dalšího řádku souboru, v kladném případě se vytvoří v proměnné `Ang` druhá část řádku ze slovníku, tj. anglický překlad slova, který se vypíše a chod programu se ihned ukončí příkazem `Halt`. Pokud celý cyklus proběhne bez nalezení zadaného českého slova, vystoupí text „není ve slovníku“.

```
program SlovníkA;  
var  
  F: Text;  
  I: Integer;  
  Ces, Ang, S, T: string;
```

```

begin {program}
  Assign(F, 'Slovník.dat');
  Reset(F);
  Write('Překlad do angličtiny; české slovo: ');
  ReadLn(Ces);
  for I := 1 to Length(Ces) do
    Ces[I] := UpCase(Ces[I]);
  Ang := '';
  while not Eof(F) do {základní cyklus}
  begin
    ReadLn(F, S);
    I := 1;
    while (S[I] <> ',') and (I < Length(S)) do
      I := I + 1;
    T := Copy(S, 1, I - 1);
    for I := 1 to Length(T) do
      T[I] := UpCase(T[I]);
    if T = Ces then
      begin
        for I := Length(T) + 2 to Length(S) do
          Ang := Ang + S[I];
        WriteLn('znací anglicky: ', Ang);
        ReadLn;
        Halt
      end
    end;
    WriteLn('není ve slovníku');
    ReadLn
  end. {program}

```

Druhý autor postupuje v podstatě podobně, i když se jeho postup formálně odlišuje tím, že veškeré práce kolem zjišťování anglického překladu shrnul do procedury **Preloz**. V této proceduře je opět spuštěn „základní cyklus“ čtení řádků, který je tentokrát ukončen nejen koncem souboru, ale i nalezením hledaného řádku (začínajícího zadaným českým slovem). Do proměnné **Cast** se v každém řádku vytváří první část textu (až po čárku) a testuje se, zda je shodná se zadaným českým výrazem **Ces**. Pokud ne a není konec slovníku, cyklus pokračuje zpracováním dalšího řádku slovníku, pokud ano, cyklus končí. Když se dojde až na konec souboru bez nalezení slova ve slovníku, vystoupí text „není ve slovníku“. Byla-li nalezena správná česká část, najde se v právě načteném řádku anglický ekvivalent (druhá část textu – uloží se opět do proměnné **Cast**), který je pak vypsán. Všimněte si, že po zadání slova „Bílý“ (tj. s velkým počátečním „B“) odpoví tento program „není ve slovníku“.

```

program SlovníkB;
var
  Ces, Ang: string;
procedure Prelož(Zadano: string; var Překlad: string);
var
  I, Delka: Integer;
  S, Cast: string;
  F: Text;
begin
  Assign(F, 'Slovník.dat');
  Reset(F);
  repeat {základní cyklus}
    Cast := '';
    I := 0;
    ReadLn(F, S);
    repeat
      I := I + 1;
      Cast := Cast + S[I]
    until S[I + 1] = ',';
    Delka := Length(S);
    if Eof(F) then
      Překlad := 'není ve slovníku';
  until (Zadano = Cast) or Eof(F);
  if Zadano = Cast then
    begin
      I := I + 1;
      Cast := '';
      repeat
        I := I + 1;
        Cast := Cast + S[I]
      until I = Delka;
      Překlad := 'anglický znací: ' + Cast
    end;
  close(F)
end; {Prelož}
begin {program}
  Write('Překlad do angličtiny; české slovo: ');
  ReadLn(Ces);
  Prelož(Ces, Ang);
  WriteLn(Ang);
  ReadLn
end. {program}

```

Obě studentská řešení jsou si dosti podobná, na prvním jsme ocenili vyřešení problému s malými a velkými písmeny, kladem druhého je dekompozice při návrhu programu (vydělení vlastního překladu slova do sa-

mostatné procedury). Vhodnější by ovšem bylo, kdyby procedura **Preloz** vracela ve svém výstupním parametru prostý překlad českého slova zadaného v prvním parametru a až hlavní program by při vypisování výsledku určoval, jaký doprovodný text se vypíše.

Vlastní zpracování řádku ze slovníku provádějí oba autoři podobným způsobem tak, že českou i anglickou část řádku sestavují postupně po jednotlivých znacích. Zde by se jako vhodná alternativa nabízela možnost využít některé ze standardních procedur a funkcí pro práci se znakovými řetězci. Polohu oddělovací čárky na řádku zjistíme snadno voláním funkce **Pos**, ze znalostí této polohy pak českou i anglickou část řádku získáme vždy jedním voláním funkce **Copy**.

ZPRÁVY

Ústřední kolo 64. ročníku MO (kategorie A)

Ústřední kolo 64. ročníku Matematické olympiády v kategoriích A a P se v letošním školním roce konalo v Praze. Organizací soutěže v obou kategoriích bylo Ústřední komisí Matematické olympiády pověřeno Gymnázium Christiana Dopplera v Praze 5. Finále naší nejstarší předmětové soutěže v kategorii A se přitom uskutečnilo v termínu 22. – 25. března 2015, přitom slavnostní zahájení soutěže proběhlo v neděli 22. 3. nevečer v Rezidenci primátora hl. m. Prahy za přítomnosti zástupců magistrátu hlavního města, vedení GChD v Praze 5, předsedy JČMF *RNDr. Josefa Kubáta*, dále *prof. RNDr. Jana Kratochvíla, CSc.*, děkana MFF UK v Praze a *prof. Ing. Pavla Tvrdika, CSc.*, děkana FIT ČVUT v Praze.

Na základě jednotné koordinace úloh krajského (II.) kola v kategorii A pozvala Ústřední komise MO k účasti ve III. kole nejlepších 45 úspěšných řešitelů II. kola z celé České republiky. Mezi nimi bylo 6 dívek. Soutěžními dny byly letos 23. a 24.

březen 2015. Na řešení obou trojic soutěžních úloh měli žáci již tradičně vyhrazeny vždy 4,5 hodiny čistého času. Za každou úlohu mohli přitom soutěžící získat maximálně 7 bodů (s celočíselnými hodnotami).

Organizátoři ústředního kola připravili pro soutěžící a členy ústřední komise MO již tradičně zajímavý doprovodný program. Odpoledne po prvním soutěžním dnu absolvovali všichni účastníci III. kola společnou procházku centrem Prahy, vedenou doc. Alenou Šolcovou, která byla zaměřena na místa spojená s pobytem významných matematických a fyzikálních osobností v Praze. Poté byli členové ÚK MO přijati vedením pořadatelské školy v její budově a večer pak navštívili představení Studia Ypsilon „Škaredá středa aneb Teta z Halifaxu“. Odpoledne po druhém soutěžním dnu navštívili účastníci ústředního kola pražské planetárium.

Ubytování a stravování pro všechny soutěžící a členy ÚK MO bylo zajištěno v komfortním prostředí hotelu Pramen, které je součástí rozsáhlého školského komplexu SOU gastronomie a podnikání v Praze–Hloubětíně. Ve velkém konferenčním sále hotelu proběhla po oba dny také vlastní soutěž.

Slavnostní vyhlášení výsledků a předání cen nejlepším účastníkům III. kola

soutěže proběhlo za přítomnosti zástupců ČEZu ve středu 25. března 2015 dopoledne v Brožíkově síni Staroměstské radnice. Předseda ÚK MO *doc. Jaromír Šimša* ve svém závěrečném projevu poděkoval celému týmu organizátorů III. kola v kategorii A v čele s ředitelkou Gymnázia Christiana Dopplera v Praze 5 *Mgr. Renatou Pauchovou* a předsedovi Krajské komise MO v Praze *doc. Jaroslavu Zhouřovi* za skvělou přípravu a zdařilý průběh ústředního kola 64. ročníku MO v kategorii A.

Závěrem uvádíme texty soutěžních úloh ústředního kola a také přehled vítězů a úspěšných řešitelů 64. ročníku MO v kategorii A.

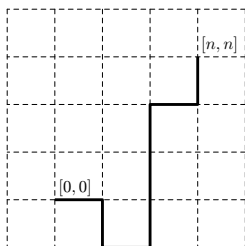
23. března 2015

1. Najděte všechna čtyřmístná čísla n taková, že zároveň platí:
 - (i) číslo n je součinem tří různých prvočísel;
 - (ii) součet nejmenších dvou z těchto prvočísel je roven rozdílu největších dvou z nich;
 - (iii) součet všech tří prvočísel je roven druhé mocnině jiného prvočísla.

Radek Horenský

2. Pro dané přirozené číslo n určete počet cest délky $2n + 2$ z bodu $[0, 0]$ do bodu $[n, n]$, které žádným bodem neprocházejí vícekrát. Cestou délky $2n + 2$ z bodu $[0, 0]$ do bodu $[n, n]$ rozumíme $(2n + 2)$ -člennou posloupnost

$A_0 A_1, A_1 A_2, A_2 A_3, \dots, A_{2n+1} A_{2n+2}$ úseček spojujících dva sousední mřížové body; $A_0 = [0, 0]$, $A_{2n+2} = [n, n]$.



Pavel Novotný

3. V libovolném trojúhelníku ABC , ve kterém těžnice z vrcholu C není kolmá na stranu CA ani na stranu CB , označme X a Y průsečíky osy této těžnice s přímkami CA a CB . Najděte všechny takové trojúhelníky ABC , pro něž body A, B, X, Y leží na téže kružnici.

Ján Mazák

24. března 2015

4. V oboru reálných čísel řešte soustavu rovnic

$$a(b^2 + c) = c(c + ab),$$

$$b(c^2 + a) = a(a + bc),$$

$$c(a^2 + b) = b(b + ca).$$

Michal Rolínek

5. Je dán trojúhelník ABC , jehož každé dvě strany se liší aspoň o délku $d > 0$. Označme T jeho těžiště, I střed kružnice vepsané a ρ její poloměr. Dokažte, že

$$S_{AIT} + S_{BIT} + S_{CIT} \geq \frac{2}{3} d \rho,$$

kde S_{XYZ} značí obsah trojúhelníku XYZ .

Michal Rolínek

6. Je dáno přirozené číslo $n > 2$. Určete největší celé číslo d , pro něž platí následující tvrzení: Z libovolné n -prvkové množiny celých čísel lze vybrat tři různé neprázdné podmnožiny tak, že součet prvků každé z nich je celočíselným násobkem čísla d . (Vybrané podmnožiny mohou mít společné prvky.)

Jaromír Šimša

Výsledková listina ústředního kola 64. ročníku MO v kategorii A

Vítězové:

1. *Radovan Švarc* (8/8, G Česká Třebová) 42 b., 2. *Pavel Turek* (6/8, G Olomouc-Hejčín) 42 b., 3. *Tomáš Fiala* (8/8, G Ledec n. S.) 39 b., 4. *Vojtěch Dvořák*

(8/8, GJGJ Praha 1) 35 b., 5. *Václav Rozhoň* (8/8, GJVJ České Budějovice) 34 b., 6. *Jan Soukup* (8/8, GJV Klatovy) 32 b., 7. *Matěj Konečný* (8/8, G České Budějovice, Jirovcova) 30 b., 8. *Marian Poljak* (7/8, GJS Přerov) 29 b., 9. *Filip Bialas* (6/8, G Opatov, Praha 4) 26 b., 10. *Jan Jurka* 4/4, GML Brno) 20 b., 11. *Viktor Němeček* (8/8, G Jihlava) 20 b., 12. *Karolína Kuchyňová* (4/4, GML Brno) 20 b.

Úspěšní řešitelé:

13. *Petr Vincena* (8/8, GJS Přerov) 18 b., 14. *Jan Šorm* (7/8, G Brno, tř. Kpt. Jaroše) 17 b., 15. *Vojtěch Suchánek* (8/8, G Brno, tř. Kpt. Jaroše) 17 b., 16. *Lucien Šíma* (7/8, PORG, Praha 8) 17 b., 17. *Daniël Pišťák* (7/8, GChD Praha 5) 17 b., 18. *Vojtěch Lukeš* (7/8, GLP Plzeň) 16 b., 19. *Dominik Beck* (4/4, G Semily) 14 b., 20. *Martin Zahradníček* (8/8, G Šlapanice) 14 b., 21. *Martin Surma* (8/8, GJW Prostějov) 13 b., 22. *Jan Petr* (6/8, GJK Praha 6) 12 b., 23. *Ester Sgallová* (7/8, GChD Praha 5) 12 b.

K účasti na výběrovém soustředění před 56. Mezinárodní matematické olympiády (IMO), které se konalo v polovině dubna v Kostelci nad Černými lesy, bylo pozváno 9 nejlepších soutěžících ústředního kola. Z nich pak bylo vybráno šestičlenné reprezentační družstvo pro aktuální ročník IMO, který se uskutečnil 4.–16. července 2015 v Thajsku (v Chiang Mai). Na tomto soustředění bylo rovněž vybráno šestičlenné družstvo (sestavené z dalších úspěšných řešitelů a úspěšných účastníků ústředního kola – nematurantů) pro 9. ročník Středoevropské MO (MEMO), která se bude konat v posledním srpnovém týdnu 2015 ve slovinském Koperu.

Zprávy o účasti českých reprezentačních týmů na 56. IMO a na 9. MEMO najdete v této rubrice v některém z následujících čísel.

Jaroslav Švrček

Ústřední kolo 64. ročníku MO (kategorie P)

Ústřední kolo 64. ročníku Matematické olympiády kategorie P (programování) se konalo v Praze ve dnech 25.–27. 3. 2015. Navazovalo jako obvykle na ústřední kolo MO kategorie A. Hned třináct studentů letos postoupilo do ústředního kola v obou těchto vrcholných kategoriích MO, což je nejvyšší počet v historii olympiády. Mohli tak absolvovat obě soutěže na jednom místě a v průběhu jednoho týdne. Celé ústřední kolo Matematické olympiády výborně připravili a organizačně zajistili pracovníci Gymnázia Christiana Dopplera v Praze 5. Teoretická část soutěže probíhala v konferenčních prostorách hotelu Pramen, jehož provoz zajišťuje Střední odborné učiliště gastronomie a podnikání. V tomto hotelu byli účastníci olympiády také ubytováni. Pro uspořádání praktické části kategorie P jsme využili počítačové učebny v budově pořádajícího gymnázia.

Soutěžní úlohy pro všechna kola letošního ročníku MO kategorie P připravili pracovníci Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze. Tvořili také převážnou část týmu, který se při soutěži staral o opravování a vyhodnocení odevzdaných řešení a přípravu soutěžního prostředí pro praktickou část soutěže.

V letošním ročníku olympiády jsme poprvé použili nový soutěžní systém CMS, který je využíván i při mezinárodních olympiádách v informatice. Soutěžící se systémem komunikují prostřednictvím webového rozhraní. Mohou touto cestou klást dotazy k úlohám, odevzdávat svá vypracovaná řešení soutěžních úloh a zpětně se také dozvídají, jak byla jejich odevzdaná řešení ohodnocena.

K účasti v letošním ústředním kole MO kategorie P bylo pozváno 30 nejlepších úspěšných řešitelů krajských kol. Všichni pozvaní se soutěže zúčastnili. Největší zastoupení měl Jihomoravský kraj s šesti účastníky, z Prahy bylo pět soutěžících,

Jihočeský, Olomoucký a Plzeňský kraj byly zastoupeny vždy čtyřmi účastníky.

V prvním soutěžním dnu studenti řešili ve vymezeném čase 4,5 hodiny tři teoretické úlohy. Tato část soutěže má podobný charakter jako krajské kolo, zadané soutěžní úlohy jsou zaměřeny na návrh efektivního algoritmu. Jedna z nich již tradičně využívá nějaký neobvyklý výpočetní model, který je zaveden pro celý ročník soutěže již v domácím kole a každý rok je jiný.

Druhý soutěžní den je praktický a probíhá v počítačových učebnách. Každý soutěžící pracuje na přiděleném osobním počítači se soutěžním prostředím a v průběhu 4,5 hodiny má za úkol vyřešit dvě úlohy. Řešení praktických úloh je třeba dovést až do podoby odladěných, plně funkčních programů. Odevzdané programy jsou již v průběhu soutěže okamžitě testovány pomocí předem připravené sady testovacích vstupních dat. Tak se hodnotí nejen jejich správnost, ale pomocí nastavených časových limitů také rychlost výpočtu. Tímto způsobem lze v bodovém hodnocení odlišit kvalitu různých řešení z hlediska časové složitosti zvoleného algoritmu. Řešitelé se průběžně dozvídají ohodnocení svých řešení a mají možnost řešení opravit a odevzdat ho opakovaně vícekrát. Nikdo ovšem během soutěže nevidí výsledky ostatních soutěžících. Praktická část ústředního kola MO kategorie P probíhá za obdobných podmínek a podle stejných pravidel, jako jsou organizovány i mezinárodní středškolské olympiády v informatice.

Za každou teoretickou úlohu bylo možné získat nejvýše 10 bodů, za každou z praktických úloh až 15 bodů. Celkem tedy mohl soutěžící obdržet maximálně 60 bodů. Podle součtu dosažených bodů se stanoví výsledné pořadí, přičemž se ještě podle pomocných pravidel stanoví vzájemné pořadí těch soutěžících, kteří získali stejný počet bodů.

Podle zásad organizačního řádu Matematické olympiády byli úspěšnými řešiteli vyhlášeni studenti, kteří se umístili na prv-

ních 15 místech celkového pořadí. Z těchto patnácti úspěšných řešitelů bylo sedm nejlepších vyhlášeno vítězi ústředního kola.

Výsledková listina ústředního kola 64. ročníku MO v kategorii P

Vítězové:

1. Václav Rozhoň, 8/8, G J. V. Jirsíka, České Budějovice, 55 b, 2. Filip Bialas, 4/6, G Opatov, Praha 4, 50 b, 3. Matěj Konečný, 8/8, G Jírovcova, České Budějovice, 48 b, 4. Jan Soukup, 8/8, G J. Vrchlického, Klatovy, 44 b, 5. Dalimil Hájek, 4/4, G J. Keplera, Praha 6, 44 b, 6. Jan Knížek, 4/4, G Strakonice, 38 b, 7. Václav Volhejn, 6/8, G J. Keplera, Praha 6, 38 b.

Úspěšní řešitelé:

8. Jan Pokorný, 7/8, G a OA Bučovice, 37 b, 9. Radovan Švarc, 8/8, G Česká Třebová, 36 b, 10. Anna Gajdová, 6/6, G F. Palackého, Valašské Meziříčí, 35 b, 11. Martin Zahradníček, 8/8, G Šlapanice, 34 b, 12. Jan Gocník, 7/8, G J. Škody, Přerov, 33 b, 13. Adam Matoušek, 8/8, G Šlapanice, 31 b, 14. Marek Černý, 8/8, G J. Ressela, Chrudim, 31 b, 15. Vojtěch Lukeš, 7/8, G L. Píka, Plzeň, 31 b.

Ostatní účastníci:

Richard Hladík, 6/8, G a OA Mariánské Lázně, 30 b, Jan Priessnitz, 6/8, G tř. Kpt. Jaroše, Brno, 29 b, Jan Tománek, 8/8, G Pelhřimov, 28 b, Ivana Krumlová, 6/8, G tř. Kpt. Jaroše, Brno, 27 b, Pavel Turek, 6/8, G Olomouc-Hejčín, 26 b, Martin Scheubrein, 7/8, G Třebíč, 24 b, Přemysl Štastný, 6/8, G Žamberk, 24 b, Petr Vincena, 8/8, G J. Škody, Přerov, 24 b, Jakub Tětek, 5/8, Církevní gymnázium, Plzeň, 21 b, Michal Převrátil, 4/6, G J. Vrchlického, Klatovy, 20 b, Marian Poljak, 7/8, G J. Škody, Přerov, 19 b, Petr Zelina, 6/8, G tř. Kpt. Jaroše, Brno, 19 b, Tomáš Konečný, 6/8, G J. V. Jirsíka, České Budějovice, 12 b, Vít Fojtík, 8/8, G Ústavní, Praha 8, 8 b, David Blažek, 2/4, SPŠE V Úžlabině, Praha 10, 7 b.

Na základě výsledků dosažených v 64. ročníku MO kategorie P, byli vybráni čtyři nejlepší řešitelé, aby reprezentovali Českou republiku na 27. mezinárodní olympiádě v informatice IOI 2015. Soutěž se uskuteční v červenci 2015 ve městě Almaty v Kazachstánu. Další čtyři mladší úspěšní řešitelé ústředního kola z řad nematurantů se zúčastní 22. středoevropské olympiády v informatice CEOI 2015. Ta se bude tentokrát konat v České republice v Brně a začne již na konci června 2015.

Další informace o ústředním kole 64. ročníku Matematické olympiády najdete na adrese <http://www.gchd.cz/mo/>. Podrobné informace o celém 64. ročníku Matematické olympiády kategorie P, kompletní výsledková listina, texty soutěžních úloh a jejich vzorová řešení jsou dostupné na adrese <http://mo.mff.cuni.cz/>. Na stejném místě se můžete seznámit i se staršími ročníky této soutěže a také se všemi aktuálními informacemi týkajícími se kategorie P Matematické olympiády.

Pavel Töpfer

Celostátní kolo FO 2015

Uspořádání celostátního kola kategorie A 56. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2014/2015 vzalo na svá bedra nejstarší českobudějovické gymnázium, Gymnázium Jana Valeriána Jirsíka (www.gjvj.cz), ve spolupráci s Katedrou aplikované fyziky a techniky Pedagogické fakulty Jihočeské Univerzity (www.pf.jcu.cz/structure/departments/kaft/). Nad soutěží převzali záštitu ministr průmyslu a obchodu Ing. Jan Mládek, CSc., rektor Jihočeské univerzity prof. RNDr. Libor Grubhoffer, CSc., děkan Pedagogické fakulty JU Mgr. Michal Vančura, Ph.D., hejtman Jihočeského kraje Mgr. Jiří Zimola, primátor Českých Budějovic Ing. Jiří Svoboda a radní Jihočeského kraje pro oblast školství JUDr. Tomeš Vytiska. Na základě krajských kol

soutěže, jež proběhla 23. 1. 2015, bylo pozváno 50 řešitelů, z nichž 47 přijelo změřit své síly na jih Čech.

Při slavnostním zahájení večer 17. 2. v aule Pedagogické fakulty bylo vzpomenu i dvou výrazných osobností, o které Fyzikální olympiáda neočekávaně přišla v roce 2014 – dlouholetého předsedu a doslova symbol soutěže prof. RNDr. Ivo Volfa, CSc., který systematické přípravě fyzikálních talentů věnoval celý život a velkou část tvůrčích sil, a pečlivého redaktora a autora úloh PaedDr. Přemysla Šedivého. Navazovat na jejich práci je nepochybně velkým závazkem a výzvou k pokračování do budoucna.

V úterý 18. 2. dopoledne čekaly soutěžící čtyři teoretické úlohy, s nimiž se museli vypořádat během pěti hodin. Autorem první, třetí a čtvrté byl RNDr. Jan Thomas (První české gymnázium Karlovy Vary), autorem druhé, stejně jako studijního textu [1], Martin Kapoun (Gymnázium J. Keplera Praha). První úloha s názvem *Rozjždění automobilu* se zabývala rozjžděním automobilu, jehož kola po určitou dobu prokluzují. Řešitelé za ni získali v průměru nejméně, konkrétně 4,10 bodu z deseti možných a podle názoru poroty nejoriginálnější řešení vypracoval Tomáš Fiala (G, SOŠ a VOŠ Ledeč nad Sázavou). Druhá úloha s názvem *Kvantový plyn* věnovaná určení de Broglieho vlnové délky a modelu elektronového plynu byla naopak podle průměru 7,74 bodu soutěžícím nejbližší; porota ocenila zejména postup Štěpána Marka (G J. Keplera Praha). Třetí úloha *Žárovky v síti* vyžadovala vyřešení nekonečné sítě žárovek na základě voltampérové charakteristiky a soutěžící získali v průměru 4,80 bodu; nejvíce zaujalo řešení Václava Mířátského (G Pelhřimov). Čtvrtá úloha s názvem *Přepínání kondenzátorů* vynesla soutěžícím v průměru 4,24 bodu a porota ocenila jako nejzdařilejší přístup Vladimíra Jerábka (G M. Koperníka Bilovec). Závěrečnou redakci zadání i autorského řešení úloh letos provedl

RNDr. Jan Šlégr, Ph.D. (Přírodovědecká fakulta Univerzity Hradec Králové).

Souběžně s řešením teoretických úloh proběhlo v budově Gymnázia J. V. Jirsíka i zasedání ÚKFO, na němž byl předsedou jednomyslně zvolen *RNDr. Jan Kříž, Ph.D.* (PřF Univerzity Hradec Králové).

Ve středu 19. 2. dopoledne soutěžící ve dvou skupinách řešili praktickou úlohu *Studium tlumených kmitů v U-trubicí*, kterou navrhl a připravil *doc. PaedDr. Jiří Tesař, Ph.D.* (Pedagogická fakulta JU). Soutěžící získali v průměru 14,98 bodu, dva vybojovali plný bodový zisk a nejlepším experimentátorem porota vyhlásila *Jakuba Slámu* (G Opatov Praha).

K celostátnímu kolu tradičně patří i bohatý navazující program, který zahrnoval exkurze do JE Temelín a závodu firmy Robert Bosch, spol. s r. o. i odborné přednášky – ve středu večer na téma „Nobelova cena a jak ji získat“ (*prof. RNDr. Tomáš Polívka, CSc.*, Přírodovědecká fakulta JU) a ve čtvrtek večer na téma „Fyzika částic, nejen CERN a Higgsov boson“ (*doc. RNDr. Jiří Dolejší, CSc.*, MFF UK Praha).

Ke slavnostnímu vyhlášení výsledků se řešitelé i členové ústřední komise sešli v pátek 20. 2. opět v aule Pedagogické fakulty JU. Uvedme základní statistické údaje: 11 účastníků se stalo vítězi, 24 úspěšnými řešiteli a 12 účastníky soutěže. Celkové průměrné hodnocení všech úloh bylo 35,22 bodu, tj. 58,7 % z možných 60 bodů. Na vítěze kromě zajímavých cen čekala i pozvánka na výběrové soustředění pořádané Katedrou fyziky Přírodovědecké fakulty Univerzity Hradec Králové, z něhož vzejde pětice reprezentantů na 46. Mezinárodní fyzikální olympiáde, která proběhne 5.–12. 7. 2015 v indické Bombaji (viz <http://www.ipho2015.in>). Pomyslnou zlatou medaili vybojoval *Tomáš Fiala* (G, SOŠ a VOŠ Ledec nad Sázavou), stříbrnou *Daniel Demovič* (G J. Keplera Praha) a bronzovou *Matěj Konečný* (G České Budějovice, Jírovcova).



Předseda ÚKFO *RNDr. Jan Kříž, Ph.D.* vyhláší výsledky soutěže (© Archiv JU)

Uspořádání celostátního kola je nemyslitelné bez podpory a pomoci řady organizací a společností v regionu. Kromě firem ČEZ, Robert Bosch, s.r.o. a nakladatelství Prometheus uveďme Jihočeský kraj, město České Budějovice. Své prostory a kapacity poskytly Gymnázium J. V. Jirsíka, Jihočeská univerzita, SŠ a VOŠ cestovního ruchu a Dům mládeže Holečkova ulice, v jehož prostorách byli účastníci po dobu soutěže ubytováni. Zvláštní uznání zaslouží tým organizátorů celostátního kola z G J. V. Jirsíka pod vedením *Mgr. Jana Ptáčníka* a *Mgr. Jaroslava Koreše Ph.D.*, s kolektivem Katedry aplikované fyziky a techniky Pedagogické fakulty Jihočeské univerzity pod vedením *RNDr. Pavla Kříže, Ph.D.* a *doc. RNDr. Josefa Blažka, CSc.*, kteří měli lví podíl na hladkém průběhu akce a příjemné pracovní atmosféře.

Příští školní rok přebírá organizátorskou štafetu 57. ročníku FO Moravskoslezský kraj, konkrétně Gymnázium Mikoláše Koperníka v Bílovci. Zájemci a příznivci soutěže najdou všechny potřebné informace včetně zadání i řešení úloh na internetových stránkách ÚKFO www.fyzikalniolympiada.cz.

Literatura

- [1] *Kapoun, M.*: Atomy. Knihovnička FO, č. 88. MAFY, Hradec Králové, 2012. Dostupné na: <http://fyzikalniolympiada.cz/texty/atomy.pdf>.

Výsledková listina celostátního kola

Program Excellence středních škol (<http://excellence.nidm.cz>) vyžaduje stanovit jednoznačné pořadí soutěžících se stejným počtem bodů. Jako pomocné kritérium slouží tzv. modifikované body (mb), které jsou vypočteny podle vztahu

$$\text{mb} = \sum_i b_i \left(b_i^m - \bar{b}_i \right),$$

kde b_i je bodový zisk soutěžícího z dané i -té úlohy, b_i^m je maximální možný počet bodů za danou úlohu (10 b u teoretických úloh, 20 b za praktickou úlohu) a $\bar{b}_i$ je průměrný bodový zisk z dané úlohy.

Vítězové

1. Tomáš Fiala (G, SOŠ a VOŠ Ledec nad Sázavou, 56,5 b, 276.71 mb), 2. Daniel Demovič (G J. Keplera Praha 6, 55,0 b, 274.80 mb), 3. Matěj Konečný (G České Budějovice, Jírovцова, 54,0 b, 267.58 mb), 4. Jan Soukup (G J. Vrchlického Klatovy, 54,0 b, 262.42 mb), 5. Václav Rozhoň (G J. V. Jirsíka České Budějovice, 53,5 b, 260.91 mb), 6. Jakub Dolejší (G B. Němcové Hradec Králové, 53,0 b, 255.56 mb), 7. Václav Mírátský (G Pelhřimov, 52,0 b, 248.91 mb), 8. Lukáš Honsa (G České Budějovice, Jírovцова, 48,5 b, 232.70 mb), 9. Vladislav Wohlrath (G a SOŠ Rokycany, 48,5 b, 228.34 mb), 10. Filip Bielas (G Opatov Praha, 48,0 b, 230.77 mb), 11. Jiří Kučera (G J. Keplera Praha 6, 48,0 b, 226.54 mb).

Úspěšní řešitelé

12. Zdeněk Turek (G a SOŠ Rokycany, 46,5 b, 218.38 mb), 13. Jakub Sláma (G Opatov Praha, 46,0 b, 215.34 mb), 14. Lukáš Supík (G Třinec, 45,5 b, 214.41 mb), 15. Marek Zmeškal (G Pelhřimov, 44,0 b, 205.60 mb), 16. Jiří Etrych (G Pardubice, Dašická, 43,5 b, 199.68 mb), 17. Dominik Beck (G I. Olbrachtova Semily, 41,5 b, 198.62 mb), 18. Pavel Souček (G B. Hrabala Nymburk, 40,5 b, 207.55 mb), 19. Štěpán Marek (G J. Keplera Praha

6, 38,5 b, 171.31 mb), 20. Kryštof Kolář (G Brno, tř. Kpt. Jaroše, 36,0 b, 156.92 mb), 21. Václav Skála (G J. Vrchlického Klatovy, 34,5 b, 156.10 mb), 22. Benedikt Peťko (G M. Lercha Brno, 34,5 b, 155.18 mb), 23. Šimon Karch (G Havířov-Město, 33,5 b, 152.61 mb), 24. Pavel Peterka (G P. de Coubertina Tábor, 33,5 b, 148.26 mb), 25. Petr Zamazal (G Brno, tř. Kpt. Jaroše, 33,0 b, 147.95 mb), 26. Pavel Kůs (G J. Š. Baara Domažlice, 31,0 b, 132.01 mb), 27. Marian Poljak (G J. Škody Přerov, 30,5 b, 149.33 mb), 28. David Samuel (G Svitavy, 30,5 b, 145.50 mb), 29. Šimon Jelínek (G Jihlava, 30,0 b, 136.75 mb), 30. Martin Vančura (G J. V. Jirsíka České Budějovice, 29,5 b, 135.70 mb), 31. Martin Krov (G České Budějovice, Jírovцова, 29,0 b, 148.85 mb), 32. Jakub Piška (G J. A. Komenského a JŠ Uherský Brod, 28,5 b, 121.10 mb), 33. Vladimír Jeřábek (G M. Kopernika Bílovec, 28,0 b, 140.19 mb), 34. Jan Preiss (G Lovosice, 28,0 b, 118.66 mb), 35. Vojtěch Suchánek (G Brno, tř. Kpt. Jaroše, 27,5 b, 125.95 mb).

Ostatní účastníci

36. Mojmír Poprocký (G M. Lercha Brno, 25,5 b, 118.32 mb), 37. Kateřina Smítalová (G Pardubice, Dašická, 25,5 b, 104.85 mb), 38. Olga Leskovjanová (Masarykovo G, SZŠ a VOŠ Vsetín, 25,0 b, 100.08 mb), 39. Tomáš Kremel (G J. Škody Přerov, 25,0 b, 99.67 mb), 40. Marek Liška (G a SOŠPg Liberec, 24,5 b, 99.14 mb), 41. David Vokrouhlický (G J. Keplera Praha 6, 23,5 b, 94.63 mb), 42. Tomáš Jakubec (G Trutnov, 23,5 b, 93.62 mb), 43. Lucie Fořtová (G P. de Coubertina Tábor, 22,5 b, 100.29 mb), 44. Tomáš Nekvinda (G Litomyšl, 19,5 b, 74.83 mb), 45. Michal Kalousek (G Pardubice, Dašická, 18,0 b, 79.46 mb), 46. Jakub Ryška (G Jihlava, 5,0 b, 17.87 mb), 47. Tomáš Vaniček (G České Budějovice, Jírovцова, 3,5 b, 13.79 mb).

Lukáš Richterek

LITERATURA

Jak připravujeme sami sebe a naše děti o rozum

Vzdělání není pouhým nashromážděním jednotlivých vědomostí, jako není těstem mouka, voda, sůl, kvasnice atd. dohromady naházené.

T. G. Masaryk

Úvodní poznámka redakce. Myšlenky dále uvedené knihy [1] mají širší platnost, ale při jejich čtení si představujte např. výuku matematiky. V našich školách je cílem dalšího rozšiřování a zintenzivňování využívání ICT ve výuce zvýšení její efektivity a přitažlivosti. Ale poslechněme, co říká o ICT „druhá strana“: *Digitální média způsobují závislost, poškozují paměť, berou duševní práci a pro potřeby vzdělávání jsou tedy naprosto nevhodná.* Redakce MFI považuje za užitečné seznámit čtenáře s argumenty tohoto tvrzení.

Digitální média (počítače, smartphony, herní konzole, notebooky a v neposlední řadě i televize) jsou již trvalou součástí naší kultury. Zvyšují nám výkonnost práce, usnadňují život a představují velký zábavný faktor. Náš moderní svět – od zábobování, přes mobilitu a veřejnou správu až po zdravotnictví – by se bez digitálního zpracovávání informací zhroutil. Nemůže nám tedy jít o to, abychom média porazili nebo dokonce odstranili. Ale současně také víme jedno: digitální média nás zbavují vykonávání mnohé duševní práce, mají vysoký závislostní potenciál a v dlouhodobém horizontu poškozují tělo a především mysl, škodí lidskému organizmu.

To, co jsme dříve prováděli jednoduše pomocí vlastního rozumu, nyní obstarává vyspělá technika. Jakmile však přestane vyvíjet duševní úsilí, ochabuje nám paměť. Nervové spoje v mozku odumírají, ty nové nepřežijí, proto jich není

třeba. U dětí a mladistvých vinou digitálních médií dramaticky klesá schopnost učení a výsledkem jsou poruchy pozornosti a čtení, úzkost a otupělost, poruchy spánku a deprese, nadváha, sklony k násilí a celkový úpadek společnosti. Vzniká začarovaný kruh sestávající ze ztráty sebekontroly, postupného duševního i tělesného úpadku, sociálního sestupu, osamění a stresu; snižuje se kvalita života a dochází až k digitální demenci.

Počítače zpracovávají informace, stejně jako učící se lidé. Z toho se mylně vyvozuje, že jsou ideálními učebními pomůckami. Právě proto, že nám digitální média usnadňují duševní práci, nehodí se ve školní výuce ke zvyšování kvality vzdělávání. Přeneseme-li intelektuální práci na digitální média, pak už ji nevykonává náš mozek. Kdo podporuje jejich plošné zavádění do škol, ten by měl nejprve podat důkaz o jejich pozitivních účincích. Takový dostatečný důkaz však neexistuje, naopak četné studie dokládají, že moderní informační technika výuku ve školách, počínaje mateřskými a konče vysokými, vede k povrchnějšímu myšlení, rozptyluje pozornost a navíc má různé nežádoucí vedlejší účinky, sahající od pouhé poruchovosti až po dětskou pornografii a násilí.

Mezinárodní šetření PISA, které shrnovalo údaje od více než 300 000 patnáctiletých žáků, ukazuje, že ti, *kteří nejvíce využívali ve škole osobní počítač, mají také v průměru ty nejhorší školní výsledky.* A protože tradiční školský systém zatím nedokáže změřit rozvoj nových dovedností v oblasti informatiky, je podle zmíněného šetření informační „překlikávání“, k němuž digitální technologie vedou, nejvýznamnějším faktorem pro ztrátu schopnosti dlouhodobého soustředění.

To vše s sebou nese nezměrné nebezpečí, říká jeden z nejvýznamnějších německých badatelů v oblasti neurovědy, vedoucí univerzitní psychiatrické kliniky v Ulmu a hostující profesor na Harvardu *Manfred Spitzer*. Má již na kontě řadu

vydaných knih (Učení: Výzkum mozku a škola života; Pozor, obrazovka! Elektronická média, vývoj mozku, zdraví a společnost; Mentální síla), především však titul *Digitální demence*, který při svém prvním vydání v Mnichově v roce 2012 vzbudil v Německu i anglosaském světě mimořádný ohlas a často rozporné reakce jak mezi rodiči a pedagogy, tak i mezi odbornou veřejností. „Digitální demence – takový nesmysl!“ reagovali kritici, ačkoliv si během okamžiku mohli vygooglovat na internetu asi 8 tisíc německých a 38 tisíc anglických odkazů. Jen v Německu se prodalo 200 000 výtisků tohoto bestselleru a práva na vydání byla prodána zatím do devíti zemí, mezi které patří také Česká republika (v pohotovém překladu Františka Ryčla).



Profesor Spitzer patří mezi ty autory populárně naučné literatury, kteří mají vzácnou schopnost zprostředkovávat čtenářům vědecké výsledky zábavnou a názornou formou. Po několikastránkovém úvodu s názvem „Ohlupuje nás Google?“ předkládá a obhajuje v následujících 14 kapitolách základní tézi: Počítače k lepšímu vzdělání mladých lidí vůbec nepomáhají, nýbrž jim v něm dokonce překážejí nebo v nejlepším případě na něj nemají žádný vliv. Internet je plný negativních sociálních kontaktů, sahajících od předstírání, že jste někdo jiný, přes podvádění až k závažné kriminalitě. Lže se, šikánuje, okrádá, vyvolává se agresivita, štve

se a hanobí. Koho pak udivuje, že sociální sítě způsobují u mladých uživatelů především osamělost, deprese a nedostatek sebeovládání. To samozřejmě vyvolává otázku, proč se nikdo tomu každodennímu ohlu-pování nebrání? Autor je přesvědčen, že odpověď je celkem prostá. Existuje mnoho lidí, kteří digitálními produkty vydělávají spoustu peněz a kterým je osud druhých, včetně dětí, zcela lhostejný. Lze to srovnat s výrobcí a obchodníky se zbraněmi či producenty prokazatelně smrtících tabákových výrobků, využívajících všech možností masového působení reklamy na chování spotřebitelů. A právě tak si počínají i velké koncerny ovládající trh s digitálními médii; Intel, Apple, Google a další globálně působící mamutí společnosti potřebují vydělávat a proto lobbují, podobně jako před časem lobby kuřácké. Překrucují fakta, zamlžují a zatemňují. A dokud se nikdo nevzrušuje, nic se nestane. Za velice povážlivý považuje profesor Spitzer fakt, že zřejmě dokonce ani učitelé nepochopili, co vlastně znamená učit se – osvojovat si vědomosti samostatně, kriticky je ověřovat, zvažovat, ověřovat prameny, skládat jednotlivé dílky do smysluplného celku (viz úvodní citát T. G. Masaryka).

Co tedy lze dělat a jak knihu využít? Začít se dá tím, že problém nebezpečí digitální demence vezme na vědomí více lidí, pro které jsou v publikaci nastíněné konkrétní návrhy, co mohou v této situaci udělat, jednak sami pro sebe, jednak pro svoje děti a všechny ostatní spoluobčany. Vytvoří se také u nás, podobně jako v jiných zemích, vlna kritiky autora a jeho knihy? I to však znamená první krok k nutným změnám a omezením v tomto konzumním způsobu života bez nutnosti vykonávat v něm duševní práci.

Literatura

- [1] *Spitzer, M.: Digitální demence/Jak připravujeme sami sebe a naše děti o rozum. Vyd. Host, Brno, 2014.*

Pojednání o obsahu knihy připravil Bohumil Tesařík