MATEMATIKA

O dvou shodných kružnicích

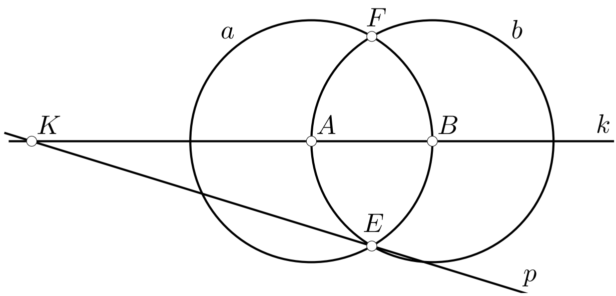
ŠÁRKA GERGELITSOVÁ – TOMÁŠ HOLAN

Matematicko-fyzikální fakulta UK, Praha

V článku ukážeme, že dvě shodné, protínající se kružnice mohou skrývat mnoho zajímavých geometrických vztahů, které lze snadno objevit a dokázat pomocí základních planimetrických znalostí.

Uvažujme dvě shodné kružnice, z nichž každá prochází středem druhé, tj. kružnice $a(A; |AB|), b(B; |AB|)$. Jejich průsečíky označme E, F. Na polopřímce BA (vně obou kružnic) zvolme bod K a uvažujme přímku $p = KE$ (obr. 1).

Pro délky úseček s krajními body v průsečících sestrojených kružnic a přímek dokážeme dále několik zajímavých tvrzení. Značení bodů v uvedených tvrzeních jsou ve shodě se značením na obr. 1 a navazují na sebe.



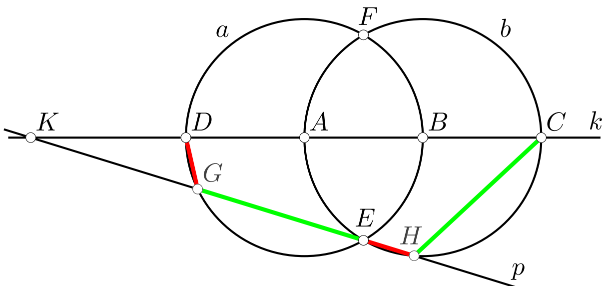
Obr. 1

Tvrzení 1 (o tětivách kružnic)

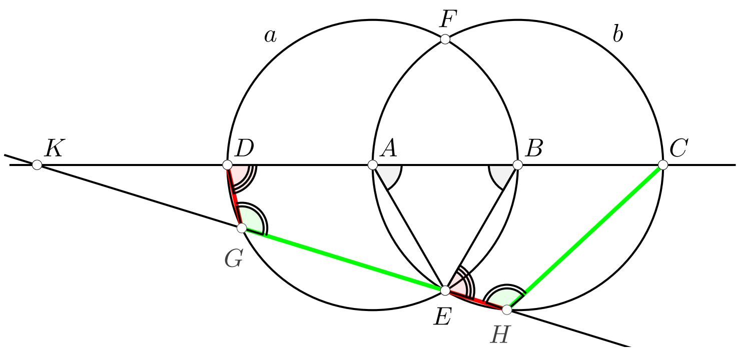
Nechť středná $k = AB$ protíná kružnici a v bodě $D \neq B$ a kružnici b v bodě $C \neq A$. Přímka $p = KE$ protíná kružnici a v bodě $G \neq E$ a kružnici b v bodě $H \neq E$ (obr. 2). Pak platí $|DG| = |EH|$ a současně $|GE| = |HC|$.

Důkaz. Nejprve ukážeme, že čtyřúhelníky $ADGE$, $BEHC$ jsou shodné (obr. 3). Trojúhelníky EAD a CBE jsou shodné, navíc rovnoramenné s úhlem $120°$ při hlavních vrcholech A, B. Označme $|\sphericalangle BDG| = \varphi$. Čtyřúhelník $BDGE$ je tětivový, proto $|\sphericalangle BEG| = 180° - \varphi$ a $|\sphericalangle BEH| = \varphi$. Vzhledem k tomu, že $|\sphericalangle DBE| = 60°$, je $|\sphericalangle DGE| = 120°$. Čtyřúhelník $CAEH$ je také tětivový, a proto $|\sphericalangle EHC| = 120° = |\sphericalangle DGE|$.

Čtyřúhelníky $ADGE$, $BEHC$ jsou tudíž shodné, takže $|DG| = |EH|$ a $|GE| = |HC|$.



Obr. 2 Shodné tětivy

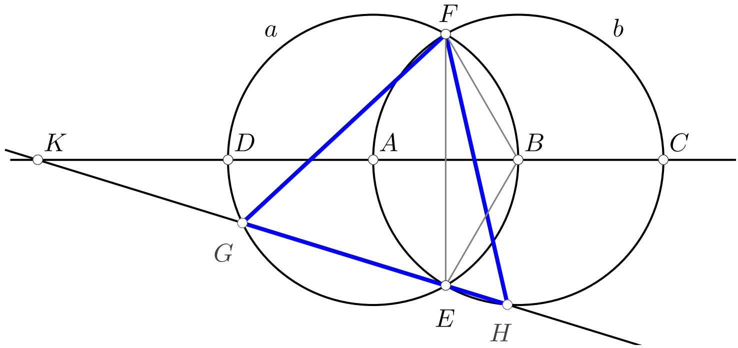


Obr. 3 Shodné čtyřúhelníky

Tvrzení 2

Trojúhelník FGH je rovnostranný (obr. 4).

Důkaz. V důkazu využijeme obvodové úhly. Kružnice a, b jsou shodné a EF je jejich společná tětiva. Body G, H leží na větších obloucích těchto kružnic nad tětivou EF, úhly při vrcholech G, H jsou tudíž shodné. Středové úhly, které těmto obvodovým úhlům odpovídají, mají velikost 120°, proto $|\sphericalangle FGH| = |\sphericalangle GHF| = 60°$ (obr. 4).



Obr. 4 Rovnostranný trojúhelník

Tvrzení 1 a tvrzení 2 jsou ekvivalentní. Úsečky DG a EH jsou tětivy shodných kružnic a bod F leží vždy na větším z oblouků nad těmito tětivami. Proto $|DG| = |EH|$ právě tehdy, když $|\sphericalangle DFG| = |\sphericalangle EFH|$.

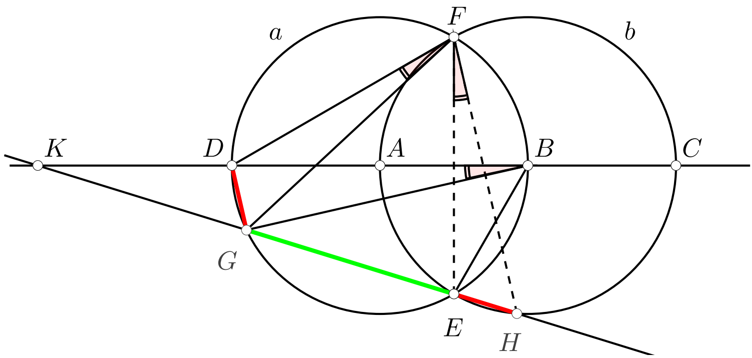
Pro úhly při vrcholu F platí (obr. 5):

$$|\sphericalangle DFE| = 60° = |\sphericalangle DFG| + |\sphericalangle GFE|,$$

$$|\sphericalangle GFH| = |\sphericalangle DFE| \iff |\sphericalangle DFG| = |\sphericalangle EFH|.$$

Podobně

$$|\sphericalangle GFH| = |\sphericalangle EFC| \iff |\sphericalangle GFE| = |\sphericalangle HFC|.$$



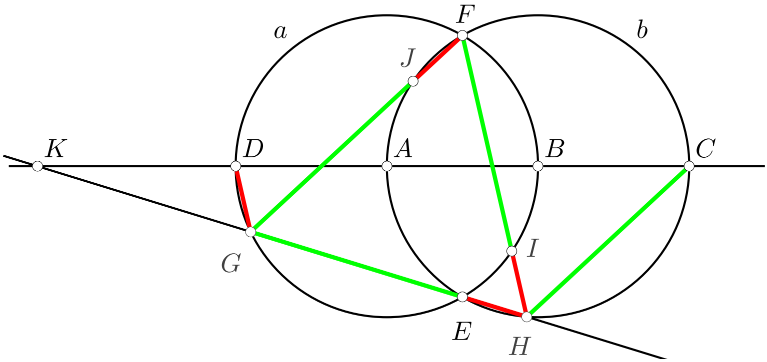
Obr. 5 Rovnostranný trojúhelník – úhly

Na základě dokázaných tvrzení snadno dokážeme shodnost délek vyznačených na obr. 6.

Tvrzení 3

Platí $|EH| = |IH| = |JF|$ a zároveň $|EG| = |GJ| = |IF|$.

Důkaz přenecháváme čtenáři.

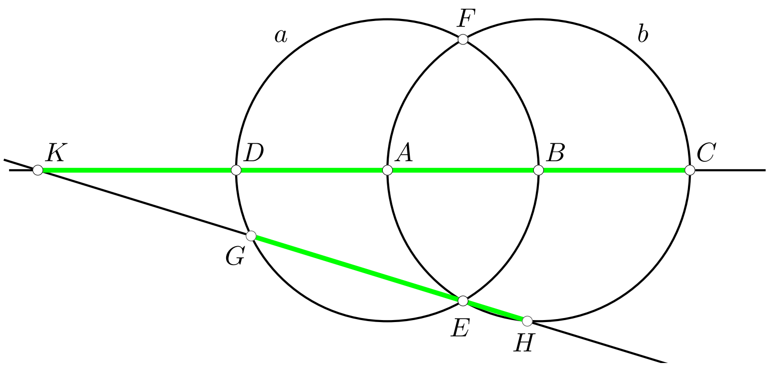


Obr. 6 Další délky

Tvrzení, která jsme dosud uvedli, bychom nejspíš snadno objevili při pečlivém rýsování. Podívejme se na některá další tvrzení, která nejsou na první pohled zřejmá.

Tvrzení 4

Bod E dělí úsečku GH v poměru $|GE| : |EH| = |CK| : |DK|$.



Obr. 7 Poměry délek

Důkaz. Využijeme výše dokázanou shodnost úseček. Protože $|EH| = |DG|$ a $|GE| = |CH|$, můžeme místo dané rovnosti poměrů dokazovat rovnost

$$|CH| : |DG| = |CK| : |DK|.$$

Tu dokážeme stanovením poměrů délek stran v trojúhelnících KDG, KHC (obr. 8). Tyto trojúhelníky nejsou podobné, vnitřní úhel při vrcholu G má velikost $60°$, vnitřní úhel při vrcholu H má velikost $120°$ a vnitřní úhel při vrcholu C je vždy menší než $60°$. Ukážeme ale, že oba trojúhelníky mají stejný poměr délek zkoumaných dvojic stran.

Označme ψ velikost úhlu DKG. Ze sinové věty plyne

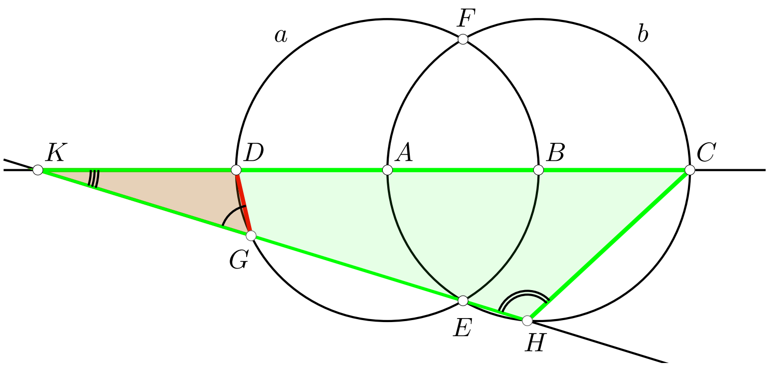
$$\frac{|DG|}{|DK|} = \frac{\sin\psi}{\sin 60°} \quad \text{a} \quad \frac{|CH|}{|CK|} = \frac{\sin\psi}{\sin 120°} = \frac{\sin\psi}{\sin 60°},$$

a tudíž

$$\frac{|DG|}{|DK|} = \frac{|CH|}{|CK|},$$

a odtud

$$\frac{|CH|}{|DG|} = \frac{|CK|}{|DK|}.$$



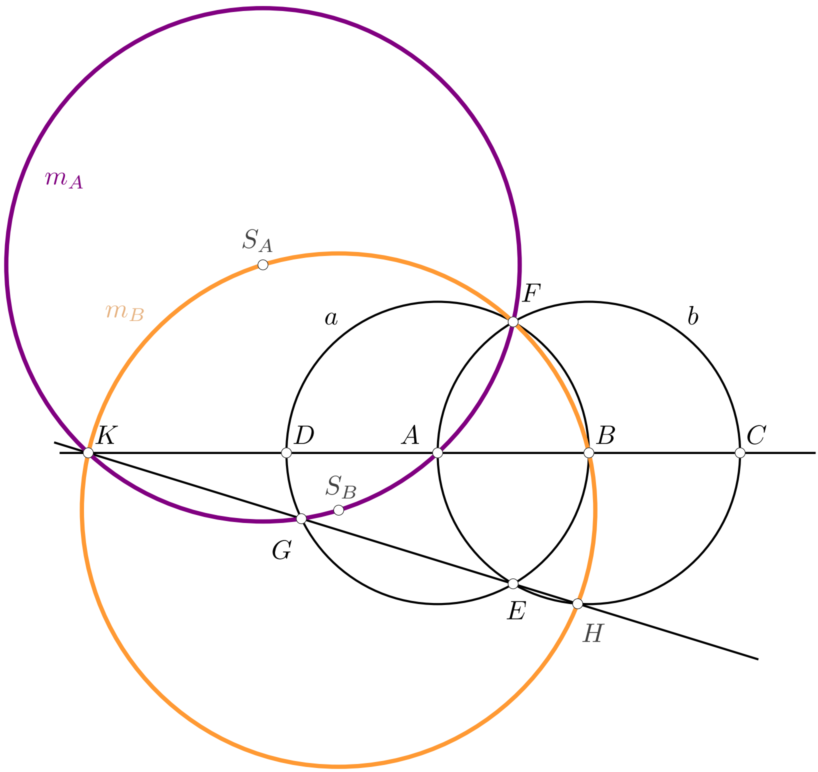
Obr. 8 Úhly v trojúhelnících

Tvrzení 5

a) Body K, G, A, F leží na téže kružnici m_A.

b) Body K, H, B, F leží na téže kružnici m_B.

c) Kružnice m_A, m_B jsou shodné a procházejí navzájem svými středy.



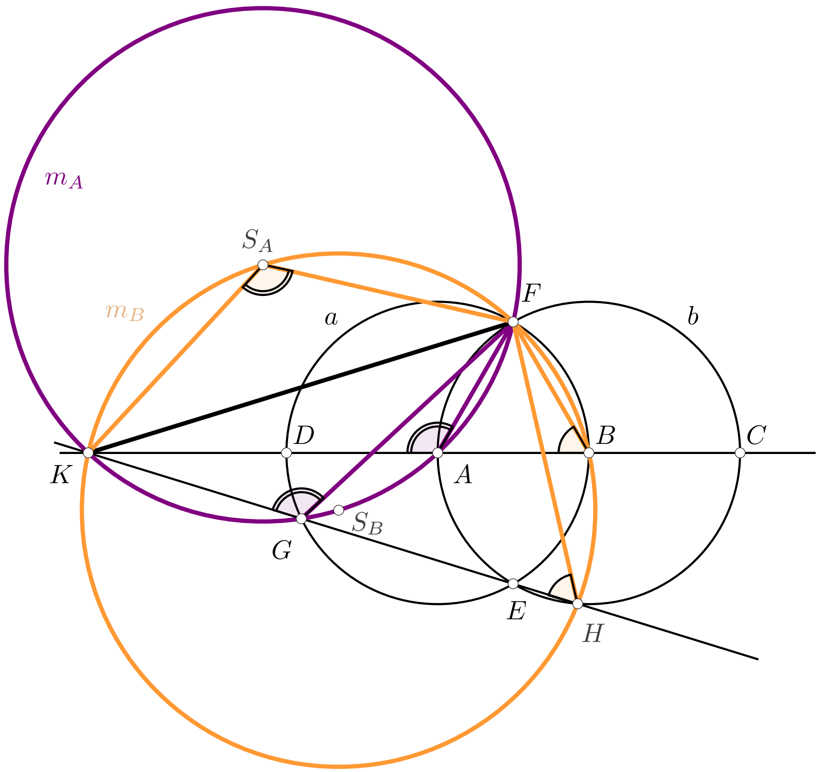
Obr. 9 Shodné kružnice

Důkaz. V důkazu využijeme úhly, jejichž velikost známe z důkazu prvých tvrzení (obr. 10). Úsečka KF je společnou tětivou obou kružnic m_A, m_B.

a) Víme, že $|\sphericalangle KGF| = 120^\circ = |\sphericalangle KAF|$ a že body G, A leží v téže polorovině ohraničené přímkou KF. Body G, A proto leží na tomtéž oblouku pro obvodový úhel 120° nad tětivou KF.

b) Podobně $|\sphericalangle KHF| = 60^\circ = |\sphericalangle KBF|$ a body H, B leží v téže polorovině ohraničené přímkou KF. Body H, B proto leží na tomtéž oblouku pro obvodový úhel 60° nad tětivou KF.

c) Protože $60^\circ = 180^\circ - 120^\circ$, mají oba výše zmíněné oblouky týž poloměr. Protože $120^\circ = 2 \cdot 60^\circ$, leží střed oblouku, na němž leží body H, B, tj. střed S_B kružnice m_B, na kružnici m_A (na tom z oblouků nad tětivou KF, kde leží body G, A).



Obr. 10 Středové a obvodové úhly v kružnicích

Tvrzení 6

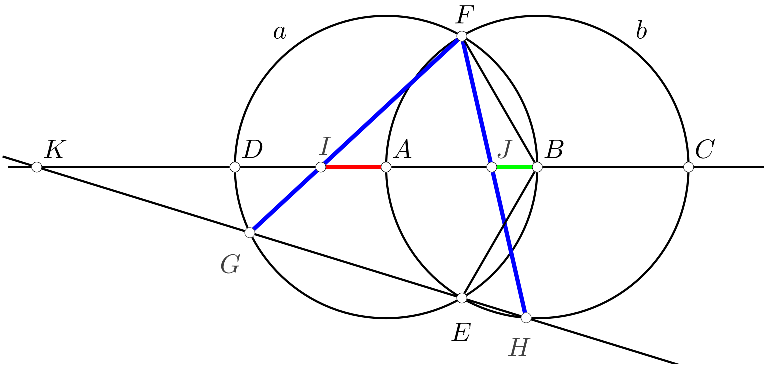
Body I, J, v nichž protínají strany trojúhelníku GHF úsečky DA, AB, dělí tyto úsečky postupně v poměrech

$$|IA| : |DA| = |DA| : |KA|,$$

$$|JB| : |AB| = |AB| : |KB|.$$

Důkaz. Nejprve dokážeme (a pak v důkazu využijeme) následující podobnosti trojúhelníků, viz obr. 11:

- Trojúhelníky IGK, IAF jsou podobné.
- Trojúhelníky JHK, JBF jsou podobné.

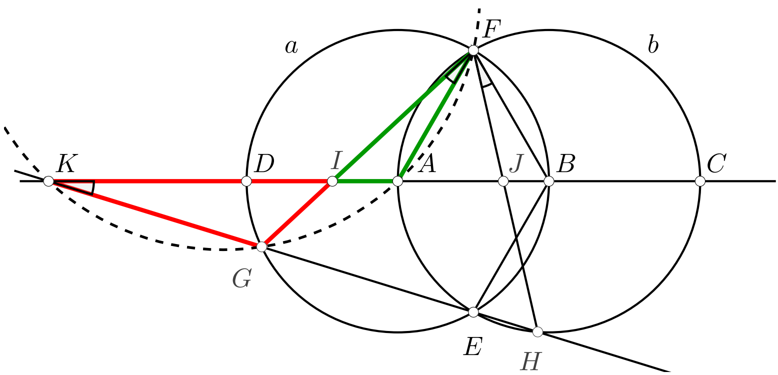


Obr. 11 Rozdělení úseček

Z předchozích úvah známe všechny úhly uvažovaných trojúhelníků.

• Vrcholové úhly při vrcholu I jsou shodné a úhly při vrcholech G, A mají velikost 120°.

• Podobně vrcholové úhly při vrcholu J jsou shodné a dále úhly při vrcholech H, B mají velikost 60°. Pro ilustraci je na obr. 12 znázorněna i shodnost úhlů ψ při vrcholech K, F.



Obr. 12 Rozdělení úseček – podobné trojúhelníky

Důkaz rovnosti dělicích poměrů provedeme pouze pro bod I, druhý (obdobný) důkaz pro bod J ponecháme čtenáři.

Z podobnosti trojúhelníků IGK, IAF plyne

$$|IK| : |IG| = |IF| : |IA|,$$

odkud

$$|IK| \cdot |IA| = |IF| \cdot |IG|.$$

Z mocnosti bodu I ke kružnici a plyne

$$|IF| \cdot |IG| = |ID| \cdot |IB|.$$

Odtud

$$|IK| \cdot |IA| = |ID|\,|IB| = (|AB| - |IA|)(|AB| + |IA|) = \\ = |AB|^2 - |IA|^2.$$

Protože

$$|KA| \cdot |IA| = (|IK| + |IA|)|IA| = |IK| \cdot |IA| + |IA|^2,$$

platí

$$|KA| \cdot |IA| = |AB|^2 - |IA|^2 + |IA|^2 = |AB|^2 = |DA|^2.$$

Máme tak

$$\frac{|IA|}{|DA|} = \frac{|DA|}{|KA|}.$$

Pokud budeme považovat kružnici a za jednotkovou a vzdálenost $|AK|$ označíme m, pak výše uvedené tvrzení říká, že bod I leží v jedné m-tině úsečky AD.

Podobně bod J leží v jedné $(m+1)$-tině úsečky AB.

Další shodné délky

Pokud do našeho základního schématu dvou shodných kružnic, jejich středné a přímky KE, sestrojíme ještě jednu kružnici, najdeme další shodné úsečky.

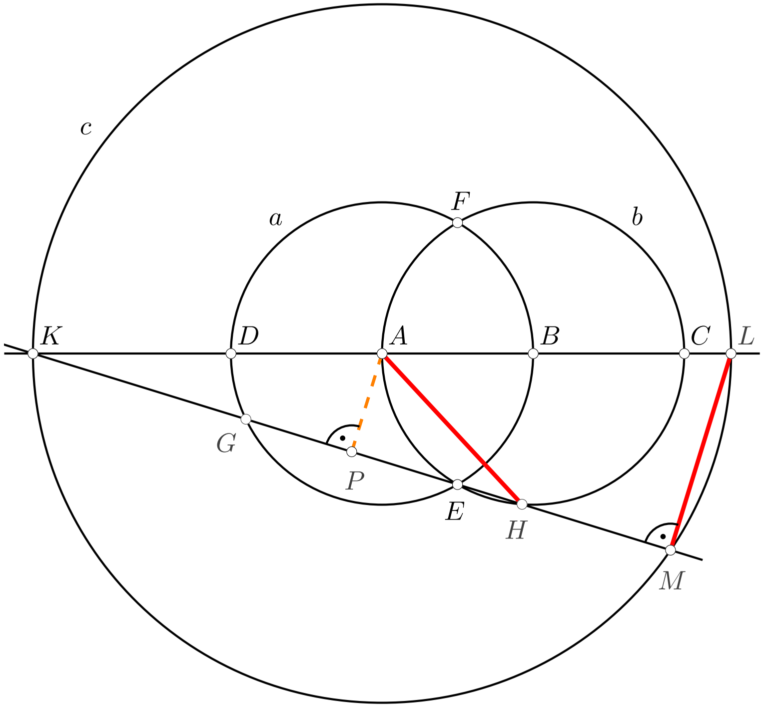
Tvrzení 7

Uvažujme kružnici $c(A; |AK|)$. Označme $L \neq K$ její průsečík s přímkou AB a $M \neq K$ průsečík s přímkou KE. Potom platí $|AH| = |LM|$.

Důkaz. Využijeme pravoúhlé trojúhelníky a obvodové úhly. Protože KL je průměr kružnice c, je úhel LMK pravý, viz obr. 13.

Označme P patu kolmice vedené bodem A k přímce KE. Pak je úsečka AP střední příčkou trojúhelníku LMK, tedy $|LM| = 2\,|AP|$.

Protože $|\sphericalangle EHF| = 60°$ a A je střed oblouku EF, platí $|\sphericalangle EHA| = 30°$. Je tedy $|\sphericalangle PAH| = 60°$ a $|AH| = 2\,|AP|$, tudíž $|AH| = |LM|$.



Obr. 13 Shodné úsečky

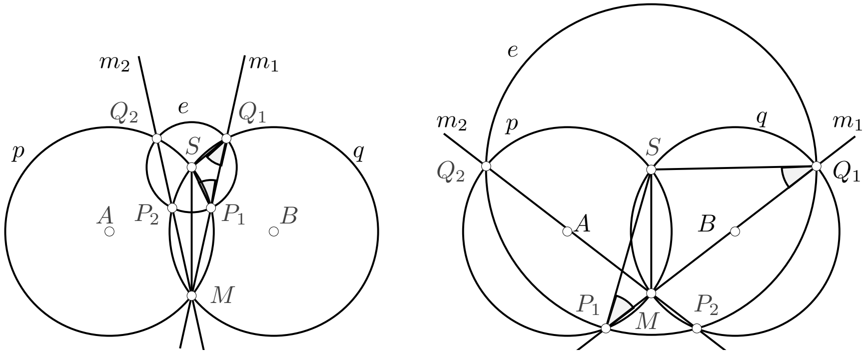
Tvrzení 8 (o třech kružnicích)

Shodné kružnice p, q se protínají v bodech S, M. Pak libovolná přímka m procházející bodem M, $m \neq MS$, protíná kružnice p, q v dalších bodech, které označíme po řadě P, Q. Potom platí $|PS| = |QS|$, tedy body P, Q leží na téže kružnici se středem S.

Důkaz. MS je společná tětiva kružnic p, q (obr. 14). Je-li bod M vnitřním bodem úsečky PQ, leží body P, Q v opačných polorovinách s hraniční přímkou MS, a tudíž na shodných obloucích nad tětivou MS, a platí $|\sphericalangle SPM| = |\sphericalangle SQM|$, proto

$$|\sphericalangle SPQ| = |\sphericalangle SQP|.$$

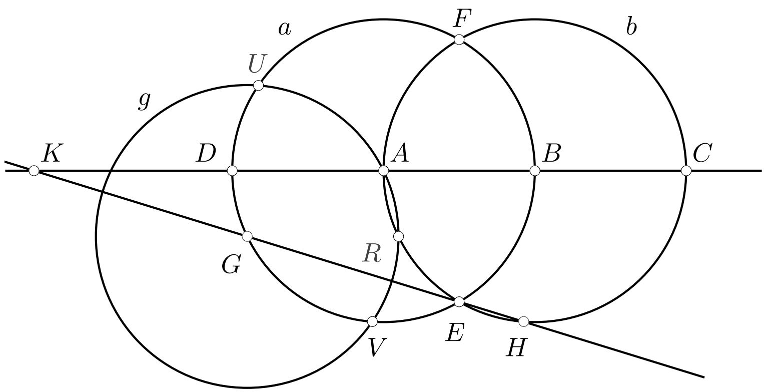
Je-li bod M vnějším bodem úsečky PQ, leží body P, Q v téže polorovině s hraniční přímkou MS. Bod M proto leží na doplňkových obloucích nad tětivou MS, a platí $|\sphericalangle SPM| = 180° - |\sphericalangle SQM|$ a $|\sphericalangle SPQ| = |\sphericalangle SQP|$. V obou případech je PSQ rovnoramenný trojúhelník s hlavním vrcholem S a body P, Q leží na téže kružnici se středem S.



Obr. 14 Tři kružnice

Tři shodné kružnice – kružnice $g(G; |GA|)$

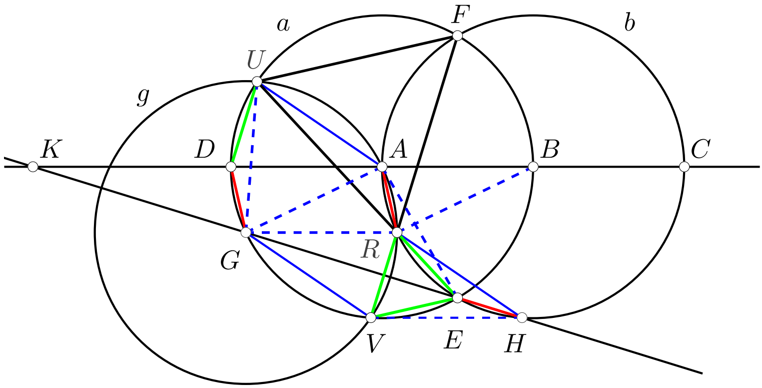
Na závěr našeho zkoumání geometrických vztahů mezi kružnicemi jsme nechali řadu velmi snadných rovností délek, které získáme, pokud do naší výchozí konstrukce doplníme kružnici $g(G; |GA|)$ a její průsečíky s kružnicemi a, b: $g \cap a = \{U, V\}$, $g \cap b = \{A, R\}$, jako na obr. 15.



Obr. 15 Třetí shodná kružnice

Vztahy, které zde můžeme nalézt, uvedeme dále v podobě výčtu tvrzení, kde místo podrobných důkazů uvedeme jen hlavní myšlenku nějakého zdůvodnění. Budeme je uvádět v takovém pořadí, v němž je můžeme postupně odvozovat. Všechny zmíněné vztahy ale můžeme dokázat mnoha různými postupy (a tudíž také v různém pořadí).

Jednotlivá tvrzení nebudeme ilustrovat samostatnými obrázky, ponecháme je čtenáři. Některé z dále uvedených vztahů jsou znázorněny na obr. 16.



Obr. 16 Shodné délky

- *$GRBA$ je kosočtverec*, protože kružnice g, b jsou shodné. Odtud
- *$GRAD$ je rovnoběžník*. Odtud
- $|DG| = |AR|$. Odtud a z $|DG| = |EH|$
- $|\sphericalangle RBH| = |\sphericalangle ABE| = 60°$. Odtud
- $|RH| = |AE|$. Odtud a z $|AE| = |AB|$
- *Trojúhelník HBR je rovnostranný a $GVHR$ je kosočtverec*. Odtud a z velikostí úhlů $|\sphericalangle GFV| = |\sphericalangle RFH| = 30°$ a $|\sphericalangle GFH| = 60°$ plyne, že přímky FV i FR jsou osy úhlu GFH, a tudíž
- *F, R, V leží v přímce*. Toto tvrzení ale platí obecně, jak jsme viděli v pomocném tvrzení o třech kružnicích. Odtud dále
- *ERV, FRU jsou rovnostranné trojúhelníky*. Body F, R, V jsou kolineární a $|\sphericalangle FRE| = 120°$, proto $|\sphericalangle ERV| = 60°$ a ze souměrnosti kružnic g, b dle přímky AR jsou trojúhelníky ERV, FRU rovnoramenné s hlavním vrcholem R.

- *GAU, GAV jsou rovnostranné trojúhelníky a $AUGV$ je kosočtverec*, protože kružnice g, a jsou shodné a procházejí jedna středem druhé. Odtud a z $|DG| = |AR|$
- $|DU| = |RV|$ a *šestiúhelník $RAUDGV$ je středově souměrný.*
- ... a další vztahy.

V článku jsme uvedli řadu jednoduchých planimetrických tvrzení. K jejich důkazům stačí zpravidla jedna či několik snadných úvah. Rozmyšlení uvedených tvrzení a provedení důkazů tak může být pro studenty vhodnou rozcvičkou před zkouškou z planimetrie nebo před soutěžními koly matematické olympiády. Možná vás uvedená tvrzení a jejich důkazy inspirují k hledání dalších vztahů, které jsou skryté v sestavě dvou nebo tří shodných kružnic, či alespoň doplníte nedokončený seznam o další vztahy.

Literatura

[1] *Horák, S.*: Kružnice. Škola mladých matematiků, svazek 16, Praha, 1966.

[2] *Gergelitsová, Š. – Holan, T.*: Dělení úsečky. MFI, roč. 24 (2015), č. 2, s. 95–104.

Simsonova–Wallaceova věta

JIŘÍ BLAŽEK — PAVEL PECH

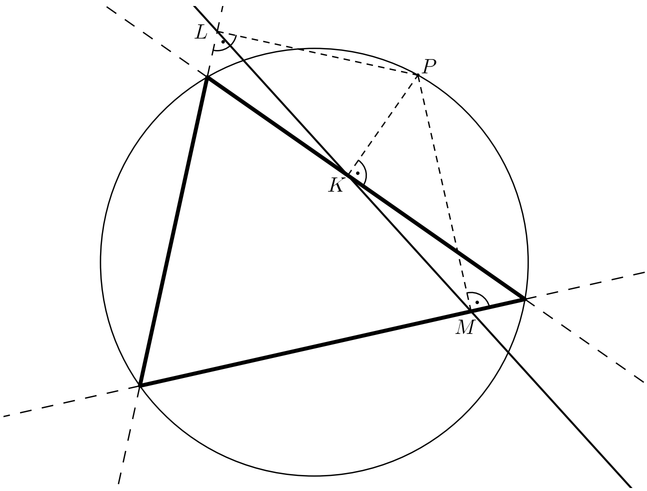
Pedagogická fakulta JU, České Budějovice

V tomto článku se budeme věnovat jedinečné vlastnosti kružnice opsané danému trojúhelníku. Pro každý její bod P platí, že paty kolmic z P k prodlouženým stranám trojúhelníku leží na jedné přímce (obr. 1). Tato vlastnost kružnice trojúhelníku opsané je známa jako Simsonova [9] nebo Simsonova–Wallaceova věta (S–W věta) [2]. Přestože skotský matematik *Robert Simson* (1687–1768) se podobným problémem zabýval dříve, větu do dnešní podoby zformuloval a dokázal až 30 let po Simsonově smrti Skot *William Wallace* (1768–1843) [3][1].

[*] Autoři děkují recenzentům za hodnotné rady a připomínky, které pomohly zvýšit kvalitu článku.

[1] Z tohoto důvodu se též užívá název Wallaceova–Simsonova věta [4, 12]

S–W větu vyslovíme nyní v poněkud silnějším tvaru, než je uvedena na počátku článku. Větu nejprve dokážeme, potom budeme řešit dva problémy, které s ní souvisí.



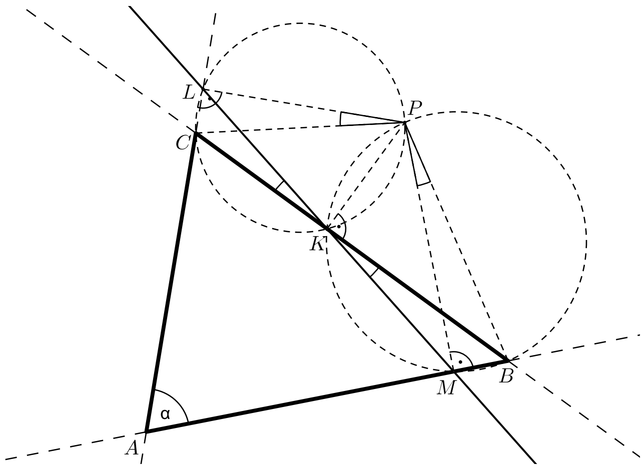
Obr. 1

Věta (Simsonova–Wallaceova)

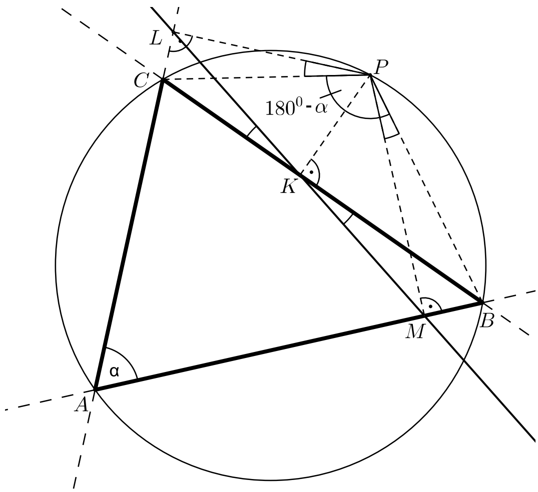
Paty kolmic K, L, M z bodu P k přímkám BC, CA, AB leží na jedné přímce (jsou kolineární), právě když P leží na kružnici opsané trojúhelníku ABC.

Důkaz. Nejprve předpokládejme, že body K, L, M leží na jedné přímce. Pokud některé dva z bodů K, L, M splývají, potom bod P je jedním z vrcholů trojúhelníka a tvrzení platí. Dále předpokládejme, že žádné dva z bodů K, L, M nesplývají. Potom jsou úhly MKB a LKC shodné, tj. platí $|\sphericalangle MKB| = |\sphericalangle LKC|$. Z Thaletovy věty plyne, že čtyřúhelníkům $LCKP$ a $MBPK$ lze opsat kružnice. Z věty o obvodových úhlech pak dostáváme $|\sphericalangle MKB| = |\sphericalangle MPB|$ a $|\sphericalangle LKC| = |\sphericalangle LPC|$, a tedy i $|\sphericalangle MPL| = |\sphericalangle BPC|$ (obr. 2).

Označme α velikost vnitřního úhlu při vrcholu A (obr. 3). Potom platí $|\sphericalangle MPL| = 180° - \alpha$. Jelikož stejnou velikost má i úhel BPC, lze čtyřúhelníku $ABPC$ opsat kružnici. Bod P tedy leží na kružnici opsané trojúhelníku ABC.



Obr. 2 Úhly MPL a BPC jsou shodné



Obr. 3 Bod P leží na kružnici opsané trojúhelníku ABC

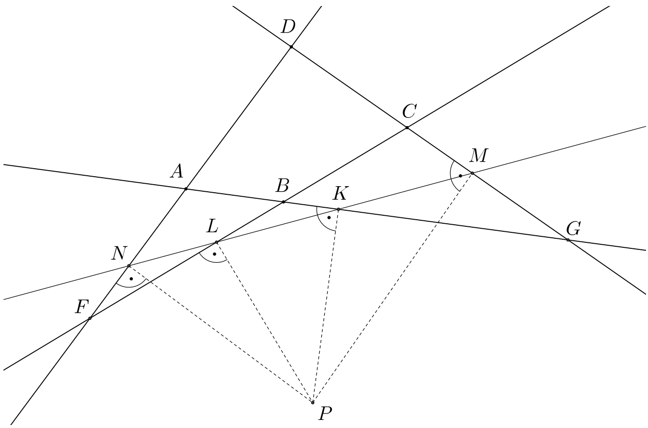
Nyní naopak předpokládejme, že P je libovolným bodem kružnice trojúhelníku ABC opsané. Pokud P splývá s některým vrcholem trojúhelníku, je tvrzení zřejmé. Dále předpokládejme, že P nesplývá s žádným vrcholem trojúhelníku. Chceme dokázat, že body K, L, M jsou kolineární. Stačí ukázat, že úhly MKB a LKC jsou shodné. Čtyřúhelník $MBPK$ je tětivový, odtud podle věty o obvodových úhlech $|\sphericalangle MKB| = |\sphericalangle MPB|$. Obdobně dostaneme $|\sphericalangle LKC| = |\sphericalangle LPC|$. Dále platí $|\sphericalangle LPM| = 180° - \alpha$, protože čtyřúhelník $ALPM$ je tětivový. Odtud plyne $|\sphericalangle LPC| = |\sphericalangle MPB|$ a dále $|\sphericalangle LKC| = |\sphericalangle MKB|$.

Přímka, na níž leží body K, L, M, se nazývá Simsonova. Tato přímka má řadu zajímavých vlastností, viz např. [1, 3, 6, 8, 11].

Problém 1

V rovině je dán čtyřúhelník $ABCD$. Najděte množinu všech bodů P takových, aby paty kolmic z bodu P k přímkám AB, BC, CD a DA ležely na jedné přímce.

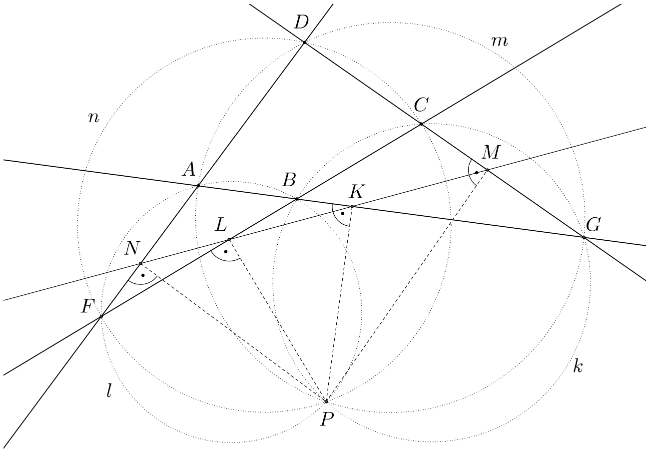
Řešení. Úlohu vyřešíme užitím S–W věty. Nejprve předpokládejme, že žádné dvě strany čtyřúhelníka $ABCD$ nejsou rovnoběžné. Leží-li body K, L, M, N na téže přímce, leží na této přímce i libovolná trojice těchto bodů, např. K, L, M (obr. 4).



Obr. 4

Body K, L, M lze chápat jako paty kolmic z bodu P ke stranám trojúhelníku BCG, kde G je průsečík přímek AB a CD. Podle S–W věty leží bod P na kružnici k opsané trojúhelníku BCG. Stejnou podmínku musí splňovat body K, L, N. Bod P proto leží na kružnici l opsané trojúhelníku

ABF, kde F je průsečík přímek BC a AD. Analogickou aplikací S–W věty, tentokrát na paty kolmic KMN a LMN, zjistíme, že bod P leží také na kružnicích m, n opsaných trojúhelníkům DAG a CDF (obr. 5).



Obr. 5

Ukážeme, že se kružnice k, l, m, n protínají v jediném bodě. Označme P druhý průsečík kružnic opsaných trojúhelníkům ABF a CDF. Dokážeme, že bod P leží také na kružnicích opsaných trojúhelníkům ADG a BCG. Stačí ukázat, že čtyřúhelníky $PADG$ a $PBCG$ jsou tětivové (obr. 6). Platí

$$|\sphericalangle APD| = |\sphericalangle FPD| - |\sphericalangle FPA| = |\sphericalangle FCD| - |\sphericalangle FBA| = \\ = 180^\circ - |\sphericalangle BCG| - |\sphericalangle CBG| = |\sphericalangle AGD|,$$

proto čtyřúhelník $PADG$ je tětivový. Analogicky pro čtyřúhelník $PBCG$ platí

$$|\sphericalangle BPC| = |\sphericalangle FPC| - |\sphericalangle FPB| = 180^\circ - |\sphericalangle FDC| - (180^\circ - |\sphericalangle FAB|) = \\ = |\sphericalangle FAG| - |\sphericalangle FDG| = |\sphericalangle AGD| = |\sphericalangle BGC|,$$

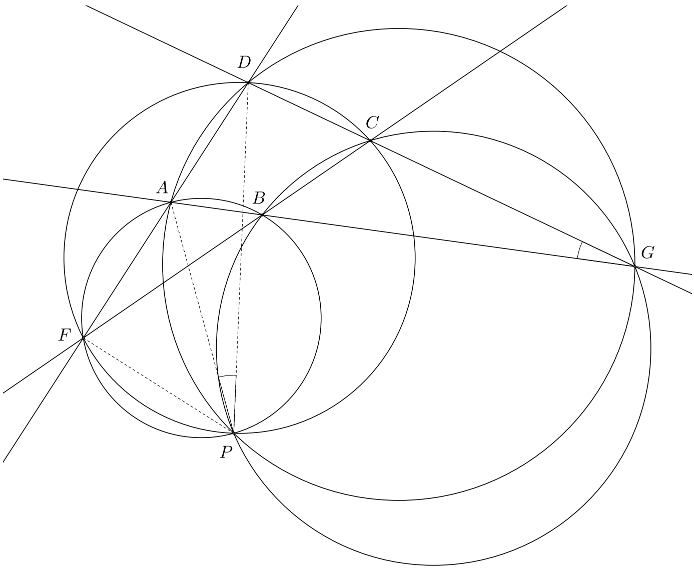
a tudíž $PBCG$ je také tětivový čtyřúhelník.

Snadno ověříme, že společný průsečík P kružnic k, l, m, n vyhovuje zadání. Pokud jsou dvě strany čtyřúhelníku $ABCD$ rovnoběžné, např.

$AB \parallel CD$, a strany BC a AD různoběžné, pak úloze vyhovuje bod F. Pokud $ABCD$ je rovnoběžník, řešení úlohy neexistuje.

Poznámka. Právě popsaná vlastnost, že se kružnice opsané trojúhelníkům ABF, CDF, ADG, BCG protínají v jediném bodě P bývá označována jako Miquelova věta. Bod P se nazývá *Miquelův bod* čtyřúhelníku $ABCD$ [6]. Tuto větu publikoval *Auguste Miquel* v roce 1838 [7], *Jakob Steiner* publikoval tutéž větu již v letech 1827/1828 [10]. V [5] je uvedeno, že zmíněnou větu publikoval poprvé již v roce 1799 William Wallace.

Výsledku získaného řešením problému 1 využijeme při řešení následujícího příkladu.

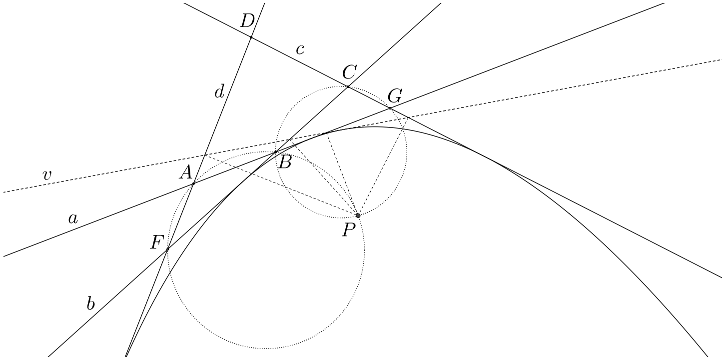


Obr. 6

Příklad 1

Sestrojte parabolu, jsou-li dány čtyři její tečny a, b, c, d.

Řešení. Označme $A = d \cap a$, $B = a \cap b$, $C = b \cap c$ $D = c \cap d$, $G = a \cap c$ a $F = b \cap d$. Jak známo, pro parabolu platí: paty kolmic z ohniska paraboly k jejím tečnám leží na vrcholové tečně v hledané paraboly. Ohnisko paraboly je tedy Miquelovým bodem čtyřúhelníku $ABCD$ (obr. 7).



Obr. 7

Nyní se budeme zabývat problémem 2, který (dle mínění autorů) nebyl dosud publikován.

Problém 2

V rovině je dán čtyřúhelník $ABCD$. Najděte množinu všech bodů P takových, že spojnice pat kolmic K, N z bodu P k přímkám AB, DA je rovnoběžná se spojnicí pat kolmic L, M z bodu P k přímkám BC, CD.

Řešení. Předpokládejme, že přímky KN a LM jsou rovnoběžné (obr. 8). Protože čtyřúhelníky $AKPN$ a $PLCM$ jsou tětivové, platí podle věty o obvodových úhlech

$$|\sphericalangle ANK| = |\sphericalangle APK| \quad \text{a} \quad |\sphericalangle CML| = |\sphericalangle CPL|.$$

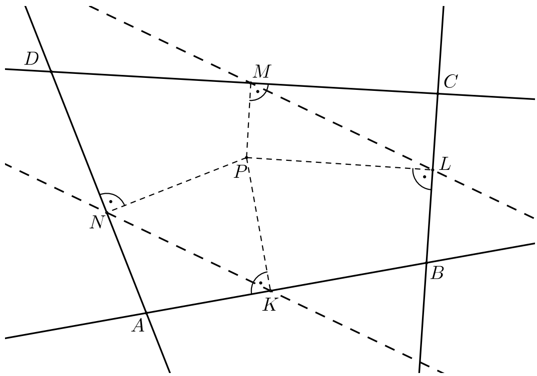
Odtud plyne

$$\begin{aligned} |\sphericalangle APC| &= |\sphericalangle APK| + |\sphericalangle KPL| + |\sphericalangle LPC| = \\ &= |\sphericalangle ANK| + |\sphericalangle LMC| + |\sphericalangle KPL|. \end{aligned} \tag{1}$$

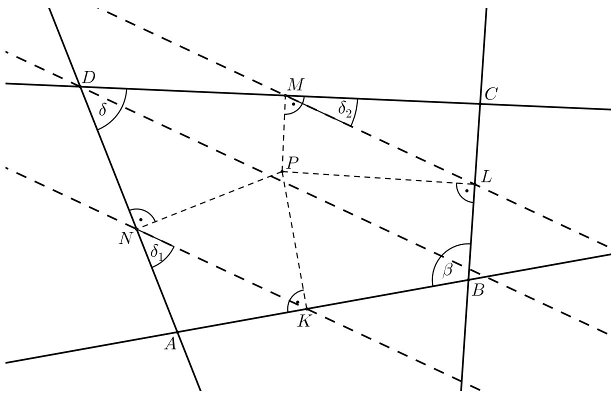
Pro polohu bodu P (obr. 8) je úhel KPL doplňkovým k úhlu při vrcholu B, tj.

$$|\sphericalangle KPL| = 180^\circ - |\sphericalangle KBL| = 180^\circ - \beta, \tag{2}$$

a je tedy konstantní (nezávislý na poloze bodu P). Ukážeme, že i součet úhlů LMC a ANK je konstantní. Za tím účelem veďme třetí rovnoběžku s přímkami KN a ML bodem D (obr. 9).



Obr. 8 Přímky KN a LM jsou rovnoběžné

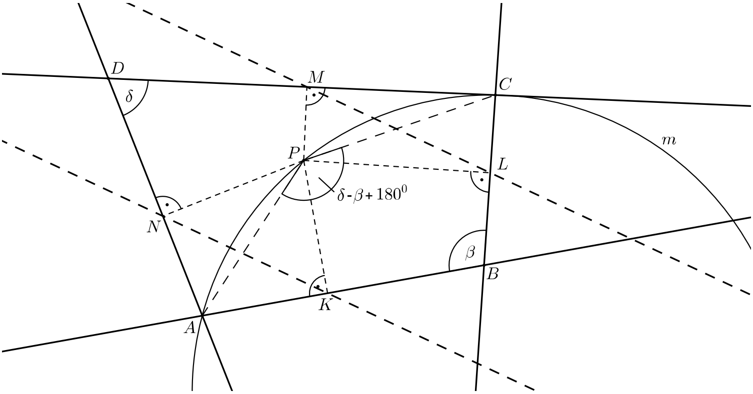


Obr. 9

Je zřejmé, že platí $|\sphericalangle ADC| = |\sphericalangle LMC| + |\sphericalangle ANK|$, neboli $\delta = \delta_1 + \delta_2$, přičemž velikost úhlu ADC je opět nezávislá na poloze bodu P. Došli jsme tak ke vztahu

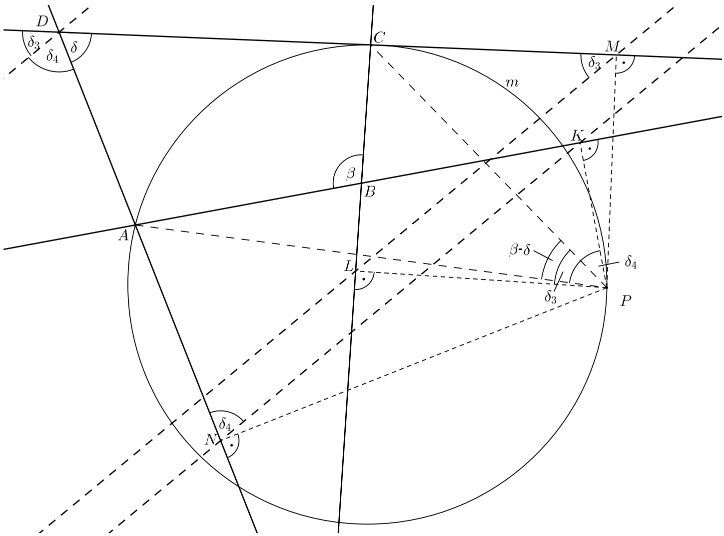
$$|\sphericalangle APC| = |\sphericalangle ADC| + |\sphericalangle KPL| = \delta + 180^\circ - \beta. \tag{3}$$

Předpokládejme, že $\beta \neq \delta$. Podle věty o obvodových úhlech leží bod P na příslušném oblouku kružnice m, která prochází body A a C (obr. 10).



Obr. 10 Bod P leží na oblouku kružnice m

Při důkazu jsme mlčky předpokládali takovou polohu bodu P vzhledem ke čtyřúhelníku $ABCD$, pro niž platí vztahy (1), (2) a (3). Pro jiné polohy bodu P postupujeme podobným způsobem. Uvedeme dále důkaz ještě pro jinou polohu bodu P (obr. 11).



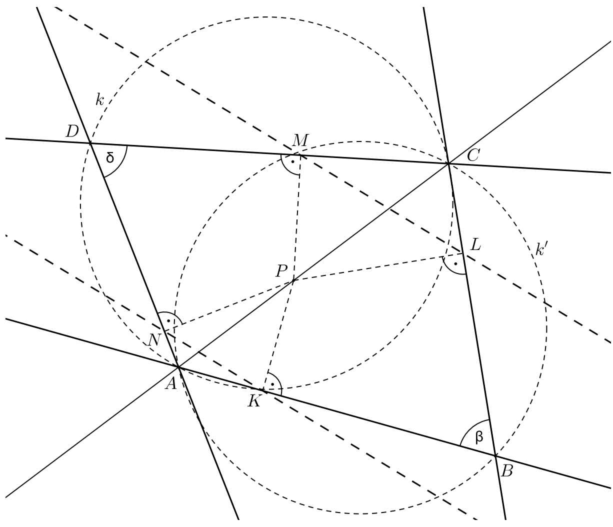
Obr. 11 Bod P leží na jiném oblouku kružnice m

Platí

$$|\sphericalangle APC| = \delta_3 + \delta_4 - |\sphericalangle LPK| = \delta_3 + \delta_4 - 180^\circ + \beta =$$
$$= 180^\circ - \delta - 180^\circ + \beta = \beta - \delta.$$

Hledanou množinou bodů bude kružnice m, procházející body A a C, kromě bodů A, C, jak se můžeme též přesvědčit použitím software dynamické geometrie GeoGebra.

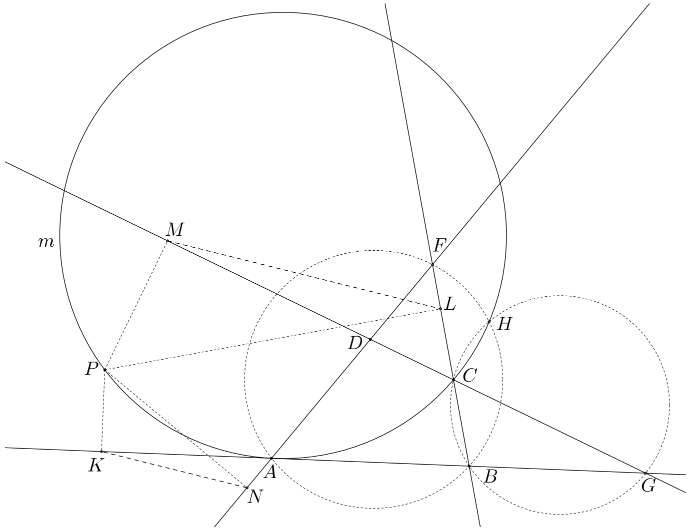
Nyní předpokládejme, že pro (orientované) úhly čtyřúhelníka $ABCD$ platí $\beta = \delta$. Potom ze vztahu (3) plyne rovnost $|\sphericalangle APC| = 180^\circ$. V tomto případě je hledanou množinou bodů přímka AC kromě bodů A, C. Označme k' kružnici, procházející vrcholy A, B, C. Jsou-li vrcholy A, B, C pevně dány, potom vrchol D leží na kružnici k, která je osově souměrná s kružnicí k' v osové souměrnosti s osou AC (obr. 12).



Obr. 12 Pro čtyřúhelník $ABCD$, pro který platí $\beta = \delta$ je hledanou množinou bodů přímka AC bez bodů A, C

Tato úloha souvisí též s předcházející úlohou (problém 1). Situace, kdy paty kolmic z bodu P k přímkám a, b, c, d jsou kolineární, nastane právě tehdy, když rovnoběžky KN a LM z problému 2 splynou, tj. pokud P je

Miquelův bod čtyřúhelníku $ABCD$. Tento způsob dává i jinou možnost konstrukce kružnice m v předcházející úloze (obr. 13).



Obr. 13 Kružnice m prochází body A, C a Miquelovým bodem H

Následující úloha je speciálním případem obecnějšího problému:

Mějme čtyři libovolné přímky v prostoru. Nalezněte množinu bodů P takových, že paty kolmic z bodu P k těmto přímkám budou ležet v jedné rovině.

Řešení závisí na vzájemné poloze těchto přímek. V obecném případě je hledanou množinou kubika, tedy plocha, jejíž analytickým vyjádřením je polynom třetího stupně. Ačkoli pro konkrétní příklad umíme úlohu vyřešit analyticky, existují tzv. syntetické („zdůvodňující") otázky, na které dosud nejsou známy odpovědi. Autoři řešili následující speciální případ:

V prostoru jsou dány čtyři mimoběžné přímky, které jsou všechny rovnoběžné s danou rovinou. Najděte množinu bodů P takových, že paty kolmic z bodu P k daným přímkám leží v jedné rovině.

Po analytickém výpočtu (např. v programu Maple nebo CoCoA) se ukáže, že hledanou množinou je rotační válcová plocha kolmá na rovinu, s níž jsou přímky rovnoběžné. Není těžké dokázat, že pokud podmínkám zadání vyhovuje určitý bod, vyhovuje mu pak celá přímka, která je kolmá k dané rovině a prochází tímto bodem. Otázka se tedy redukuje: proč průnik hledané množiny bodů s danou rovinou tvoří kružnici?

Lze podat jednoduché syntetické řešení pro dva speciální případy:

Pokud jsou právě 3 přímky různoběžné a čtvrtá mimoběžná (přitom všechny rovnoběžné s danou rovinou), pak se úloha redukuje na S–W větu. Stačí totiž, aby paty kolmic ke třem různoběžným přímkám ležely na jedné přímce. Tato přímka pak společně s patou kolmice ke čtvrté přímce leží v jedné rovině. Řešením je tedy kružnice opsaná trojúhelníku, jehož vrcholy tvoří průsečíky tří různoběžek.

Druhý případ jsou dvě a dvě různoběžné přímky (jinými slovy, dvě přímky leží v jedné rovině a druhé dvě leží v jiné, rovnoběžné rovině). Označme tyto přímky a, b, c, d a paty kolmic z bodu P k těmto přímkám po řadě K, L, M, N. Dále předpokládejme, že jednu dvojici různoběžek tvoří přímky a, d a druhou dvojici b, c. Leží-li body K, L, M, N v jedné rovině, leží v této rovině i spojnice bodů K, N a L, M. Tyto přímky však nemají společný bod (protože leží v rovnoběžných rovinách). Kdy tedy mohou ležet v jedné rovině? Pouze pokud jsou rovnoběžné a to vede na vyřešený problém 2.

Konstrukční řešení kružnice pro čtyři libovolné mimoběžky není dosud autorům známo.

Literatura

[1] *Berger, M.*: Geometry I, II. Springer, Berlin–Heidelberg, 1987.

[2] *Bogomolny, A.*: http://www.cut-the-knot.org/Curriculum/Geometry/Simpson.shtml.

[3] *Coxeter, H. S. M. – Greitzer, S. L*: Geometry Revisited. Toronto–New York, 1967.

[4] *Guzmán, M.*: An Extension of the Wallace–Simson Theorem: Projecting in Arbitrary Directions. Amer. Math. Monthly, roč. 106 (1999), s. 574–580.

[5] http://www.pballew.net/miquel.html.

[6] *Johnson, R.*: Advanced Euclidean Geometry. Dover, New York, 1960.

[7] *Miquel, A.*: Mémoire de Géométrie. J. de Mathématiques Pures at Appliquées, roč. 1 (1838), s. 485–487.

[8] *Pech, P. – Skříšovský, E.*: On the Simson–Wallace theorem. South Bohemia Mathematical Letters, roč. 21 (2013), s. 59–66.

[9] *Riegel, M.*: Simson's Theorem. https://www.whitman.edu/Documents/Academics/Mathematics/riegelmj.pdf.

[10] *Steiner, J.*: Questions proposées. Théoréme sur le quadrilatére complet. Annales de Mathématiques, roč. 18 (1827/1828), s. 302–304.

[11] *Švrček, J. – Vanžura, J.*: Geometrie trojúhelníka. SNTL, Praha, 1988.

[12] http://mathworld.wolfram.com/SimsonLine.html.

Zajímavé matematické úlohy

V další části pravidelné rubriky Zajímavé matematické úlohy uvádíme zadání další dvojice úloh. Jejich řešení můžete zaslat nejpozději do 20. 9. 2016 na adresu: Redakce časopisu MFI, 17. listopadu 12, 771 46 Olomouc nebo také elektronickou cestou (pouze však v TEXovských verzích, příp. v MS Wordu) na emailovou adresu: *mfi@upol.cz*.

Úloha 225

Určete počet všech uspořádaných šestic (a, b, c, d, e, f) přirozených čísel, jejichž součet je 2 016, a přitom všechny zlomky

$$\frac{a+b}{c+d},\quad \frac{b+c}{d+e},\quad \frac{c+d}{e+f},\quad \frac{d+e}{f+a},\quad \frac{e+f}{a+b},\quad \frac{f+a}{b+c}$$

mají celočíselné hodnoty.

Jaroslav Švrček

Úloha 226

Na každém poli šachovnice 10×10 sedí jedna blecha. Po tlesknutí přeskočí každá blecha ve směru řádku nebo sloupce právě jedno pole a dopadne opět na šachovnici. Poté na některých polích šachovnice bude několik blech a některá pole zůstanou prázdná. Určete nejmenší možný počet prázdných polí.

Pavel Calábek

Dále uvádíme řešení úloh 221 a 222, jejichž zadání byla zveřejněna v prvním čísle tohoto (25.) ročníku našeho časopisu.

Úloha 221

Najděte všechny dvojice číslic X a Y desítkové soustavy takové, že pro čísla a, b, c, d ve tvaru

$$a = \overline{2X83},\qquad b = \overline{19Y6},\qquad c = \overline{29X6},\qquad d = \overline{1Y54}$$

jsou obě čísla $a + b$ a $c - d$ dělitelná třemi.

Stanislav Trávníček

Řešení. Číslo a jeho ciferný součet dávají stejný zbytek při dělení třemi. Proto číslo a dává zbytek $2 + X + 8 + 3 = X + 13$, který je stejný jako zbytek při dělení třemi čísla $X + 1$. Podobně číslo b dává stejný zbytek při dělení 3 jako číslo $Y + 1$, číslo c dává zbytek stejný jako $X + 2$ a číslo d dává zbytek stejný jako $Y + 1$. Číslo $a + b$ je tak dělitelné třemi, právě když je dělitelné třemi i číslo

$$(X + 1) + (Y + 1) = X + Y + 2.$$

Podobně $c - d$ je dělitelné třemi, právě když je třemi dělitelné i $X - Y + 1$.

Obě čísla $X + Y + 2$ a $X - Y + 1$ jsou zřejmě dělitelná 3 právě tehdy, když jsou dělitelná třemi i čísla

$$(X + Y + 2) + (X - Y + 1) = 2X + 3,$$
$$(X + Y + 2) - (X - Y + 1) = 2Y + 1.$$

Protože X a Y jsou číslice, je číslo $2X+3$ dělitelné třemi pro $X \in \{0, 3, 6, 9\}$ a číslo $2Y + 1$ je dělitelné třemi pro $Y \in \{1, 4, 7\}$.

Existuje tak 12 dvojic číslic (X, Y), která vyhovují zadání: $(0; 1)$, $(0; 4)$, $(0; 7)$, $(3; 1)$, $(3; 4)$, $(3; 7)$, $(6; 1)$, $(6; 4)$, $(6; 7)$, $(9; 1)$, $(9; 4)$, $(9; 7)$.

Správná řešení zaslali *Karol Gajdoš* z Trnavy, *Anton Hnáth* z Moravan, *František Jáchim* z Volyně, *Jozef Mészáros* z Jelky a *Martin Raszyk* z ETH Zürich.

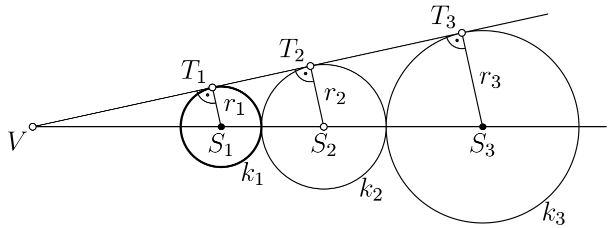
Úloha 222

Je dána kružnice $k_1(S_1; r_1)$ a bod S_3 jejího vnějšku. Sestrojte kružnice $k_2(S_2; r_2)$ a $k_3(S_3; r_3)$ tak, že současně platí: S_2 je bodem úsečky S_1S_3, kružnice k_2 se vně dotýká kružnic k_1 a k_3 a všechny tři kružnice mají společnou vnější tečnu.

Šárka Gergelitsová

Řešení. Jestliže společná vnější tečna všech tří kružnic je rovnoběžná s přímkou S_1S_3, potom poloměry všech tří kružnic jsou shodné a bod S_2 je středem úsečky S_1S_3. Tato situace nastane právě tehdy, když $|S_1S_3| = 4r_1$. Dále předpokládejme, že $|S_1S_3| \neq 4r_1$.

Nechť V je průsečík společné vnější tečny s přímkou S_1S_3, bez újmy na obecnosti nechť leží na polopřímce opačné k polopřímce S_1S_3. Označme body dotyku jednotlivých kružnic se společnou vnější tečnou podle obr. 1 T_1, T_2 a T_3.



Obr. 1

Ze zřejmých rovností

$$|S_1S_2| = r_1 + r_2 \quad \text{a} \quad |S_1S_3| = r_1 + 2r_2 + r_3$$

plyne

$$r_2 = |S_1S_2| - r_1 \quad \text{a} \quad r_3 = |S_1S_3| - 2|S_1S_2| + r_1.$$

Z podobnosti (pravoúhlých) trojúhelníků VS_1T_1, VS_2T_2 a VS_3T_3 dostáváme

$$\frac{r_1}{|VS_1|} = \frac{r_2}{|VS_2|} = \frac{r_3}{|VS_3|},$$

tedy

$$\frac{r_1}{|VS_1|} = \frac{|S_1S_2| - r_1}{|VS_1| + |S_1S_2|} = \frac{|S_1S_3| - 2|S_1S_2| + r_1}{|VS_1| + |S_1S_3|}.$$

Odtud již ze známé implikace

$$\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k\right) \Rightarrow \left(k = \frac{a-c}{b-d}\right)$$

plyne

$$\frac{(|S_1S_2| - r_1) - r_1}{(|VS_1| + |S_1S_2|) - |VS_1|} = \frac{(|S_1S_3| - 2|S_1S_2| + r_1) - r_1}{(|VS_1| + |S_1S_3|) - |VS_1|},$$

tedy

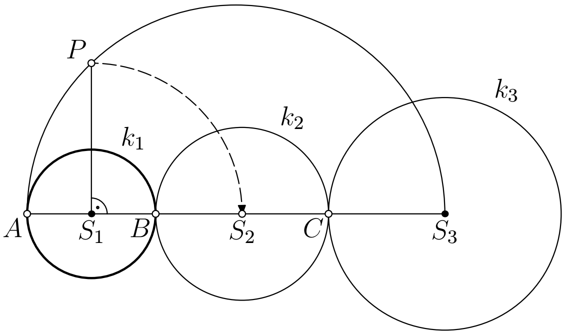
$$\frac{|S_1S_2| - 2r_1}{|S_1S_2|} = \frac{|S_1S_3| - 2|S_1S_2|}{|S_1S_3|}.$$

(Stejnou rovnost bychom získali i v případě, leží-li bod V na polopřímce opačné k polopřímce S_3S_1.) Snadnou úpravou tohoto vztahu pak dostaneme

$$|S_1S_2|^2 = r_1\,|S_1S_3|.$$

Protože r_1 a $|S_1S_3|$ jsou známé hodnoty, vzdálenost $|S_1S_2|$ snadno sestrojíme pomocí Eukleidovy věty o výšce. Po sestrojení bodu S_2 je další konstrukce zřejmá:

Označme $A \neq B$ průsečíky přímky S_1S_3 s kružnicí k_1, přičemž bod B je bodem úsečky S_1S_3. Sestrojíme polokružnici s průměrem AS_3 a její průsečík s kolmicí k přímce S_1S_3 procházející bodem S_1 označíme P (potom $|S_1P| = \sqrt{r_1\,|S_1S_3|}$). V otočení se středem S_1 bodu P na úsečku S_1S_3 dostaneme bod S_2. Sestrojíme kružnici $k_2(S_2; |S_2B|)$ a její průsečík s přímkou S_1S_2 různý od B označíme C. Nakonec sestrojíme kružnici $k_3(S_3; |S_3C|)$ (obr. 2).



Obr. 2

Správnost této konstrukce plyne z diskuse a úloha má jediné řešení, přičemž výše uvedená konstrukce je správná i v případě $|S_1S_3| = 4r_1$.

Poznámka. Dvojice kružnice k_2 a k_1 resp. k_3 a k_2 jsou stejnolehlé se středem stejnolehlosti v bodě V a totožným koeficientem, případně jsou stejnolehlé se stejným koeficientem a středy stejnolehlosti v bodech B resp. C.

Správná řešení zaslali *Karol Gajdoš* z Trnavy, *Anton Hnáth* z Moravan, *Jozef Mészáros* z Jelky a *Martin Raszyk* z ETH Zürich.

Pavel Calábek

* * *

Upozorňujeme učitele matematiky, že na webových stránkách MFI je uveřejněno plné znění úloh I. kola 66. ročníku Matematické olympiády (domácí část), kategorie A, B a C.

FYZIKA

Zamyšlení nad pojmem energie

BOHUMIL VYBÍRAL

Přírodovědecká fakulta Univerzity Hradec Králové

Pojem energie a jeho etymologie

Pojem energie má ve fyzice zásadní význam. Ve fyzikálním pojmosloví je energie definována jako jedna z nejvýznamnějších skalárních veličin, která zasahuje do všech oblastí fyziky. V technických aplikacích fyziky se pojem poté přenesl do všech technických oborů a jejich prostřednictvím do všech oblastí civilizované společnosti. Zajímavé je, že pojem energie v širším významu vstoupil do fyziky poměrně pozdě – až v polovině 19. století – kdy šlo o vztah mezi potenciální a kinetickou energií (veličin zavedených v mechanice již v 18. století) a nově poznávanými tepelnými ději. V mechanice je významový obsah pojmu energie spojen zejména se jmény L. Eulera a J. L. Lagrangea (viz Lagrangeovy pohybové rovnice, které jsou datovány rokem 1760). Poté teoretický fyzik W. R. Hamilton roku 1834 formuloval obecné kanonické pohybové rovnic v mechanice využitím celkové mechanické energie – viz *hamiltonián* H (i když se pojem „energie“ tehdy ještě nepoužíval). Do fyzikálního poznání v průběhu první poloviny 19. století významně zasáhly poznatky o teplých dějích v plynech, které se ve fyzice rozpracovávaly v termodynamice. Významnou vazbu mezi energetickými ději v mechanice a termice přinesl až experiment, který roku 1845 provedl J. P. Joule, jímž stanovil mechanický ekvivalent tepla. Tak nazrál čas pro formulaci *zákona zachování energie* ve fyzice. Nakonec to nebyl fyzik, nýbrž původem lékař Julius Robert von Mayer (1814–1878), který roku 1842 podal první obecnou formulaci zákona zachování energie, i když jeho původní formulace byla z fyzikálního hlediska poněkud vágní.

Fyzikálně přesně zákon zachování energie pro uzavřenou (izolovanou) soustavu formuloval až roku 1847 fyzik Hermann von Helmholtz (1821–1894). Primárně tehdy šlo o děje mechanické a tepelné, avšak logicky byla jeho platnost postupně rozšířena na všechny fyzikální děje. Otázkou bylo, co je energie. Skutečná molekulární podstata tepla (resp. tepelné výměny) v té době nebyla ještě známa. Převládala představa, že jde o jakýsi flogiston (při hoření) či jakési fluidum, které vstupuje do zúčastněných těles či z nich vystupuje při probíhajících tepelných, mechanických a později rovněž elektromagnetických a jaderných procesech.

Nyní k etymologii pojmu *energie*. Zavedli jej původně fyzici (jen) jako označení fyzikální veličiny v polovině 19. století. Základ slova je řecký a vychází ze slov „energeia“ (řecky má význam hybnost, činnost, uskutečnění) a odvozených řeckých slov „energo“ (působím, jsem činný), „energos“ (býti v práci, zaneprázdněný). Pojmy *kinetická energie* a *potenciální energie* (již jako fyzikální veličiny) zavedl v letech 1852 a 1859 W. J. M. Rankine.

Vývoj pojmů kolem mechanické energie je dlouhý. Pojem „potenciál“ zavedl do matematiky a fyziky již roku 1773 J. L. Lagrange [1]. S tím souvisí matematický pojem „potenciální funkce“ zavedený G. Greenem roku 1828 a nezávisle roku 1839 C. F. Gaussem. O energii a o jejím fyzikálním obsahu se v české literatuře diskutuje např. v pracích [1, 2, 3, 4, 5].

O užívání pojmu energie ve fyzice

Pojem energie byl do fyziky zaveden jako označení *fyzikální veličiny*, tedy veličiny, kterou principiálně lze měřit a případně vypočítat[1] (a její hodnotu uvádět ve zvolených jednotkách – joule, elektronvolt) a jejíž celková hodnota se při dějích v izolované soustavě zachovává. Ne vždy se takto s pojmem energie ve fyzice pracuje, neboť v některých způsobech užívání je zřejmě skryta původní flogistonová/fluidová představa o energii z první poloviny 19. století. Jde např. o dnes užívané pojmy „přenos energie“, „vyzařování energie“, „přeměna energie“. Tato dvojznačnost pojmu energie, tj. fyzikální veličiny a energie jako forma existence pohybující se hmoty, má tedy historické kořeny. Zavádějící je také novější spojení „degenerace energie“, s nímž pracují autoři statí [6, 7] v souvislosti se vzrůstem entropie objektu.

[1] Dlužno poznamenat, že ne každou z energií lze přímo měřit a vypočítat, např. klidovou energii částice určujeme z klidové hmotnosti podle Einsteinova vztahu $E_0 = m_0c^2$, aniž by současná fyzika cele znala její podstatu.

S pojmem energie se od konce 19. století až dosud museli nějak vyrovnat všichni autoři učebnic fyziky (pro základní až vysoké školy). E. Mechlová v monografii [8] podrobně analyzuje přístup různých autorů k vytváření pojmu energie. Autoři převážně k tomuto pojmu přistupovali jako „ke schopnosti konat práci" a poté jej definují jako fyzikální veličinu a event. provádějí její výpočet. Střetávají se zde však dva obsahové významy téhož pojmu energie, jak bylo výše zmíněno. Autor této úvahy je přesvědčen, že by se problém terminologicky uspokojivě vyřešil, pokud by se oddělilo označení energie jako formy existence hmoty a energie jako fyzikální veličiny.

Nad uvedenými problémy se autor přeložené úvahy delší dobu zamýšlel a hledal východisko, které by bylo přijatelné z hlediska čistoty fyzikální terminologie. V roce 2013 zavedl pojem „energetický stav objektu" (tělesa, částice, soustavy těles nebo částic) a publikoval jej v monografii [9]. O problematice užívání pojmu energie vystoupil v květnu 2014 na konferenci s mezinárodní účastí (XXXII. kolokvium) na Univerzitě obrany v Brně [4] a v říjnu 2014 na konferenci DIDFYZ 2014 v Račkové dolině [10]. Problematika užívání pojmu energie je rovněž předmětem statě [5]. V tomto článku je možné řešení problému užívání pojmu energie ještě rozšířeno. Je třeba také upozornit na jednu terminologickou změnu. V uvedených autorových statích se pracuje s pojmem (přívlastkem) „energetický". Ve druhém vydání *Fyziky* [11] z roku 2014 autoři českého překladu užívají terminologicky přijatelnější výraz „energiový" (např. „energiová hladina" namísto původního pojmu „hladina energie"). Nově zavedený výraz „energiový" se jeví fyzikálně přijatelnější než autorem dosud užívaný přívlastek „energetický", který je spíše vhodný pro energetiku a technologické procesy s ní spojené (překladatelé vhodnost novotvaru „energiový" také konzultovali s Ústavem pro jazyk český AV ČR s pozitivním závěrem).

Energiový stav objektu

Energie (E) jako fyzikální veličina se obecně obtížně definuje. Např. [12] uvádí „energie je významná skalární fyzikální veličina, která charakterizuje formy pohybu hmoty." Toto vyjádření je však dosti vágní, málo vypovídající. Slůvko „charakterizuje" je pro fyzikální veličinu příliš obecné, neboť každá fyzikální veličina má být principiálně měřitelná nebo určitelná výpočtem (a poté verifikována kvantitativním experimentem), v konkrétních případech má mít číselnou hodnotu a jednotku. Důsledkem takového přístupu k pojmu energie je, že se ve fyzice s tímto pojmem vždy nezachází jako s veličinou, která je vztažena k nějakému objektu. Toto je první část problému, na který je předložený příspěvek zaměřen, s cílem navrhnout fyzikálně správnější používání pojmů ve spojitosti s energií.

Energii je ve fyzice nutné vztáhnout na určitý objekt (těleso, částici nebo soustavu těles či částic, či na pole). Energii lze konkrétněji definovat jako fyzikální veličinu, když pomocí ni budeme popisovat *energiový stav* objektu. Fyzikální objekt v uvažované inerciální vztažné soustavě se může nacházet v těchto energiových stavech [4, 5, 9, 10]:

- kinetický,
- potenciální,
- strukturální.

Kinetický energiový stav objektu souvisí s jeho pohybem v určité inerciální vztažné soustavě. Popisuje jej *kinetická (pohybová) energie* (E_k). Kinetický energiový stav může být makroskopický, kdy se těleso (nebo soustava těles) pohybuje (obecně translačním, rotačním nebo vibračním pohybem) jako celek, přičemž u soustavy těles i vzájemným pohybem těles vůči sobě. Tento makroskopický pohybový stav popisuje mechanická kinetická energie. Mikroskopický kinetický energiový stav těles (pevných a tekutých) naopak souvisí s mikroskopickým pohybem jejich strukturálních částí, tj. s chaotickým translačním, rotačním a vibračním pohybem molekul a atomu (popř. iontů a elektronů) v klidové soustavě spřažené s tělesem či jejich makroskopickou soustavou.

Mikroskopický kinetický energiový stav těles popisuje podstatná část veličiny *vnitřní energie* (U), s níž pracuje termika a termodynamika. Mikroskopický kinetický energiový stav elektricky vodivých těles je podstatou vzniku elektrického proudu, jako usměrněného pohybu nabitých částic, je-li vodič připojen ke zdroji o elektrickém napětí. Elektrický proud, jako zdroj magnetického pole, je dán kinetickým energiovým stavem nabitých částic. Magnetickou energii pole lze tak chápat jako složku kinetické energie nabitých částic, i když se společně s elektrickou (potenciální) energií vhodně vyčleňuje jako samostatná složka energie – *elektromagnetická energie* (E_em).[2]

Potenciální energiový stav objektu (těles, částic a jejich soustav) souvisí s jejich polohou (konfigurací) v konzervativních silových polích, vytvořených jinými tělesy. Tento stav popisuje veličina *potenciální (polo-*

[2] V případě polí je vhodnější pracovat s hustotou energie pole, tedy v daném případě s hustotou energie elektromagnetického pole, tj. s energií vztaženou na jednotkový objem v daném místě pole.

hová) energie (E_p), např. gravitační energie, elektrická (elektrostatická) energie. Tato energie je určena až na konstantu – při výpočtu (či měření) je nutné volit nulovou (resp. vztažnou) hladinu energie. Makroskopicky k potenciální energii patří také *tlaková* potenciální energie tekutin a potenciální energie *pružnosti* deformovaných pružných těles. Mikroskopicky se zde však jedná o komplexní změnu kinetického a potenciálního energiového stavu mikročástic (zejména u plynu je tlak a tlaková energie projevem změny kinetického energiového stavu molekul plynu při interakci molekul se stěnou nádoby). Mikroskopická potenciální energie pevných a tekutých těles se rovněž zahrnuje do vnitřní energie (viz dále).

Strukturální energiový stav objektu (těles, částic a jejich soustav) souvisí s vazbou složkových objektů do strukturálních soustav (mikroskopických i makroskopických). Tento strukturální stav popisuje *vazební energie* (E_v). U atomů jde např. o jadernou energii (vazební energii nukleonů v jádře), ionizační energii (vazební energii jednotlivých elektronů v obale atomu) a vazební energii atomů v molekule či atomové mřížce u krystalů. Tyto jmenované případy se v širším slova smyslu rovněž zahrnují do vnitřní energie těles (viz např. [12]). Do kategorie energie strukturálních soustav makroskopických těles se zahrnuje např. gravitační vazební energie vesmírných těles – např. Země, Slunce, Galaxie (viz např. [5]).

Přísně vzato by energiový potenciální stav soustavy těles či částic bylo možné zahrnout do energiového strukturálního stavu, avšak vzhledem k tradici zavedené v klasické mechanice je tento stav popsán odděleně, jak je uvedeno. Jde o účelné oddělení, které je velmi výhodné v klasické mechanice i v teorii elektromagnetického pole a v kvantové fyzice.

Vnitřní energie tělesa (pevného či tekutého). K tomuto pojmu je třeba poznamenat, že v moderních učebnicích fyziky (např. [12]) se vnitřní energie chápe ve dvou významech. V širším komplexním významu zahrnuje:

- celkovou kinetickou energii U_k tepelného pohybu částic, které tvoří soustavu tělesa,
- celkovou potenciální energii U_p částic, jejich vzájemného silového působení,
- energii elektronů v elektronových obalech atomů a iontů,
- energii jader atomů.

Při zkoumání tepelných dějů, kterými se zabývá termika a zvláště termodynamika, se pojem vnitřní energie látky omezuje jen na první dvě uvedené formy, neboť složky podle dalších dvou bodů se při těchto dějích nemění. Vnitřní energie v užším významu, s nímž pracuje nauka o teple, tedy je $U = U_\mathrm{k} + U_\mathrm{p}$. Z hlediska popisovaných energiových stavů těles zahrnuje vnitřní energie v širším slova smyslu mikroskopicky všechny tři zde uváděné složky – energiové stavy (kinetický, potenciální i strukturální).

Energiový stav fyzikálních soustav se v důsledku určitých dějů v prostoru a čase mění – tj. jeden energiový stav částečně nebo úplně přehází do jiného stavu (anebo se jenom mění energiový stav určitého typu ve své vnitřní struktuře), avšak celková energie se při změnách v izolované soustavě zachovává – *zákon zachování energie* ($E = E_\mathrm{k} + E_\mathrm{p} + E_\mathrm{v} = \mathrm{konst.}$). Je třeba podtrhnout, že tato formulace platí pro klasickou fyziku.

Energii je ve fyzice nutné vztáhnout na objekt, ke kterému se váže a jako každá veličina musí být principiálně měřitelná. Energii lze rovněž určit výpočtem jako (fyzikální) práci, která se musí vykonat na dosažení příslušného energiového stavu objektu. Lze také použit relativistický vztah $\Delta E = \Delta mc^2$. Tento výpočet je proveden nebo naznačen u řady případů v pracích [5, 9] (viz rovněž poznámku pod čarou 1).

Energie a moderní fyzika

V moderní fyzice je dominantní postavení energie, jako fyzikální veličiny, poněkud oslabeno. Nejprve se zaměříme na **relativistickou fyziku**. Nechť se v inerciální vztažné soustavě nachází objekt, např. volná částice, o klidové hmotnosti m_0. Částice nechť se ve zvolené soustavě nachází v klidu. Má-li dojít ke změně tohoto energiového stavu, je nutné na částici působit silou $\boldsymbol{F}$, která bude konat práci. Uvažujme element dráhy $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$. Protože změna polohy se děje ze stavu klidu, mají oba vektory stejný směr a výpočet lze provést přímo skalárně. Postupně pro element práce $\mathrm{d}W$ a element přírůstku kinetické energie $\mathrm{d}E_\mathrm{k}$ vychází

$$\begin{aligned} \mathrm{d}W &= \boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = F\mathrm{d}l = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}l = v\,\mathrm{d}(mv) = \\ &= v(v\mathrm{d}m + m\mathrm{d}v) = mv\,\mathrm{d}v + v^2\mathrm{d}m = \mathrm{d}E_\mathrm{k}, \end{aligned} \tag{1}$$

Pro pokračování ve výpočtu má rozhodující význam veličina hmotnost m.

a) Klasická fyzika hmotnost chápe jako veličinu, která je mírou setrvačných a gravitačních účinků těles a také jako míru množství látky. Tedy $m = \mathrm{konst.}$ a $\mathrm{d}m = 0$. Pak z (1) plyne

$$\mathrm{d}W = mv\,\mathrm{d}v = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \mathrm{d}E_\mathrm{k}, \quad \text{neboli } E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}mv^2, \tag{2}$$

což je klasický výraz pro výpočet kinetické energie.

b) Relativistická fyzika je vázaná principem konstantní rychlostí světla ve vakuu c, která je současně mezní rychlostí všech materiálních objektů. Důsledkem je vzrůst hmotnosti s rychlostí v podle vztahu

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}. \tag{3}$$

Z toho plyne $m^2(c^2 - v^2) = m_0^2 c^2 = \text{konst.}$, protože m_0 a c jsou konstantní. Odtud diferencováním je

$$mv\,\mathrm{d}v + v^2 \mathrm{d}m = c^2 \mathrm{d}m.$$

Dosazením tohoto vztahu do (1) dostaneme pro element kinetické energie vztah

$$\mathrm{d}E_\mathrm{k} = c^2 \mathrm{d}m, \tag{4}$$

neboli přírůstek kinetické energie částice ve vztažné soustavě se projeví jako přírůstek její hmotnosti. Pokud je částice urychlena z klidového stavu, kdy je $v = 0$ a částice má klidovou hmotnost m_0, do obecného energiového stavu při rychlosti $\boldsymbol{v}$, bude po integraci vztahu (4) platit

$$E_\mathrm{k} = (m - m_0)c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} - 1 \right) m_0 c^2, \tag{5}$$

Neboli $E = E_0 + E_\mathrm{k}$, kde

$$E = mc^2, \qquad E_0 = m_0 c^2 \tag{6}$$

je *celková energie* a *klidová energie* částice (tělesa). Tyto poznatky relativistická fyzika zobecňuje pro energie ve všech výše popsaných energiových stavech objektů.

Vztahy (6) těsně váží dvě fyzikální veličiny, popisující nejzákladnější vlastnosti hmoty – veličiny, jejichž souvislost klasická fyzika neznala. To mění i dva oddělené klasické zákony zachování – zákon zachování energie a zákon zachování látky. V relativistické fyzice se do celkové energiové bilance musí zahrnout i energie ekvivalentní klidové energii soustavy – formuluje se *zákon zachování hmotnosti–energie.* Pro soustavu částic se při ději celková hmotnost–energie soustavy zachovává:

$$\sum (m_0 c^2 + E_\mathrm{k} + E_\mathrm{p} + E_\mathrm{v}) = \text{konst.} \tag{7}$$

Zákon zachování hmotnosti–energie v izolované fyzikální soustavě je charakteristikou stálosti celkové hmotnosti a energie jako fyzikální veličiny.

Na úvahy o energii z hlediska obecné relativity se také zaměřuje příspěvek J. NOVOTNÉHO [3], proto se odkazujeme na něj.

Nyní několik poznámek k energii z hlediska **kvantové fyziky**, která do fyziky nejprve přinesla jev kvantování energie. Jev byl roku 1900 nejprve teoreticky poznán M. PLANCKEM u infračerveného záření, poté u světla a dalších složek elektromagnetického vlnění/záření. Kvantum energie záření o úhlové frekvenci ω je

$$\varepsilon = \hbar\omega, \quad \text{kde } \hbar = 1{,}054\,571\,800(13) \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}.$$

Podle první Heisenbergovy *relace neurčitosti* je poloha částice (na ose x) a složka její hybnosti p_x určitelná s nepřesností Δx a Δp_x podle vztahu $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$. Tato relace narušuje výše uvedený výpočet elementu práce podle vztahu (1) – v důsledku neurčitosti polohy a hybnosti (resp. rychlosti) vzniká také neurčitost v určení energie ΔE. Tuto neurčitost formuluje druhá Heisenbergova relace neurčitosti: $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$. Podle ní je při měření v časovém intervalu Δt energie měřitelná s nepřesností ΔE, neboli s nejmenší možnou chybou $\Delta E = \hbar/2\Delta t$.

Uvedené úvahy a výpočty sice z hlediska moderní fyziky otupují dominantu energie jako fyzikální veličin, avšak nesnižují její význam z hlediska fyziky jako takové a většiny jejích technických aplikací (s výjimkou např. jaderné energetiky a některých aplikací polovodičů).

Energetika a pojem energie

Samotný pojem „energetika“ našemu pohledu na pojem energie nevadí, i když je od pojmu (fyzikální veličiny) energie odvozen. Z fyzikálního hlediska jsou však nepřístupná označení některých předmětu a činností energetiky, a to v širších souvislostech. Jako je „výroba energie“, „dodávka energie“, „spotřeba energie“, „úspora energie“, „zdroje energie“, „ložisko energie“, „uskladnění energie“ aj., neboť nevyjadřují fyzikální veličinu a jsou také v rozporu s formulací zákona zachování energie, formulovaným ve fyzice, jak již bylo zmíněno. Řešením je opis užitím přívlastku „energetický“ ([4, 5, 10]), případně „energiový“. Přípustné jsou tedy pojmy „energetická výroba“, „energetická spotřeba“, „energetický zdroj“, „energetické ložisko“ aj.

Popišme nyní proces *energetické výroby a spotřeby* ze správného fyzikálního hlediska. Zvolme případ uhelné tepelné elektrárny. Při hoření uhlí v kotli, neboli při exotermické reakci okysličování uhlíku, dochází ke změnám ve strukturálním energiovém stavu soustavy molekul uhlíku a kyslíku. Makroskopicky pak dochází k tepelné výměně mezi zahřátým ohništěm a vodou v trubkách kotle. Zvětšuje se vnitřní energie molekul vody, která přešla do skupenství páry. Na výstupu z kotle je pára o vysoké teplotě a tlaku, jde tedy o pracovní medium s makroskopicky výrazně změněným potenciálním energiovým stavem. V turbíně pára expanduje, zvětšuje se usměrněná rychlost jejich molekul, přičemž na lopatkách turbíny se mění směr proudění molekul páry – tím dochází ke změně toku vektoru hybnosti páry. Následkem je zvětšení kinetického energiového stavu makroskopické soustavy rotoru turbíny a připojeného rotoru generátoru (alternátoru) elektrického proudu.

Rotující elektromagnety na kotvě (rotoru) alternátoru indukují v cívkách jeho statoru elektrický proud, neboli vznikne usměrněný tok elektronů, jak ve vodičích cívek statoru alternátoru, tak v cívkách nezbytných transformátorů a následně ve vodičích přenosové soustavy na trase mezi elektrárnou a spotřebičem. U střídavého proudu jde o makroskopický tok elektronů oscilující ve směru elementů příslušných vodičů. Tak se mechanický kinetický energiový stav rotoru turbíny a alternátoru mění na elektrický kinetický stav elektronů ve vodičích energetické soustavy. Tento proces vedení proudu všemi zúčastněnými vodiči je také částečně spojen se zvětšováním vnitřní energie částic vodičů a poté i jejich okolí (vzniká energetická ztráta Joulovým teplem). Spotřebičem může být např. klasická žárovka, v jejímž wolframovém vlákně se zvětší vnitřní energie natolik, že dojde k excitaci elektronů (tedy ke strukturálním energiovým změnám v atomech/molekulách wolframu) a k následné emisi fotonů – ke světelnému záření.

V celém procesu popsané energetické výroby a spotřeby došlo k řetězci změn energiových stavů zúčastněných fyzikálních těles. K žádné výrobě ani ztrátě energie v uvažované soustavě samozřejmě nedochází, energie soustavy se zachovává, přičemž prostřednictvím změn energiových stavů v celém procesu této výroby se *mění kvalita energiových stavů*, popsaných příslušnými energiemi těchto stavů, za což spotřebitel musí zaplatit.

Pojem energie a společnost

Pojem energie byl fyziky původně zaveden jako označení fyzikální veličiny. Rozvoj společnosti od konce 19. století (podmíněný technickými aplikacemi fyziky i rozvojem kultury) rozšířil užívání pojmu energie také na případy, které s fyzikou souvisí jen okrajově – a s fyzikální veličinou již vůbec ne. Budeme-li např. pečlivě sledovat zprávy v masových sdělovacích prostředcích, zaslechneme úvahy o energii, její výrobě, rozvodu a spotřebě a úsporách, o ceně energií a o energii jako o jednom ze stěžejních bodů politiky našeho státu a Evropské unie, o energii jako předmětu bezpečnostní politiky státu, atd. K tomu je třeba připočítat četné užívání pojmu energie v technické literatuře, v níž mnohdy nemá význam fyzikální veličiny. Nakonec i ve fyzice se někdy slovo „energie“ neužívá jako fyzikální veličina (viz např. zmíněný „transport, resp. přenos, energie“ a „přeměna energie“).

Existuje ještě jedno časté nefyzikální užívání pojmu energie, které je literární nebo lidové a má spíše pocitový charakter, což samozřejmě nemá s fyzikální veličinou nic společného. Viz např. sdělení „Jdu do lesa načerpat energii.“ Zde by z fyzikálního hlediska bylo vhodnější slovo „energie“ nahradit slovem „vitalita“. Toto je sice z fyzikálního pohledu zcela okrajové, avšak vede to k pokřivení tohoto původně jen fyzikálního pojmu ve smyslu měřitelné veličiny.

Zavést nový pojem pro energiovou fyzikální veličinu – energita?

Rozšíření nefyzikálního užívání pojmu energie je v současnosti poměrně značné. Dosažení pojmové čistoty u užívání pojmu energie nebude snadné. Boj proti tomuto „zneužívání“ pojmu, původně zavedeného fyziky pro fyzikální veličinu, je nesnadný (pokud by se vůbec mohl povést). V pracích [4, 5, 10] je navrženo řešení užívat ve fyzice a v navazujících technických oborech pojen energie jen v případech, kdy vyjadřuje principiálně měřitelná fyzikální veličinu. V jiných případech užít přívlastek – přídavné jméno „energetický“ případně „energiový“. O tom již byla výše zmínka. Bylo by tedy třeba i ve fyzice hovořit např. místo o „transportu energie“ správněji o „energiovém transportu“. Nejsme-li si jisti, zda je pojem „energie“ v určitém případě terminologicky použít správně, zkusme pojem nahradit obecným pojmem „fyzikální veličina“ a posuďme, zda spojení dává smysl (např. místo „transport energie“ „transport fyzikální veličiny“). Tento první návrh na řešení problému s pojmem energie se jeví (při dobré vůli jej vůbec řešit) snadno realizovatelný.

Naskýtá se otázka, zda při řešení tohoto problému nejít radikálněji, podobnou cestou, jakou šla fyzika přibližně před padesáti lety, kdy se řešil spor s filosofy o pojem *hmota*. Tehdy fyzikové filosofům ustoupili a na návrh prof. Zdeňka Horáka zavedli fyzikální veličinu *hmotnost*. Autor tohoto příspěvku navrhuje zvážit, zda i v případě energie rozlišovat dva svou podstatou související pojmy – vedle energie nový pojem *energita*. Šlo by o dva spolu související pojmy:

- *Energie* jako pojem, který obecně charakterizuje formy pohybu hmoty.
- *Energita* jako energiová fyzikální veličina, která popisuje energiový stav objektu (jako v principu měřitelná fyzikální veličina).

Problém by se tedy řešil zavedením nového jednoduchého pojem „energita". Návrh na označení energiové veličiny autor této úvahy v květnu 2015 diskutoval s fyzikem Pavlem Voráčkem z Lundu (Švédsko). Za vhodný byl považován právě pojem energita. Je to slovo odvozené od slova energie tak, že koncová samohláska „e" se nahradí slabikou „ta". Jde sice o nové nezvyklé, avšak jednoduché slovo. Z jazykového hlediska má tento novotvar strukturu jiných slov, užívaných v obecném i odborném kontextu.[3] Bylo by jen otázkou času, kdy by si na ně lidé zvykli, podobně jak tomu bylo u slova hmotnost. Šlo by o využití pojmu ve všech případech, kde se dosud vyskytovalo slovo energie ve významu fyzikální veličiny, popisující energiový stav objektu. Tedy konkrétně:

- kinetická energita,
- potenciální energita,
- vazební energita,
- vnitřní energita,
- ionizační energita,
- jaderná energita (či vazební energita nukleonů v jádře),
- hustota energity elektromagnetického pole,
- relativistická energita,
- klidová energita objektu,
- zákon zachování energity pro izolovanou soustavu.

[3] V češtině není výskyt slov s cizím základem a příponou -ita nebo -ta malý. Uveďme 35 příkladů: ▪ slova všeobecně užívaná: kvantita, kvalita, mobilita, vitalita, humanita, genialita, generalita, aktivita, pasivita, naivita, agresivita, banalita, kalamita, kriminalita, sanita, specialita, prosperita, bonita, exklusivita, efektivita, produktivita, kontinuita, imunita komunita, univerzita; ▪ fyzikální obor: relativita; ▪ fyzikální konstanty: permitivita, permeabilita, susceptibilita, konduktivita; ▪ fyzikální veličiny: intenzita (pole), kapacita (kondenzátoru), (kinetická, dynamická) viskozita, hustota (hmotnosti) ▪ fyzikálně-technické vlastnosti: elasticita, plasticita. Anglický ekvivalentem slova *energita* by byl výraz *energity* (v analogii např. k výrazu *intensity*).

Pojem „energie“ by mohl být tedy zachován ve všech ostatních případech, kdy má v podstatě neměřitelný abstraktní obsah. Jako je transport energie, přeměna energie aj. Také tak, jak se s tímto pojmem dosud setkáváme ve společenském styku, v masových sdělovacích prostředcích, v politice, jak bylo uvedeno. Také v řadě případů i v technice (s výjimkou uvedených případů, kdy by se užívala „energita“ jako fyzikální veličina).

Přípustné pojmy energie a pojmy s energií spojené (obecně vyjadřující abstraktní obecnou charakteristiku formy existence a pohybu hmoty) by nyní měly tento fyzikální význam:

- energie = energiový stav objektu,
- výroba energie = řízený růst (kvality) určitého energiového stavu objektů energetické soustavy (i když raději hovořit o výrobě elektrické energie, o výrobě páry aj.),
- dodání energie = vzrůst energiového stavu příslušného objektu soustavy,
- rozptyl energie = snížení energiového stavu objektu (zvýšení jeho entropie),
- zdroj energie = zařízení či objekt ke změně (růstu) energiového stavu,
- degradace energie = proces, kdy roste entropie objektu, čímž se snižuje kvalita jeho energiového stavu.

Provedení této terminologické změny by nebylo obsahově náročné. Nicméně by záviselo na vůli fyziků – nejen učitelů fyziky, nýbrž i odborných fyziků a techniků – zpřesnění přijmout a prosazovat. Podobně, jak tomu bylo u pojmu hmotnost. Začít by se muselo při přípravě učitelů a v nových učebnicích fyziky a učebnicích na odborných školách. I tak by trvalo minimálně jednu generaci ($\sim$ 20 let), než by se s pojmem energie konečně udělal terminologický pořádek.

Příklady jiných kolizních fyzikálních pojmů

Při budování fyzikálního pojmosloví byla z obecného jazyka převzata řada slov, kterým byl dán fyzikální obsah. Často jde o fyzikální veličiny. Na některé problémy s tím spojené autor tohoto článku již upozorňoval [10]. Na rozdíl od pojmu energie, který je primárně fyzikálním pojmem, jde o slova obecná, kterým fyzika dává specifický obsah, což by se mělo i patřičně slovně vyjádřit. Uveďme několik důležitých příkladů

- **Síla** – v obecném jazyce toto slovo může mít roztodivný význam (např. síla osudu). Ve fyzice jde o významnou měřitelnou veličinu, která je mírou silového působení, resp. interakce, mezi fyzikálními objekty. Její význam ve fyzikálních aplikacích vyplývá z kontextu příslušného výkladu, avšak je vhodná bližší specifikace, vyjádřená např. symbolem ($\boldsymbol{F}$) anebo označením *vektor* síly. Protože jde o fyzikální veličinu, není správné (přísně vzato) např. rčení: „že sílu někde nechat působit…“, protože by se zde zaměnil jev (tj. interakce) s veličinou, která je mírou tohoto jevu (tj. silou).
- **Práce** – je slovo, které má v obecném jazyce velkou frekvenci a mnoho nefyzikálních významů (např. duševní práce, instituce: úřad práce, ministerstvo práce, …). Fyzika je převzala k vyjádření míry dráhového účinku síly (přesněji interakce vyjádřené silou). Pojem práce by se měl ve fyzice (alespoň v základu) blíže specifikovat a veličinu označit *fyzikální* práce.
- **Hustota** – opět slovo z obecného jazyka s různým významem (např. hustota provozu, hustota obyvatelstva). Fyzikální využití pojmu k definici veličiny vyžaduje specifikaci (hustota *hmotnosti*, hustota *náboje*, hustota *energie pole*). Používání pojmu hustota bez vyznačené specifikace (u hmotnosti) je na zvážení.
- **Intenzita** – je obecně užívaný pojem (např. intenzita prožitku). Ve fyzice se k vyjádření veličiny (zde bez problémů) blíže specifikuje, např. intenzita *elektrického pole*, přičemž při opakovaném užití lze specifikaci vyjádřit symbolicky, např. intenzita $\boldsymbol{E}$.
- **Kapacita** – opět slovo převzaté z obecného jazyka (např. kapacita sálu). Ve fyzice vyžaduje specifikaci: kapacita *vodiče* nebo *kondenzátoru*, *tepelná* kapacita.
- **Náboj** – pojem převzatý z vojenství (např. náboj pistole) se k označení fyzikální veličiny specifikuje, např. elektrický náboj. Je třeba opět upozornit na nesprávnou manipulaci s tímto pojmem – např. při formulaci Coulombova zákona. Silově na sebe nepůsobí elektrické náboje q_1, q_2, nýbrž částice o elektrických nábojích q_1, q_2.

Literatura

[1] *Trkal, V.*: Mechanika hmotných bodů a tuhého tělesa. NČSAV, Praha, 1956.

[2] *Obdržálek, J.*: Potenciální energie, potenciál. Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, roč. 42, č. 5 (1997), s. 234–238.

[3] *Novotný, J.*: Otázky nad energií. In: Nové trendy ve fyzice. Sborník příspěvků konference. Vysoké učení technické v Brně, FEI, 15.–16. 11. 2001, s. 32–45.

[4] *Vybíral, B.*: Is the term "energy" in physics (and outside it) used always correctly? Je pojem „energie" užíván ve fyzice (a mimo ni) vždy správně? In: 32th International Colloquium on the Acquisition Process Management, May 22, 2014, Brno, University of Defence, Faculty of Economics and Management, s. 245–250.

[5] *Vybíral, B.*: O užívání pojmu energie ve fyzice i mimo ni. Obzory matematiky, fyziky a informatiky, roč. 44 (2015), č. 3, s. 39–44 (1. část), č. 4 (dokončení), s. 29–38.

[6] *Schlichting, H. J. – Backhaus, U.*: From energy devaluation to exergy. In Marx, G. (Ed.) Entropy in the School. Proceedings of the 6th Danube Seminar on Physics Education, vol. I, II, Budapest, 1983, Roland Eötwös Physical Society, s. 228–240.

[7] *Schlichting, H. J. – Backhaus, U.*: Physikunterricht 5–10. Urban und Schwarzenberg, München, 1981.

[8] *Mechlová, E.*: Vytváření fyzikálních pojmů u žáků. Projekt SVZZ. Ostravská univerzita, Ostrava, 2014, s. 119–129.

[9] *Zelenka, J., Vybíral, B., et al.*: Kognice prostoru. Kap. 7: Fyzikální pohled na prostor. Gaudeamus, Hradec Králové, 2014, s. 89–194.

[10] *Vybíral, B.*: Problematika pojmu energie. In: DIDFYZ 2014. Zborník abstraktov a príspevkov (na CD-ROM) z XVIII. medzinárodnej konferencie. Univerzita Konštantína Filozofa, Nitra, 2016 (v tisku).

[11] *Halliday, D. – Resnick, R. – Walker, J.*: Fyzika. Vysokoškolská učebnice obecné fyziky. Překlad z anglického originálu za redakce B. Lencové, J. Obdržálka a P. Duba, 2. přepracované vydání, VUTIUM, Brno, 2014.

[12] *Svoboda E. et al.*: Přehled středoškolské fyziky. Prometheus, Praha, 1996.

Poznámka redakce

Fyzikální terminologie se neustále vyvíjí. Připomeňme třeba již samotný název disciplíny, který se v roce 1958 změnil z fysiky na fyziku. Ale objevují se zcela nové termíny, označující zejména technické aplikace fyzikálních poznatků. Nejnověji je to např. elektroluminiscenční zdroj světla, jehož název vznikl překladem anglického termínu „LED bulb" na „LED žárovka". Je neuvěřitelné, jak rychle se tento, z fyzikálního hlediska nesmyslný název vžil a je otázka, zda ho vytlačí termín lumidka, navržený *J. Valentou* a *I. Pelantem* (http://casopis.vesmir.cz/clanek/doba-ledova).

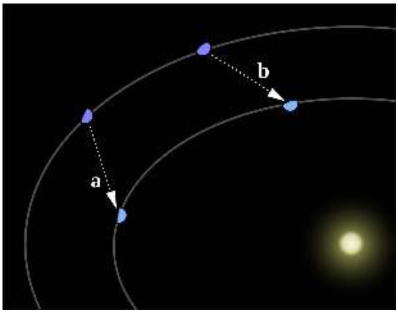
Terminologickým vývojem však procházejí i klasické, historicky vzniklé pojmy, jejichž obsah se s vývojem fyziky obohacuje. Připomeňme již uvedený příklad dnes běžně užívaného pojmu hmotnost, jehož zavedení navrhl *prof. Z. Horák*. Významová různorodost charakterizuje rovněž pojem energie. Reakce MFI by přivítala, kdyby se čtenáři k diskutovanému pojmu a k terminologickým návrhům v příspěvku *B. Vybírala* vyjádřili.

K výročí objevu Neptunu

VLADIMÍR ŠTEFL

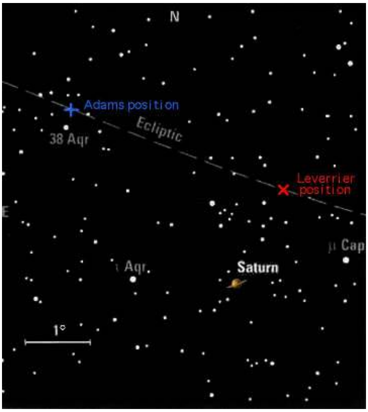
Přírodovědecká fakulta MU, Brno

V roce 2016 uplyne 170 roků od objevu osmé planety sluneční soustavy – Neptunu. *Urbain Jean Le Verrier* (1811–1877) z Francie a téměř současně v Anglii *John Couche Adams* (1819–1892) nezávisle na sobě vypočítali dráhové elementy a odhadli hmotnost dosud neznámé planety. Na základě Le Verrierovy předpovědi polohy byla nalezena v září 1846 německým astronomem *Johannem Gottfriedem Gallem* (1812–1910). Okolnosti objevu Neptunu doporučil královský astronom *Martin John Rees* (*1942) na kolokviu IAU „New Trends in Astronomy Teaching" [1] k zařazení do školní výuky. V ní stručný výklad objevu Neptunu lze opírat o skutečnost zjištěných nepravidelností pohybu Uranu. Planeta v období let 1781–1830 zrychlovala a následně od roku 1831 zpomalovala svůj pohyb. K vysvětlení Le Verrier i další vyslovili myšlenku o existenci vnější planety gravitačně působící na Uran – schematické zachycení situace je na obr. 1.



Obr. 1

Le Verrier řešil tzv. inverzní problém, vypočítal poruchy v rádius vektoru a délce Uranu. Z nesouhlasu pozorovaných a propočítaných poloh Uranu stanovil dráhové elementy a přibližnou hmotnost rušícího tělesa planety – Neptunu. Podrobnější seznámení s problematikou v českém jazyce nalezne čtenář v [2]. Na základě Le Verrierova určení dráhových elementů a polohy neznámé planety byl Neptun objeven (obr. 2).



Obr. 2

Astronomie je bohatou zásobárnou miskoncepcí vznikajících u žáků [3]. Uvedeme nejčastější, které se vztahují k Neptunu:

- Nepravidelnosti jeho pohybu vedly k propočtu a posléze objevení trpasličí planety Pluta.
- Pluto vždy obíhá kolem Slunce ve větší vzdálenosti než Neptun.
- Vzdálenost od Slunce charakterizovaná velikostí velké poloosy dráhy Neptunu je 30,1 au, zatímco u Uranu je to pouze 19,2 au. Proto povrchová teplota Neptunu musí být nižší než Uranu.
- Neptun je vládcem moří, modrá barva odpovídá většímu množstvím vody na povrchu planety.

Stručně řečeno, zmiňované miskoncepce mají kořeny v nepochopení fyzikální skutečnosti, kterou je závislost velikosti gravitační poruchové síly na hmotnosti rušícího tělesa, v neznalosti relativně velké výstřednosti $e = 0{,}25$ eliptické dráhy Pluta, v tom, že Neptun má na rozdíl od Uranu vnitřní zdroje energie a v rozdílnosti mytologie a astronomické reality.

Vedle připomenutí výročí objevu Neptunu článek rovněž seznamuje s tímto nejvzdálenějším planetárním plynným obrem. Postupně v něm odpovíme na otázky:

- Jak určujeme charakteristiky Neptunu, hmotnost, poloměr, povrchovou teplotu?
- Proč má namodralou barvu a přibližně stejnou teplotu jako k Slunci mnohem bližší Uran?

- Jaký je původ magnetického pole Neptunu?
- Kde ve sluneční soustavě Neptun vznikl a jak migroval do současné polohy?
- Čím je způsoben tepelný tok z nitra Tritonu?
- Co vypovídá chemické složení o původu Tritonu, jaké je stáří jeho povrchu?
- Proč tento měsíc pomalu sestupuje na oběžné dráze k Neptunu?

Odpovědi na uvedené otázky, které v článku postupně rozebereme, je vhodné žákům ve školní výuce zdůraznit. Neptun, jakož i ostatní plynné planety vznikl ve formující se sluneční soustavě rychleji než terestrické planety, za řádově desítky milionů roků, při intenzivním využití vodíku a helia z původní mlhoviny. Plynné planety vznikly za tzv. ledovou čárou, tedy v oblasti, kde teplota již poklesla natolik, že voda mohla existovat v tuhém ledovém skupenství. V současné vzdálenosti od Slunce nemohl Neptun vzniknout, nízká hustota plynu a prachu v původní mlhovině by neumožnila jeho vznik. Má větší hmotnost než Uran, formoval se blížeji k Jupiteru a Saturnu. Později, při rezonanci 2 : 1 Jupiteru a Saturnu obě planety při zvýšení gravitačního působení na Neptun ho radiální migrací přemístily až za Uran [4, 5].

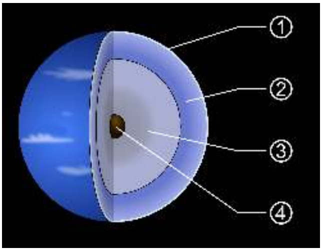
Základní charakteristiky Neptunu (hmotnost, poloměr, hustota, povrchová teplota, zářivý výkon) zjišťujeme astrofyzikálními metodami. Jedno z jejich posledních upřesnění proběhlo po průletu sondy Voyager 2 kolem planety v srpnu 1989 při vzdálenosti 5 000 km od ní. Například stanovená hmotnost činila $17{,}26 M_Z$. Rovníkový poloměr určovaný z fotoelektrického pozorování zákrytů hvězd Neptunem vedl k hodnotě 25 220 km, přibližně $4R_Z$, je tudíž menší než Uran. Interferometrický spektrometr IRIS na Voyageru 2 detekoval infračervené záření v oblastech vlnových délek (0,3–2,0) µm a (2,5–50) µm. Zpracování údajů vymezilo spodní hranici teploty Neptunu na $59{,}3 \pm 0{,}8$ K [6].

Hmotnost Neptunu, nacházejícího se ve vzdálenosti 30 au, tedy 4,5 miliardy km od Slunce, lze stanovit klasickou historickou metodou pomocí 3. Keplerova zákona v přesném tvaru, použitou po objevu měsíce Tritonu v říjnu 1846 anglickým astronomem *Williamem Lassellem* (1799–1880). Oběžná doba měsíce je 5,88 dne, tedy $P = 5{,}08 \cdot 10^5$ s. Při maximální elongaci se nacházel v úhlové vzdálenosti $\alpha = 16{,}8''$ od středu Neptunu v okamžiku opozice Země. V ní byla vzdálenost obou planet $r = 29$ au, vzdálenost Tritonu od Neptunu je $a = \operatorname{tg} \alpha \cdot r = 3{,}55 \cdot 10^8$ m. Hmotnost

Neptunu činí

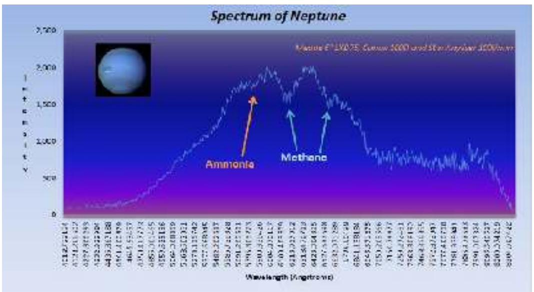
$$M = \frac{4\pi^2}{G}\frac{a^3}{P^2} = 1{,}02 \cdot 10^{26}\ \mathrm{kg} \doteq 17{,}26 M_{\mathrm{Z}}.$$

Neptun tvoří několik vrstev zachycených na obr. 3. Přestože má planeta nízkou průměrnou hustotu 1,64 $\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, je její jádro pravděpodobně kamenné (vrstva 4). Tvoří 25 % hmotnosti planety, je ze silikátů, niklu a železa. Obklopeno je rozsáhlou vrstvou ledu H_2O, CH_4, NH_3 o tloušťce 8 000 km, tvořící asi 65 % hmotnosti (vrstva 3). Povrchové atmosférické vrstvy obsahují plynný vodík a helium o hmotnosti asi 10 % [7] (vrstva 2). Vnější vrcholová vrstva mraků je složena z molekulárního vodíku (80 %), helia (19 %) a metanu (1 %) (vrstva 1). Centrální teplota dosahuje přibližně 5 500 °C. Vnější teplota atmosféry je nejnižší z planet ve sluneční soustavě a činí −214 °C.



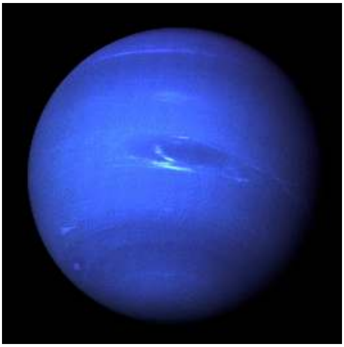
Obr. 3

Odražené záření Neptunu má modrou barvu. Je vyvolána absorpcí dlouhovlnné optické části slunečního spektra za vlnovou délkou $\lambda = 600$ nm metanem v atmosféře planety (obr. 4).



Obr. 4

V dolní vrstvě atmosféry planety byla zjištěna v roce 1989 tzv. velká tmavá skvrna (obr. 5), objevená při průletu kosmické sondy Voyager 2, dosahovala velikosti $13\,000 \times 6\,600$ km, její vzhled se měnil. Doprovázely ji bílé metanové mraky ve vyšších vrstvách. Roku 1994 Hubbleův kosmický dalekohled již skvrnu anticyklonálního původu nepozoroval.



Obr. 5

Atmosféra Neptunu je zahřívána planetou a je velmi aktivní, s výraznými větry, dosahujícími rychlosti až $560\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Paradoxně přes nejnižší teplotu atmosféry ze všech planet se v ní vyskytují nejsilnější větry ve sluneční soustavě. Rozlišujeme tři základní vrstvy atmosféry. Horní je tvořena smogem z hydrogenuhličitanu HCO_3, střední z metanu CH_4 a spodní vrstva je ze sirovodíku H_2S.

Neptun vyzařuje více než dvojnásobek energie přijímané od Slunce, přibližně jedna polovina zářivého výkonu pochází z vnitřních zdrojů. Hustota zářivého toku od Slunce ve vzdálenosti Neptunu činí

$$K_\mathrm{N} = \frac{K_\mathrm{Z}}{30^2} \doteq 1{,}5\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}.$$

Efektivní teplotu rovnovážného záření Neptunu při znalosti albeda $A = 0{,}3$ určíme ze vztahu

$$T_\mathrm{efN} = T_\mathrm{efS} \left(\frac{R_\mathrm{S}}{2a_\mathrm{SN}} \right)^{\frac{1}{2}} (1 - A)^{\frac{1}{4}} \doteq 46\ \mathrm{K}.$$

Zářivý výkon Neptunu, jehož zdrojem energie je pouze odraz slunečního záření, je

$$L_\mathrm{odS} = 4\pi R^2 \sigma T_\mathrm{ef}^4 \doteq 1{,}7 \cdot 10^{15}\ W.$$

Celkový zářivý výkon Neptunu včetně vnitřních zdrojů dosahuje

$$L_{\mathrm{cN}} \doteq 3{,}4 \cdot 10^{15}\ \mathrm{W}.$$

Odtud stanovená efektivní teplota

$$T_{\mathrm{cefN}} = \left(\frac{L_{\mathrm{cN}}}{\sigma 4\pi R_{\mathrm{N}}^2} \right)^{\frac{1}{4}} \doteq 53\,\mathrm{K}.$$

Pro srovnání teplota zjištěná kosmickou sondou Voyager 2, jak jsme již uvedli, je rovna 59 K.

Z porovnání teplot vyplývá, že planeta má vnitřní zdroje energie. Jedním z možných vysvětlení je gravitační smršťování, při kterém se uvolňuje teplo. Podle viriálové věty jedna polovina uvolňované gravitační potenciální energie se projeví nárůstem zářivého výkonu planety, druhá polovina zvětšením vnitřní energie, platí

$$L = \frac{1}{2} \frac{\mathrm{d}(GM^2/R)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\frac{1}{2}GM^2}{R^2} \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}.$$

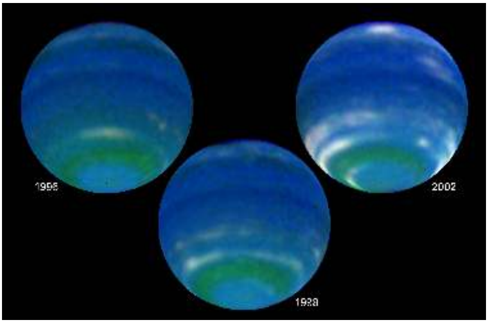
Připomínáme, že poloměr planety se zmenšuje, $\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}$ je záporné. Zavedeme-li označení $L_{\mathrm{g}} = \frac{L_{\mathrm{cN}}}{2}$, lze změnu poloměru planety v čase vyjádřit vztahem

$$\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} = \frac{L_{\mathrm{g}} R}{-\frac{1}{2}GM^2},$$

dosazením obdržíme hodnotu $-3 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Dalším příspěvkem ke zdrojům energie může být radioaktivní rozpad některých nestabilních prvků – uranu, thoria.

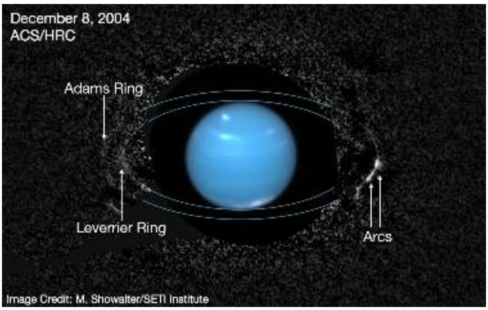
Nitro Neptunu lze zkoumat nepřímo prostřednictvím vlastností magnetického pole, které existuje díky tekuté elektricky vodivé vrstvě v nitru planety. Magnetické pole se vyznačuje sklonem osy 47° vzhledem k rotační ose. Je charakteristické pro planety s pohyblivým jádrem. Jeho intenzita kolísá mezi 10^{-4} T a 10^{-5} T, na rovníku dosahuje 1,4 μT.

Neptun se kolem Slunce pohybuje po téměř kruhové dráze s oběžnou dobou 165 roků. S ohledem na sklon rotační osy zhruba 28° předpokládáme existenci ročních období s délkou přibližně 41 roků. Menší změny vzhledu jižní polokoule lze pozorovat i za kratší dobu (obr. 6).



Obr. 6

V roce 1984 bylo zjištěno nepravidelné zeslabování světla v pozadí ležících vzdálenějších hvězd, vysvětlením byly nekompletní prstence u Neptunu [8]. Tmavé oblouky zhuštěnin hmoty tvoří části prstenců (obr. 7). Rozlišujeme pět hlavních prstenců, pojmenovaných po astronomech podílejících se na objevu Neptunu. Dostaly název Galle, Le Verrier, Lassell, Arago, Adams. V nejmenší vzdálenosti 42 000 km se nachází Gallův velmi tenký prstenec, nejvýraznější Adamsův prstenec je v největší vzdálenosti 63 000 km, v obou případech od středu planety. Prstence nejsou stabilní, gravitační působení Neptunu překonává slabou vzájemnou přitažlivosti částic a roztrhává prstenec. Částice jsou v chaotickém pohybu, při srážkách dochází k disipaci mechanické energie a působící moment hybnosti je transformuje vnějším směrem.



Obr. 7

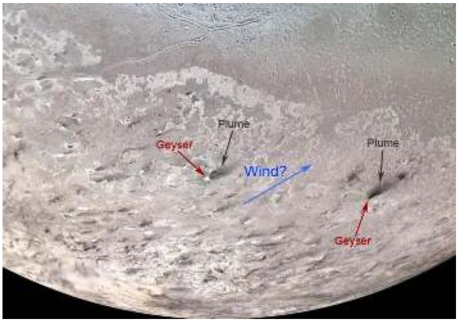
Atraktivní je Neptunův měsíc Triton (obr. 8) o poloměru 1 350 km, hmotnosti $2{,}2 \cdot 10^{22}$ kg s průměrnou hustotou $2 \cdot 10^{3}\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Jde o nejchladnější těleso ve sluneční soustavě, povrchová teplota dosahuje pouze

37 K. Velmi řídká opticky tenká atmosféra je složena z dusíku podobně jako zemská, při tlaku pouze 1,6 Pa. Připomínáme, že na úrovni moře u Země je tlak $1{,}01 \cdot 10^5$ Pa. Triton má jasný povrch, na němž se nachází zmrzlý dusík a vodní led, které vytvářejí ledovou čepičku. Odráží podstatnou část slunečního záření, albedo činí přibližně $A = 0{,}76$. Svými vlastnostmi měsíc připomíná planetesimály – tělesa z rané etapy formování sluneční soustavy.

Obr. 8

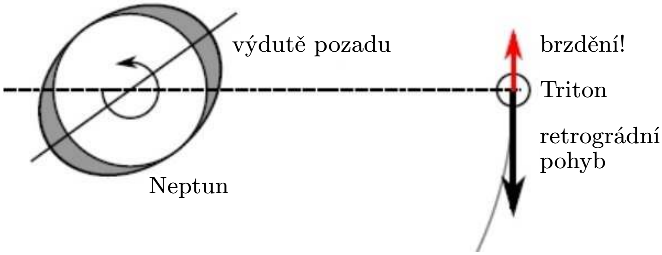
Na povrchu Tritonu pozorujeme rozhraní dvou rozdílných typů terénů (obr. 9). Celkově je však povrch geologicky velmi aktivní, je mladší než 100 milionů roků. Proto nepřekvapuje relativně menší počet nalezených impaktních kráterů. Kosmická sonda Voyager 2 zjistila na Tritonu tavení zmrzlého dusíku, který v kapalné podobě tryskal a vytvářel gejzíry až do výše 8 km nad povrch měsíce [9]. Následné chvosty se táhly až do délky 150 km. Jde o projevy tzv. kryovulkanismu, který je vyvolán působením slapových sil zahřívajících nitro měsíce, tepelný tok z nitra činí řádově zhruba $15\,\mathrm{mW \cdot m^{-2}}$. Předpokládáme, že Triton má kamenné jádro tvořící 2/3 celkové hmotnosti měsíce. Plášť tělesa tvoří výrazná vrstva vodního a suchého ledu s amoniakem.

Jevem vhodným pro rozbor ve fyzikální výuce je sestupný pohyb měsíce Tritonu kolem Neptunu v opačném retrográdním směru vzhledem k rotaci planety. Podporuje kosmogonickou hypotézu, že jde o těleso původně z Kuiperova pásu, které bylo Neptunem zachyceno [10]. Doba oběhu je shodná s dobou rotace měsíce, jde o synchronní pohyb s tzv. vázanou rotací. Samotná dráha Tritonu je téměř ideálně kruhová, se vzdáleností od planety 354 800 km a oběžnou dobou 5,877 dne. Měsíc se pozvolna po spirální dráze přibližuje k Neptunu. Po překonání Rocheovy sféry, za několik miliard let, nastane jeho roztrhání a následný vznik prstence.



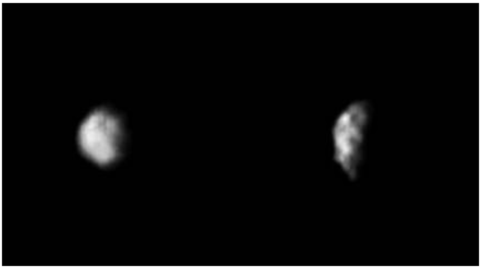
Obr. 9

Působící slapové síly při retrográdním pohybu Tritonu vyvolávají zásluhou tření vzdutí, výdutě na Neptunu jsou posunuty vzhledem k spojnici planeta–měsíc dozadu. Dvojice sil Neptun–Triton způsobuje zpomalování rotace planety a pozvolné přibližování měsíce k ní, viz obr. 10 převzatý z [11]. Pravá výduť Neptunu je měsíci Tritonu blíže, proto silové působení mezi ní a měsícem je větší než v případě levé. Celkový moment hybnosti soustavy Neptun–Triton zůstává zachován. Vývoj soustavy je analyzován v [12, 13, 14] u nás je rozebírán pro výukové účely v [11, 15].



Obr. 10

Triton svým gravitačním poruchovým působením ovlivňuje výrazně pohyb malého měsíce Nereidy o hmotnosti $3{,}1 \cdot 10^{19}$ kg. Ten obíhá po velmi výstředné dráze kolem Neptunu ve střední vzdálenosti $a = 5\,513\,400$ km, s oběžnou dobou $T = 360{,}136$ dne. Poloměr měsíce činí 170 km a při nízkém albedu $A = 0{,}15$ je obtížně pozorovatelný. Dva snímky Nereidy, pořízené s odstupem tří dnů v srpnu 1989 (obr. 11) pořídila kosmická sonda Voyager 2 ze vzdálenosti 4,7 milionů km.



Obr. 11

Článek nás stručně seznámil s historií objevu Neptunu, jakož i s fyzikální podstatou vybraných jevů spojených s touto planetou a některými jejími měsíci. Věcný rozbor, i když v některých případech pouze v kvalitativní podobě, umožnil demonstrovat platnost fyzikálních zákonů. Ukázal možnosti případného rozšíření obsahu středoškolské výuky astronomie.

Literatura

[1] *Rees, M.*: The Role of Astronomy in Education and Public Understanding. In: New Trends in Astronomy Teaching. Cambridge University Press, London, 1996.

[2] *Štefl, V.*: Byl objev Neptunu náhodný? Čes. čas. fyz., roč. 65 (2015), č. 4, s. 217–226.

[3] *Comins, N. F.*: Sources of Misconceptions in Astronomy. Third International Seminars of Misconceptions and Educational in Sciences and Mathematics. Cornell University, 1993.

[4] *Gomes, R. S., Levison, H. F., Tsiganis, K., Morbidelli, A.*: Origin of the cataclysmic Late Heavy Bombardement period of the terrestrial planets. Nature **435** (2005), 466–469.

[5] *Gomes, R. S., Morbidelli, A., Levison, H. F.*: Planetary migration in a planetesimal disk: why did Neptune stop at 30 AU? Ikarus **170** (2004), 492–507.

[6] *Pearl, J. C., Conrath, B. J.*: The albedo, effective temperature, and energy balance of Neptune, as termined from Voyager data. Journal of Geophysical Research Suplement. **96** (1991), 18 921–18 930.

[7] *Guillot, T.*: The Interiors of Giant Planets: Models and Outstanding Questions. Annual Review of Earth and Planetary Science **33** (2005), 493–530.

[8] *Hubbard, W. B.*: 1981N1: A Neptune arc? Science **231** (1986), 1276–1278.

[9] *Soderblom L. A., a.j.*: Triton's geyser – like plumes. Discovery and basic characterization. Science **250** (1990), 410–415.

[10] *Angor, C. B., Hamilton, D. P.*: Neptune's capture of its moon Triton in a binary planet gravitational encounter. Nature **441** (2006), 192–194.

[11] *Brož, M., Šolc, M.*: Fyzika sluneční soustavy. Matfyzpress, Praha, 2013.

[12] *McCord, B. T.*: Dynamical Evolution of the Neptunian System. The Astronomical Journal **71**, 7 (1966), 585–590.

[13] *Banfi, V.*: Future Dynamical Evolution of the Neptun – Triton System. A New Synthetic Method of Analysis. Earth, Moon and Planets **30** (1984), 43–52.

[14] *Ćuk, M., Gladman, B. J.*: Constraints on the Orbital Evolution of Triton. The Astrophysical Journal **626** (2005), L 113–116.

[15] *Franc, T.*: Vybrané gravitační jevy ve vesmíru a jejich přiblížení středoškolákům. Disertační práce. MFF UK Praha, 2014.

Zdroje vyobrazení

Obr. 1: https://en.wikipedia.org/wiki/Discovery_of_Neptune
Obr. 2: http://faculty.humanities.uci.edu/bjbecker/ExploringtheCosmos/lecture12.html
Obr. 3. http://en.wikipedia.org/wiki/Neptune
Obr. 4. http://www.irishastronomy.org/index.php
Obr. 5: https://en.wikipedia.org/wiki/Neptune
Obr. 6. http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Neptune_seasons.JPG
Obr. 7: http://www.seti.org/sites/default/files/Neptune_Ring_Arcs_v3.jpg
Obr. 8: http://en.wikipedia.org/wiki/Triton_(moon)
Obr. 9: www.wolaver.org/space/triton-geysers.jpg
Obr. 10: Brož, M., Šolc, M.: Fyzika sluneční soustavy. Matfyzpress, Praha, 2013, obr. 177.
Obr. 11: http://planetimages.blogspot.cz/2015/05/nereid-from-voyager.html

Astronomie ve škole a mimo školu

RADEK KŘÍČEK

Matematicko-fyzikální fakulta UK, Praha

Výuka astronomie na našich základních a středních školách má za sebou historii dlouhou desítky let. Názor na to, proč a jak astronomii vyučovat, prošel za tu dobu značnými změnami. V dnešní době se vzdělávací dokumenty soustředí v první řadě na vytváření klíčových kompetencí a astronomie, obsažená dříve ve školních osnovách, z oficiálních dokumentů do značné míry vymizela. Z pohledu některých astronomů je to nepříjemná zpráva. Ovšem jak si uvědomují mnozí učitelé, nemusí povědomí o vesmíru

*) Článek vznikl díky podpoře grantu SVV 260220 Univerzity Karlovy.

ani tímto krokem utrpět a astronomii můžeme stále využívat jako nástroj ke splnění předepsaných cílů. Tento článek se pokouší zmapovat takové možnosti žáků a učitelů ve škole a především mimo ni.

Poznamenejme, že nebudeme v článku důsledně rozlišovat mezi astronomií a astrofyzikou a pro stručnější zápis použijeme označení „astronomie“ i pro spíše fyzikální partie věd o vesmíru.

Historie a současnost výuky astronomie

Astronomie byla načas zavedena jako povinný předmět roku 1953 [1]. Slovy autora J. Grygara „ideologicky podbarvený projekt“ ztroskotal po čtyřech letech především na nevhodné volbě učebnice a nedostatečných znalostech pedagogů. Od té doby v Československu ani České republice nebyla astronomie jako samostatný povinný předmět nikdy plošně zavedena, ale dále se objevovala v osnovách dalších předmětů, například fyziky a zeměpisu. Zavedení Rámcových vzdělávacích programů (RVP) umožnilo výuku astronomie dále omezit, nebo naopak využít volnost škol k jejímu rozšíření. Od školního roku 2014/15 tak vesmír tvoří například kostru výuky fyziky podle Školního vzdělávacího plánu (ŠVP) Gymnázia Jana Keplera v Praze.

Zastoupení astronomie v RVP různého druhu není rovnoměrné. Často se jedná o zeměpisná témata a planetologii. Na základní škole [2] se žáci podle dokumentu učí o kalendářích a souvislosti s pohyby Země, o vývoji Země, zatměních, rozdílech mezi hvězdami a planetami. Látka je rozdělena mezi několik vzdělávacích oblastí (Člověk a jeho svět, Fyzika, Přírodopis, Zeměpis). Za zmínku stojí také dokument Standardy pro základní vzdělávání z fyziky [3], ve kterém nalezneme konkrétní indikátory splnění očekávaných výstupů tematického okruhu Vesmír a ilustrační úlohy pro jejich ověření. Standardy však mají ve fyzice pro školy pouze doporučující charakter. Podrobný přehled výskytu astronomie v RVP pro ZŠ lze najít v elektronické verzi článku [4].

Mnohem skrovnější je zastoupení astronomických témat v RVP pro gymnázia [5]. Ta, která lze podle názoru autora považovat za astronomická, se vyskytují jen ve vzdělávacích oborech Geografie, Geologie a Dějepis. Zahrnují pouze postavení Země uvnitř sluneční soustavy, její pohyby a geologickou historii. Seznam snad můžeme doplnit díky očekávaným výstupům z kapitoly Počátky novověku – zařazeno je rozpoznání nových filosofických a vědeckých myšlenek ve 14.–17. století a zhodnocení jejich praktických dopadů. Podrobný přehled čtenář opět nalezne v [4].

Zajímavé je ovšem zastoupení astronomie v RVP pro střední odborné vzdělávání [6], kde je mnohdy astronomie zahrnuta podrobněji než v RVP pro gymnázia. Např. v celkem 275 dokumentech RVP pro SOŠ jsme nalezli 230 dokumentů, obsahujících dohromady 938 výskytů řetězce „vesmír“. RVP pro SOŠ vesměs obsahují podobné astronomické učivo a očekávané výstupy jako RVP pro ZŠ. I to je však více než v případě RVP pro gymnázia. Nabízí se otázka, zda je zjištěný rozdíl mezi gymnaziálním vzděláváním a vzděláváním na jiných středních školách záměrný a žádoucí.

Vidíme tedy, že současné závazné dokumenty učitele k výuce astronomie příliš nevybízejí. Přesto však zařazení astronomických poznatků do výuky stojí za zamyšlení. Některé studie a možná i osobní zkušenost čtenáře ukazují, že takový krok může být pro žáky motivační. Výzkumy o názorech žáků, zahrnující otázky týkající se zájmu o výuku astronomie, jsou shrnuty např. v článcích Kekule a Žáka [6], Lavonena a kol. [7] a S. Sjøberga [8]. Astronomická témata se zde řadí z hlediska atraktivnosti na první příčky pomyslných žebříčků.

V článku shrneme možnosti, jak astronomii zařadit do výuky. V případě školního vzdělávání půjde zčásti o rešerši starších prací, které se tématu věnují. Těžiště našeho zájmu pak bude ležet v oblasti mimoškolního vzdělávání. Jde o oblast u nás v literatuře nezkoumanou, a přesto důležitou. Právě vzhledem k relativní absenci astronomie ve školní výuce vzrůstá role nejrůznějších mimoškolních aktivit, hvězdáren, spolků či informačních technologií, často zajišťovaná dobrovolníky a amatérskými astronomy.

Astronomie ve školním vzdělávání prakticky

Jak bylo řečeno, astronomii je možné přímo do výuky začlenit v rámci povinných předmětů. Na toto téma byla napsána v češtině již řada prací a článků. V. Štefl a J. Krtička v učebnici pro studenty učitelství *Didaktika astrofyziky* [9] podrobně rozebírají tento proces v případě fyziky a přinášejí materiály v podobě praktických i početních řešených úloh či ověřovacích testů. Další konkrétní aktivity přináší P. Pudivítr jako součást své disertační práce *Výuka astronomie na středních školách* [10]. Nejedná se přitom jen o program do hodiny fyziky, ale například i nápady pro dějepis, výtvarnou výchovu či jiné předměty. Podle osobní zkušenosti autora článku je tak lze dobře využít například při suplovaných hodinách. Obě zmíněné práce však vznikly před zavedením RVP. O tom, jak může astrofyzika pomoci splnit požadavky RVP ve fyzice a matematice, diskutuje V. Štefl v [11, 12]. Navrhuje také konkrétní kroky, jakými ji v případě fyziky zařadit do

ŠVP [11]. V. Štefl je zároveň autorem, který již od konce 70. let publikuje v didaktických časopisech články o konkrétních možnostech zařazení astronomie do výuky [13]. Z poslední doby jmenujme články Štefla a Navrátila [14], Štefla a Domańskiho [15] a Štefla [16–18]. V prvních dvou je na příkladu Krabí mlhoviny, resp. Hubbleova dalekohledu, rozebráno, jaké fyzikální okruhy lze ve spojení s vesmírem procvičovat. Další dva články jsou sbírky 18 kratších příkladů z několika oblastí astronomie a 17 příkladů týkajících se Saturnu. Pátý článek je diskuze o významu Měsíce ve výuce, doplněná seznamem běžných miskoncepcí a řadou i pokročilejších teoretických a pozorovacích úloh. Dalším počinem je článek K. Balcarové [19], která proložila několika tematickými úlohami životopis Galilea Galileiho.

Velkou zásobárnou aktivit je v dnešní době internet. Některé možnosti jsou popsány v článku P. Haniska [20]. Pro učitele, kteří vládnou základní znalostí anglického jazyka, se otevírá možností ještě více. Jednou z nich jsou stránky projektu *AstroEdu* [21], zřízené Mezinárodní astronomickou unií. Jedná se o databázi peer-review výukových aktivit. Všechny zveřejněné nápady prošly posouzením profesionálního astronoma i odborníka na vzdělávání, učitel se tedy může spolehnout na to, že získává kvalitní výukový materiál.

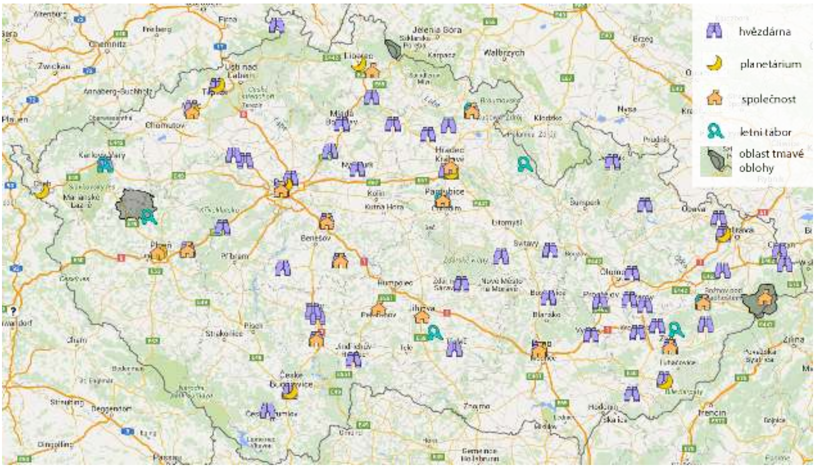
Kromě internetu dnes žáci využívají i jiná moderní média, jako jsou například chytré telefony. Dnes již existují aplikace pro tato zařízení, použitelná ve výuce, včetně výuky fyziky a astronomie. Inspiraci v podobě konkrétních aplikací a aktivit, které je s nimi možné podniknout, lze nalézt v angličtině například v [22]. Existuje i velké množství dalších materiálů využitelných pro školní praxi, například starších článků v českých či československých didaktických časopisech. My však nyní přesuneme pozornost k mimoškolnímu vzdělávání.

Astronomie v mimoškolním vzdělávání

Zatímco školní astronomické vzdělávání bylo popsáno v několika zmíněných publikacích a seznam je stále neúplný, popisu našeho mimoškolního astronomického vzdělávání tolik úsilí věnováno nebylo. Jeho význam přitom vzrůstá současně s omezováním výuky astronomie ve školách. Popis mimoškolních aktivit jsme proto zvolili za hlavní náplň našeho článku. Slovem mimoškolní přitom rozumíme nejen to, že činnosti probíhají mimo školu, ale většinou také v době mimo vyučování a bez dohledu učitele. Následující odstavce proto mohou posloužit jak přímo žákům, tak učitelům, kteří chtějí svým svěřencům vhodnou aktivitu doporučit.

Některá místa, která je možné za tímto účelem navštívit, jsou přitom součástí *interaktivní mapy* (obr. 1), kterou autor zveřejnil na stránkách *České astronomické společnosti* [23]. Součástí mapy jsou české hvězdárny pracující s veřejností, dále planetária, astronomické spolky, oblasti tmavé oblohy nebo astronomické letní tábory. Mapa si klade za cíl být vzhledem k těmto vrstvám pokud možno úplná a průběžně aktualizovaná. Vznikla v rámci probíhajícího výzkumu o roli astronomie v našem vzdělávání, který autor provádí v rámci disertační práce na MFF UK [24].

Pojem, který člověku při zmínce o astronomické popularizaci vyvstane na mysli asi nejrychleji, je *hvězdárna.* V ČR je podle našich zjištění aktuálně 55 observatoří, které mohou zájemci navštívit. Zatímco některé jsou otevřené pravidelně, na jiné je možné podívat se po domluvě, především v případě malých soukromých hvězdáren. Při hvězdárnách existuje také několik *kurzů astronomie*, které mohou i zájemci z řad žáků pravidelně navštěvovat. Takový prezenční kurz nalezneme např. v Praze [25]. Brněnští astronomové umožnili studium astronomie z pohodlí domova komukoliv, kdo ovládá češtinu, prostřednictvím internetového kurzu [26]. V tomto případě je navíc díky financování z evropských peněz vše zdarma.



Obr. 1 Podoba interaktivní mapy, znázorňující místa popularizující astronomii, s vloženými vysvětlivkami

Řada hvězdáren a také dalších subjektů se každoročně pouští do organizace *letních táborů a expedic*, které mohou být přínosné pro žáky rozličných preferencí. Například Expedice v Úpici je proslulá tradicí dlouhou desítky let a širokým spektrem aktivit [27]. Kromě vizuálního a CCD pozorování bývají představovány i méně obvyklé technické výdobytky jako je radioteleskop. Během autorovy návštěvy si účastníci dále vyzkoušeli stavbu rakety schopné dosáhnout výšky několik set metrů nebo se zabývali geologií či astronavigací.

Síť hvězdáren je doplněna o 12 *planetárií*. Tato zařízení bývají školami často navštěvována a disponují řadou vzdělávacích pořadů pro žáky různých věkových kategorií. Pořady jsou často zaměřeny i na témata neastronomická a je tak možné v návštěvě planetária skloubit exkurzi fyzikální s jinými předměty. V poslední době prošla některá tuzemská planetária modernizací (Praha, Brno, Ostrava) zahrnující použití nových digitálních metod. Navíc se nová planetária objevila (např. Hradec Králové, Liberec, Olomouc, Cheb, Uherský Brod). Doporučujeme tedy zjistit aktuální situaci v okolí vaší školy, například s využitím zmiňované astronomické mapy.

V České republice se v posledních letech rozmáhá fenomén zakládání *oblastí tmavé oblohy*. Jedná se o území, která jsou hodnotná z hlediska zachovalého tmavého nebe. Hlavním posláním však nebývá chránit oblohu v této lokalitě (koneckonců oporu nemají tyto oblasti ani v zákoně), ale právě popularizace astronomie a problematiky světelného znečištění. Naše země společně s Polskem drží světový unikát daný zřízením první přeshraniční oblasti v Jizerských horách [28]. Další nalezneme v Beskydech [29] a zatím poslední na Manětínsku [30]. V manětínské oblasti byl již učiněn i mezikrok směrem k ochraně kvality nebe do budoucna, jelikož se k ní místní obce zavázaly podpisem memoranda.

Pro žáky může být zajímavé navštívit oblast tmavé oblohy v noci a zúčastnit se pozorovacího programu nebo i ve dne, zpravidla se pak dozví zajímavé poznatky formou informačních tabulí nebo jiných exponátů. I provoz oblastí tmavé oblohy u nás spoléhá na práci dobrovolníků a amatérských astronomů a to skýtá naději dohodnout si individuální program. Na závěr uveďme, že ve všech oblastech se konají alespoň jednou do roka akce pro veřejnost formou astronomických dnů.

Nejen při hvězdárnách, ale i na mnoha dalších místech existuje řada *astronomických kroužků* pro děti či *společností* pro starší zájemce, kde je možné se astronomií rovněž zabývat a seznámit se s dalšími lidmi podobného zaměření. Většina společností se sdružuje v rámci České astronomické společnosti (ČAS) s celostátní působností [31]. Několik společností je rovněž zaneseno do interaktivní mapy, seznam kroužků můžete najít na stránkách Sekce pro děti a mládež ČAS [32]. Nebyl však již několik let aktualizován a tak je třeba na údaje v něm uvedené zcela nespoléhat. Astronomické kroužky bývají naplněny hrami s tematikou vesmíru, běžné je využívání výpočetní techniky či reálné pozorování okem i za použití dalekohledu. Astronomické společnosti slouží zpravidla buď k setkávání místních zájemců o obor, nebo jsou úžeji odborně zaměřené (viz např. seznam sekcí, poboček, odborných skupin a kolektivních členů ČAS [33]). V případě druhé možnosti pak není výjimkou, že se členové téměř osobně nestýkají, a vyměňují si informace prostřednictvím internetu.

Stejně jako v jiných oborech, i v astronomii existuje pro žáky několik soutěží. Jednoznačně nejrozšířenější je u nás *Astronomická olympiáda* [34], organizovaná ČAS od školního roku 2003/04. Její kategorie dnes pokrývají celý druhý stupeň základních škol (nebo nižší stupeň víceletých gymnázií) a střední školy. Kategorie jsou celkem čtyři a každá z nich sdružuje dva sousední ročníky. Soutěž začíná školním kolem, které má motivační charakter a většina řešitelů zde uspěje. Záleží potom na nich, zda vypracují úlohy druhého (korespondenčního neboli krajského) kola. Nejlepší práce umožní svým autorům postoupit do celostátního finále. Nejlepší finalisté jsou potom pozváni na soustředění, které slouží k tréninku úloh mezinárodních kol a zároveň k výběru několika řešitelů, kteří na nich Českou republiku reprezentují.

Od školního roku 2014/15 vznikla česká část slovenské soutěže *Astronomický korespondenční seminář* [35], vše organizované Astronomickým klubem Bratislava. Záběr této soutěže je od 5. třídy ZŠ až do konce SŠ v celkem třech kategoriích. Podobně jako u jiných korespondenčních seminářů jsou zde zadávány série úloh, na jejichž vyřešení mají žáci vždy kolem pěti týdnů. Odměnou jsou jim diplomy a věcné ceny.

Nejen soutěžní prvky přináší projekt *Astronomický rok* [36], který ve školním roce 2015/16 spustila Sekce pro děti a mládež ČAS. Na každý měsíc je pro učitele připravena projektová hodina a pozorovací úloha pro žáky, oboje spojené nějakým astronomickým tématem. Na webových stránkách Sekce vše ještě doprovází náměty na domácí pokusy. Pozorovací úlohy je možné zasílat organizátorům, kteří na konci školního roku vyhodnotí nejlepší školy a řešitele a odmění je cenami. Organizátoři plánují v případě úspěchu pokračovat i v dalších letech.

Mnoho možností žákům umožňuje práce s počítačem připojeným k internetu. Kromě již zmíněného brněnského kurzu se nabízí například kurz *Astro a modelování*, vedený P. Pudivítrem a S. Zelendou v rámci projektu *Talnet* [37]. Žáci si zde – přesně podle názvu kurzu – rozšíří nejen znalosti astronomie, ale i počítačového modelování fyzikálních problémů. Talnet v minulosti také zorganizoval např. astronomickou výzkumnou expedici. Pokud žáci rádi bádají, je možné jim to umožnit i v rámci jiných projektů. Omezený okruh zájemců se hlásí do astronomických výzkumných projektů v rámci *Otevřené vědy*, organizované AV ČR [38] nebo řeší astronomická témata v rámci *Středoškolské odborné činnosti* [39].

Dnes je možné zapojit se do různých výzkumných projektů i s využitím internetu. Pohodlnějším způsobem je například poskytnutí výpočetního času osobního počítače v době, kdy není třeba jeho plný výkon věnovat majiteli. Právě astronomové začali jako první využívat takzvané *distribuované výpočty* ke hledání mimozemské inteligence spuštěním programu *SETI@home* roku 1999. V ČR dnes existuje skupina, zabývající se koordinací zájemců o účast v distribuovaných výpočtech (Czech National Team) [40]. Můžeme se zde dozvědět o běžících projektech, mimo jiné z astronomie – v současnosti lze mimo hledání mimozemšťanů napomoci i pátrání po gravitačních vlnách, výzkumu potenciálně nebezpečných planetek nebo reliktního záření. Pomoci můžete dokonce i českým astronomům s modelováním tvarů planetek v projektu *asteroids@home* [41]. Zahraniční projekty umožňují i *analýzu dat* přímo uživatelem, např. objevování nových exoplanet v datech z dalekohledu Kepler v projektu *Planet Hunters* [42] nebo i o něco náročnější nacházení planetek v databázi *SkyMorph*. V případě zapojení do posledně zmíněné aktivity lze využít návod S. Kürtiho [43].

Kromě výše uvedených způsobů se samozřejmě řada dětí věnuje astronomii tradičně čtením *časopisů nebo knih a sledováním pořadů*. Kromě periodik, zaměřených na popularizaci vědy obecně (bohužel někdy s obsahem pochybné kvality), jsou u nás k dostání kvalitní tištěné časopisy *Astropis* [44] (vydává ČAS) a *Kozmos* [45] (vydává Slovenská ústredná hvezdáreň Hurbanovo). Na knižním trhu nalezneme řadu titulů různé kvality a stáří. Nesmrtelné tituly minulého století, jako např. knihu *Vesmír* autorů Grygara, Horského a Mayera [46], doplňují novější díla. Mnohdy je těžké vybrat vhodný titul, a tak doporučujeme jako jedno z míst, kde lze získat informace, tradiční rubriku časopisu *Astropis*, která je recenzím zasvěcena. Známkou kvality knih i jejich autorů je také cena *Littera astronomica*, každoročně udílená Českou astronomickou společností na Podzimním knižním veletrhu v Havlíčkově Brodě [47]. V televizním vysílání dnes navazuje na úspěchy československého pořadu *Okna vesmíru dokořán* seriál *Hlubinami vesmíru*, který vytváří od roku 2007 Televize Noe [48].

Na závěr se krátce zastavme u vlastních *astronomických pozorování*, která někteří žáci touží ve svém volnu provádět. Naštěstí, na rozdíl od vžité představy, stačí k mnoha hezkým zážitkům pod hvězdnou oblohou neozbrojené oko, případně triedr. Není tak nutné hned kupovat drahé vybavení nebo se stěhovat do blízkosti hvězdárny. Bližší informace a nápady pro začínající pozorovatele hledejme především na internetu, např. na stránkách Sekce pro děti a mládež ČAS [49].

Tento článek má sloužit jako pomocník učitelů i žáků při cestě za astronomií, především mimo školní vyučování. To je důležité zejména v dnešní době, kdy povinná výuka obsahuje astronomii ve stále menší míře, a to i přes její výraznou motivační roli. Článek přináší základní přehled o širokém spektru aktivit, včetně odkazů na literaturu nebo web. Inspirovat se zde mohou zájemci o obor, kteří preferují nejrůznější volnočasové aktivity, i učitelé zvídavých žáků. V úvodní části je také podrobněji popsána role astronomie v platných vzdělávacích dokumentech a rešerše zdrojů, zabývajících se jejím zařazením do školního vyučování v současném systému.

Literatura

[1] *Grygar, J.*: Lesk a bída školního vzdělávání v astronomii. Školská fyzika, roč. 21 (2013), č. 6, s. 2–6.

[2] VÚP: Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. VÚP, Praha, 2013.

[3] *Dvořáková, I., a kol.*: Standardy pro základní vzdělávání: Fyzika. VÚP, Praha, 2013.

[4] VÚP: Rámcový vzdělávací program pro gymnázia. VÚP, Praha, 2007.

[5] http://www.nuv.cz/t/rvp-os.

[6] *Kekule, M. – Žák, V.*: Mají dívky a chlapci rozdílné postoje k fyzice a zájem o ni? Co s tím? Pedagogická orientace, roč. 19 (2009), č. 3, s. 65–88.

[7] *Lavonen, J., a kol.*: Pupil interest in physics: A survey in Finland, Nordic Studies in Science Education **1**, 2 (2005), 72–85.

[8] *Sjøberg, S.*: Science for the children? Report from the SAS-project, a cross-cultural study of factors of relevance for the teaching and learning of science and technology. Oslo, 2002.

[9] *Štefl, V. – Krtička, J.*: Didaktika astrofyziky. Brno, 2003.

[10] *Pudivítr, P.*: Výuka astronomie na středních školách. Disertační práce, MFF UK, Praha, 2004. Dostupné z: http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/~puda/materialy/soubory/vyuka_astro.pdf.

[11] *Štefl, V.*: Proč vyučovat astrofyziku na gymnáziích? MFI, roč. 16 (2007), č. 9, s. 538–546.

[12] *Štefl, V.*: Výuka astronomie v matematice, respektive matematiky v astronomii. Školská fyzika, roč. 21 (2013), č. 6, s. 15–19.

[13] *Štefl, V.*: Třetí Keplerův zákon. MFI, roč. 7 (1977), č. 6, s. 450–454.

[14] *Štefl, V. – Navrátil, Z.*: Krabí mlhovina ve fyzikální výuce na gymnáziu. MFI, roč. 19 (2009), č. 1, s. 32–39.
[15] *Štefl, V. – Domanski, J.*: Hubbleův kosmický dalekohled ve výuce fyziky na středních školách. MFI, roč. 21 (2012), č. 5, s. 274–286.
[16] *Štefl, V.*: Zajímavé úlohy z historie astronomie. MFI, roč. 22 (2013), č. 3, s. 197–210.
[17] *Štefl, V.*: Nejkrásnější planeta sluneční soustavy Saturn v úlohách. MFI, roč. 23 (2014), č. 1, s. 27–40.
[18] *Štefl, V.*: Měsíc ve školní výuce. MFI, roč. 24 (2015), č. 5, s. 357–370.
[19] *Balcarová, K.*: Galileův život v úlohách. Pokus, jak oživit výuku fyziky dějinami fyziky. MFI, roč. 20 (2011), č. 3, s. 145–155.
[20] *Hanisko, P.*: Informačné a komunikačné technológie a vyučovanie astronómie a astrofyziky. MFI, roč. 20 (2011), č. 9, s. 544–553.
[21] http://astroedu.iau.org/.
[22] http://www.science-on-stage.de/download_unterrichtsmaterial/iStage_2_Smartphones_in_Science_Teaching.pdf.
[23] http://www.astro.cz/rady/interaktivni-mapa-astronomie-v-ceske-republice.html.
[24] *Kříček, R.*: The Link of Education and Popularization of Astronomy with the Choice of a Future Focus of Study. Week of Doctoral Students, Proceedings of Contributed Papers. Matfyzpress, Praha, 2015, s. 132–137.
[25] http://www.observatory.cz/news/astronomicky-kurz.html.
[26] http://www.hvezdarna.cz/astrokurz/.
[27] http://expediceupice.cz/.
[28] http://www.izera-darksky.eu/.
[29] http://www.boto.cz/.
[30] http://manetinskatma.cz/.
[31] http://www.astro.cz/.
[32] http://mladez.astro.cz/?page_id=1644.
[33] http://www.astro.cz/spolecnost/usporadani-spolecnosti.html.
[34] http://olympiada.astro.cz/.
[35] http://aks-cr.vesmir.sk/uvodni-stranka.
[36] http://mladez.astro.cz/?page_id=1735.
[37] http://www.talnet.cz/astro-modelovani-i-0.
[38] http://www.otevrena-veda.cz/.
[39] http://www.soc.cz/.
[40] http://www.czechnationalteam.cz/.
[41] http://asteroidsathome.net/.
[42] http://www.planethunters.org/.
[43] http://www.skaw.sk/huntpage.htm.
[44] http://astropis.cz/.
[45] http://www.suh.sk/index.php?option=com_flippingbook&view=category&id=3&Itemid=98.
[46] *Grygar, J. – Horský, Z. – Mayer, P.*: Vesmír. Mladá Fronta, Praha, 1979.
[47] http://www.astro.cz/spolecnost/oceneni-cas/littera-astronomica.html.
[48] http://www.tvnoe.cz/.
[49] http://mladez.astro.cz/?cat=5.

INFORMATIKA

Základní optimalizace pro webové vyhledávače

MARTIN TRNEČKA

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Od dob, kdy světlo světa poprvé spatřil internet, tehdy ještě v podobě experimentální vojenské sítě ARPANET, urazil technologický vývoj pořádný kus cesty. Mnohé technologie, spadající ještě před nedávnem pouze do žánru science fiction, se staly součástí běžného života. Dnešní podoba internetu nám dává široké možnosti, k dispozici máme všudypřítomný GSM signál a veřejné wi-fi sítě. Díky tomu se na internet dostaneme ve vlaku, letadle a dokonce i ve vesmíru. Pro přístup k internetu již není zapotřebí počítačů, nyní můžeme využít chytré telefony, televize, hodinky či brýle. Nacházíme se nyní na počátku epochy internetu věcí, kdy do internetové nebo na podobném principu fungující sítě jsou připojeny námi běžně používaná zařízení jako je například lednička či stolní lampa. Internet je zkrátka všude a množství informací v něm uložených neustále narůstá.

Naopak znalostí potřebných pro vytváření jednoduché webové stránky, nedílné součásti[1] internetu, je zapotřebí čím dál méně.

Zatímco v raných dobách internetu dokázal vytvořit webovou stránku jen velmi schopný technický nadšenec, dnes se učí tvorbě webových stránek děti na základní škole. I při současných možnostech však nelze přesně určit, kolik webových stránek internet obsahuje; jejich počet i různorodost neustále narůstá. Samostatnou kapitolu tvoří internetové obchody, které se

[1]Webové stránky jsou součástí World Wide Web (WWW), jedné z mnoha služeb poskytovaných na internetové síti.

v posledních letech těší obrovské popularitě. Důvody jsou zřejmé – provoz internetového obchodu je výrazně levnější než provoz kamenné prodejny, navíc je možné je navštívit kdykoli a z pohodlí svého domova. Pokud byste se před pár lety rozhodli na internetu prodávat pečivo, lidé by vás považovali za blázny. Pokud se pro stejnou věc rozhodnete dnes, neprorazíte kvůli konkurenci.

Na internetu je toho tolik, že je mnohdy obtížné nalézt přesně to, co potřebujeme. Uživatelé mají k dispozici za účelem vyhledávání webové (internetové) vyhledávače, jako jsou například portál `google.cz` společnosti Google, `bing.cz` společnosti Microsoft nebo portál `seznam.cz` provozovaný stejnojmennou společností.

Z celé řady studií [1] analyzujících chování uživatelů vyplývá, že se běžní uživatelé potýkají při vyhledávání se třemi zásadními problémy. První dva spolu úzce souvisí – uživatel mnohdy sám nemá přesnou představu o tom, co hledá a následně neumí zformulovat požadavek do vyhledávacího pole tak, aby mu vyhledávač porozuměl a vrátil relevantní výsledky. Třetím problémem je neochota uživatelů procházet více než prvních pár vrácených výsledků vyhledávání.

Jak ale zajistit, aby v případě, že již vlastníme nebo vytváříme webovou stránku, byla tato stránka na internetu vidět? Jednou z možností jsou právě optimalizace pro webové vyhledávače, kterými se budeme v tomto článku zabývat. Nejprve se ale podívejme, jak vlastně funguje webové vyhledávání.

Webové vyhledávání a webové stránky

Předpokládejme, že máme již hotovou webovou stránku, která je umístěna na internetu. Naši stránku navštíví robot, přesněji řečeno automatický program, který stránku analyzuje a přiřadí jí číselné ohodnocení. Návštěva robota se nazývá indexace a obvykle vyústí v zařazení webu do webového vyhledávače. Přiřazené hodnocení se nazývá rank webové stránky a je ukazatelem důležitosti webu. Vyhledávač společnosti Google používá PageRank [2], který nabývá hodnot $0, 1, 2, \ldots, 10$, vyhledávač `seznam.cz` pak S-rank, který nabývá hodnot $0, 1, 2, \ldots, 100$ a je založen na podobném principu jako PageRank.

Je důležité si uvědomit, že samotný rank neurčuje výslednou pozici ve webovém vyhledávači. Konečné umístění webové stránky je výsledkem algoritmu, který zvažuje celou řadu kriterií a rank stránky je pouze jedním z nich. Většina kriterií pro hodnocení se však nezveřejňuje. Na druhou stranu tvůrci algoritmů sloužících k určení konečné pozice webové stránky ve vyhledávání své výtvory často komentují a popisují jejich základní chování. Z těchto informací je možné odvodit, co je zapotřebí udělat, aby byla naše webová stránka snadno k nalezení. Tento postup se nazývá optimalizace pro webové vyhledávače, často označovaný jako SEO z anglického Search Engine Optimization.

Pro úplnost ještě dodejme, že algoritmy určující pozici ve vyhledávači se neustále vyvíjí. Menší úpravy jsou prováděny v několikadenních intervalech, větší změny jsou prováděny s odstupem několika málo měsíců. Modifikace algoritmů jsou řešeny pomocí updatů (aktualizací), které jsou někdy mylně zaměňovány se samotnými algoritmy. Tyto updaty jsou dále rozšiřovány a upravovány. V zásadě se jedná o filtry, které se aplikují na výsledky vyhledávacích algoritmů. Mezi nejaktuálnější updaty vyhledávače od Googlu [3] patří Panda, Penguin (Tučňák) a Pigeon (Holub). Poslední update vyhledávače `seznam.cz` se nazývá Jalapeňo, který opět upravuje výsledky vrácené vyhledávacím algoritmem.

Webová stránka je ve skutečnosti produktem celé řady technologií. Dnes je každá webová stránka vytvořena pomocí jazyka HTML (HyperText Markup Language), který slouží pro popsání základní struktury a sémantiky webové stránky. Dále je použita technologie CSS (Cascading Style Sheets), která dává webu grafickou podobu a skriptovací jazyk JavaScript, který přináší na web dynamičnost. Tyto tři technologie se souhrnně označují jako client-side[2] technologie. Pro účely tohoto článku si vystačíme s obyčejným HTML, ostatní technologie zasahují do SEO jen velmi nepatrně. Pojďme si tedy jazyk HTML ve stručnosti představit.

Počátky jazyka sahají do roku 1990. V této době Tim Berners-Lee[3] vytvořil jazyk HTML pro účely výzkumného centra CERN ve Švýcarsku. Dnes je jazyk HTML základním stavebním kamenem každé webové stránky. Za aktuální verzi je považován jazyk HTML 5, který byl po zdlouhavém schvalovacím procesu 28. října 2014 přijat za oficiální standard. O jeho údržbu a vývoj se stará World Wide Web Consortium (W3C).

---

[2]Označení client-side je převzato z klient-server architektury v počítačových sítích. Webové stránky zahrnují i server-side technologie. Mezi ně patří například programovací jazyky PHP, ASP.NET, Java nebo Ruby on Rails a databázové technologie jako například MySQL, MariaDB či PostgreSQL, které z webů dělají plnohodnotné internetové aplikace.

[3]Sir Timothy „Tim“ John Berners-Lee je považován za tvůrce World Wide Web. Mimo jiné vytvořil protokol `http`, na kterém je založena služba WWW a úplně první webový prohlížeč.

HTML je značkovací jazyk, neobsahuje tedy žádné (až na několik okrajových výjimek) konstrukty pro řízení výpočtu, funkce ani cykly. Obsahuje značky, také nazývané tagy nebo elementy, které přiřazují obsahu webové stránky její sémantiku. Příkladem je značka `<nav>`, která slouží pro označení navigace. Většina značek má otevírací a uzavírací část (párové značky). Uzavírací část se zapisuje stejně jako otevírací část, jen je v ní navíc uveden symbol lomítko. Úplná syntaxe párové značky `<nav>`, je tedy `<nav></nav>`. To co je uvedeno mezi otevírací a uzavírací částí se nazývá obsah značky. Ten může být tvořen libovolným textem či dalšími HTML značkami. Nepárové značky nemají ukončovací část a tudíž nemají ani samotný obsah. Příkladem takové značky je značka `<img>`, která slouží pro vložení obrázku. Párové a nepárové značky mohou mít atributy, které se vždy zapisují do otevírací části. Příkladem je atribut `src`, který udává jaký obrázek se má zobrazit při použití značky `<img>`. Celý zápis i s atributem `src` je `<img src="adresa obrazku">`. Jaké atributy lze u konkrétní značky použít, je dáno specifikací jazyka [4]. Celá webová stránka je tvořena hierarchií HTML značek.

Co znamená přiřazení sémantiky? Představte si obyčejné noviny. Než je uvidíme v podobě, v jaké si je přečteme u ranní kávy, jsou noviny vyhotoveny ve formě čistého, neformátovaného textu (pomineme-li obrázky). Přiřazením sémantiky například určíme, že nějaká část textu tvoří nadpis, jiná část odstavec daného článku, seznam nebo tabulku. Bez sémantiky by se jednalo o čitelná, ale velmi nepřehledná data. Jazyk HTML dělá to samé, jen v kontextu webové stránky. Umožňuje určit, co bude nadpis stránky, navigace, tabulka a tak dále. Přiřazení sémantiky je prováděno pomocí značek jazyka tak, že se obsah jednoduše umístí do konkrétní značky. Například obsah obalený značkou `<p>` bude považován za odstavec, obsah značky `<a>` za odkaz. Webové prohlížeče obsahují základní grafické prostředky, které dokáží obyčejné HTML v určité podobě zobrazit. Tato podoba však není jazykem HTML specifikována.

SEO

Podíváme-li se na nabídku a poptávku po SEO, zjistíme, že majitelé webů jsou mnohdy ochotni za SEO zaplatit více než za vytvoření celého webu. SEO je trend moderního webdesignu, se kterým se dříve či později setká většina těch, kteří nějaký web vlastní nebo webové stránky vytváří. Slovo trend by mohlo naznačovat, že optimalizace pro webové vyhledávače jsou jen přechodně populární záležitostí. Skutečnost je ale jiná. První optimalizace přišly se zrodem webových vyhledávačů – lidé chtěli, aby jejich stránky byly za každou cenu první. Například vyhledávač společnosti Google byl založen již v roce 1998; tuto dobu lze považovat za webový pravěk. Dnešní podoba internetu se bez vyhledávačů neobejde a optimalizace jsou s vyhledávači úzce provázány. Nejedná se tedy o technologii, která rychle zastará či pomine, jak je v oblasti WWW běžné, ale spíše o nadčasový princip.

Nyní se podrobněji podíváme, čím SEO ve skutečnosti je a jak se dělá. SEO je přizpůsobení nebo také optimalizace webové stránky pro internetové vyhledávače. Jeden z nejrozšířenějších omylů je, že SEO je o prvenství ve vyhledávačích. Tak tomu ale vůbec není.

Hlavním cílem SEO je získat kvalitní návštěvníky a k tomu je nutné si uvědomit dvě základní fakta. Zaprvé, webových vyhledávačů jsou tisíce a nemá smysl být první ve vyhledávači, který nikdo nepoužívá. Zadruhé, je nežádoucí být první ve vyhledávači na základě klíčových slov, která se daného webu vůbec netýkají. Zadá-li například uživatel do vyhledávače klíčové slovo „informatika“ a na prvním místě se objeví stránka nabízející prodej pečiva, je téměř jisté, že takovou stránku uživatel nenavštíví. Zde vidíme, že pozice ve vyhledávači skutečně není tím hlavním ukazatelem. V duchu výše popsaného můžeme říct, že SEO je o tom, aby byl web viděn tím, kdo ho vidět chce.

První krok

Nejprve je třeba se rozhodnout, zda a do jaké míry budeme webové stránky optimalizovat. SEO může být a mnohdy také je velice nákladnou záležitostí po časové i finanční stránce. Dá se tedy říct, že v určitých situacích se pokročilá optimalizace stránek nemusí vyplatit. Na druhou stranu alespoň základní optimalizace by měla být naprostou samozřejmostí. Mnoho lidí argumentuje, že nemá smysl optimalizovat stránky, které nemusí být první ve vyhledávačích. Jak bylo řečeno výše, optimalizace stránek není jen o pozici ve vyhledávači. Rozhodneme-li se, že nechceme, aby byly naše stránky indexovány, můžeme použít celou řadu prostředků k tomu určených. Bránit indexaci nekvalitní či žádnou optimalizací je nejhorší možný způsob, který navíc nebude fungovat.

Dalším krokem je výběr vyhledávače, pro který budeme stránky optimalizovat. Ve skutečnosti je tato otázka poměrně nezajímavá, neboť základní optimalizace je společná téměř všem vyhledávačům. Pokud bychom přesto chtěli určit relevantní vyhledávače, v českém prostředí se jedná o již zmíněné, nejčastěji používané vyhledávače od firem Google a Seznam.cz. Zásadní rozdíl mezi nimi spočívá v tom, že zatímco `seznam.cz` indexuje jen české webové stránky, vyhledávač od Googlu je globální. Za zmínku stojí také webové katalogy, které lze chápat jako specifickou variantu webových vyhledávačů. Příkladem jsou například portály `heureka.cz` nebo `zbozi.cz`. V neposlední řadě zde patří dnes velmi aktuální sociální sítě.

Principy SEO

Základní a nejdůležitější pravidlo pro SEO spočívá v tom, že se nesnažíme optimalizovat stránky pro webové vyhledávače, ale pro lidi. Indexace webových stránek sice probíhá strojově, jejich návštěvníci jsou však lidé. Skutečnost, že uživatel ze stránky uteče během pár vteřin nevykompenzuje ani první pozice stránky ve výsledcích vyhledávání. Přirozeným vývojem jsme se dostali do situace, kdy nejlépe hodnocené stránky jsou ty nejvíce užitečné; tedy stránky, na kterých našel uživatel přesně to, co hledal. Kvalitní obsah stránek je prioritou, se kterou jde ruku v ruce i dobrý a důvěryhodný vzhled. Návštěvníkům se musí na stránkách líbit, musí se na nich snadno orientovat a pohodlně je ovládat, čehož lze dosáhnout kvalitní grafickou prezentací. Není třeba se však obávat, že pouze graficky dokonalé weby mají šanci. Uživatelé snadno odpustí grafické nedokonalosti, nabídneme-li jim kvalitní obsah.

Při vytváření obsahu je velice důležitý výběr tzv. klíčových slov, které náš web identifikují, neboť ta právě slouží pro nalezení našeho webu. Výběr klíčových slov není úplně jednoduchý a to především v přesycených oblastech. Klíčová slova nelze vytvářet uměle; musí být srozumitelná, věcná a především přirozená pro náš web. Technicky vzato je výběr klíčových slov součástí automatického procesu indexace. Tvůrce webu však může tento proces do značné míry ovlivnit.

Základní SEO

Nyní se podíváme na základní SEO a zaměříme se na různé aspekty, které můžeme jako tvůrci webových stránek ovlivnit. Tím prvním je titulek stránky uvozený HTML značkou `<title>`. Nevyplněný titulek je tím nejhorším možným prohřeškem – webové vyhledávače na něj kladou velký důraz. Obecně by měl být titulek krátký, srozumitelný, smysluplný a výstižný. Titulek může být společný pro celý web, ale i jednotlivé podstránky webu mohou mít vlastní titulky, což se běžně jeví jako lepší varianta. Častou otázkou bývá, jaké znaky lze použít v titulku stránky. V dřívějších dobách bylo lepší se diakritice vyhnout, ale dnes již nejsou s kódováním češtiny takové problémy a vyhledávače si s ním snadno poradí. Volba oddělovačů, jako jsou pomlčka nebo svislá čára, nemá na celkový výsledek vůbec žádný vliv.

Druhým klíčovým prvkem je značka `<h1>`, která označuje nadpis první úrovně. Pokud se vrátíme k analogii s novinami, tak se jedná o hlavní nadpis. Každá webová stránka by měla tuto značku obsahovat. Dříve platilo, že na každé stránce musí být právě jedna značka tohoto typu. Dle standardu HTML 5 je možné uvádět na stránce více značek `<h1>`. Existují názory, že z pohledu SEO je více hlavních nadpisů nesmysl. Dnešním vyhledávačům to až tak moc nevadí.

Na webové stránce je možné použít celkem šest úrovní nadpisů. Pokud je uveden nadpis určité úrovně, měly by mu předcházet nadpisy předešlých úrovní. Například nadpis `<h3>` by měl být použit až za nadpisem `<h2>`. Uvědomme si, že na slova uvedená v nadpisech je kladen velký důraz a je tedy výhodné, aby se v nich vyskytovala klíčová slova.

Dalšími důležitými značkami jsou `<description>` a `<keywords>`. Jak napovídají jejich názvy, tyto tagy reprezentují popisek stránky a výčet klíčových slov. Popisek stránky je některými vyhledávači zobrazen na stránce s výsledky vyhledávání a měl by tedy být krátký a dostatečně informativní. Tag `<keywords>` by měl obsahovat nejdůležitější klíčová slova. Ta lze uvádět s oddělovačem (například čárka), ale i bez něj. Mnoho tvůrců webu se domnívá, že oba tagy musí být stejné na všech podstránkách. Tak tomu ovšem není. Je vždy lepší, když je popis a seznam klíčových slov šitý každé podstránce na míru. Přestože již tyto značky nemají tak zásadní význam jako dřív, jejich použití je stále výhodné. V dalším díle tohoto článku se k nim tedy ještě vrátíme.

Velice užitečnou značkou je rovněž tag `<strong>` uvozující obsah se zdůrazněným významem. V internetovém prohlížeči se obvykle zobrazí obsah tohoto elementu tučným písmem a právě na něj pak webové vyhledávače kladou větší důraz. Ideální situace nastává, když je tímto obsahem klíčové slovo. Mnoho programátorů této vlastnosti využívá, uměle obaluje všechna klíčová slova tímto elementem a za pomocí CSS je prezentuje jako obyčejný text. Tyto praktiky však leží na hranici programátorské etiky.

Dalším ovlivnitelným aspektem je syntaktická správnost (odborně označována jako validita) webové stránky. Jazyk HTML poskytuje programátorům určitou volnost a pokud je stránka v něm zapsaná syntakticky nesprávná, stále se může v prohlížečích zobrazovat korektně. Z programátorského hlediska by měla být každá webová stránka validní. Validitu je možné snadno ověřit pomocí webové služby dostupné na adrese https://validator.w3.org/. S validitou souvisí i kvalita a množství kódu – obecně platí, čím méně zdrojového kódu, tím lépe.

Chceme-li například nastavit určitou část stránky jako navigaci, použijeme k tomu účelu určenou značku `<nav>`. Stejně tak platí, že pro multimediální obsah – obrázky, video či hudbu – bychom měli vždy vložit i textovou informaci vhodně popisující daný prvek. Tato pravidla jsou přínosná nejen z pohledu SEO, ale zpřístupníme díky nim náš web i návštěvníkům se zrakovým postižením, kteří používají speciální webové prohlížeče.

Na závěr jen dodejme, že všechny výše popsané optimalizace zahrnující syntaxi webové stránky, by měly být naprosto samozřejmé a tvůrce stránek by se jimi měl vždy zabývat. Dá se říci, že se jedná o jakýsi etický kodex, který je bohužel ve spoustě případů opomíjen a porušován.

Dostáváme ke konci první části. Optimalizace webových stránek pro internetové vyhledávače je jedním z pilířů moderního webdesignu. Bohužel je mnohdy SEO nesprávně vnímáno pouze z pohledu pozice stránek ve vyhledávačích. Základní SEO se především týká správného použití jazyka HTML a kvalitního obsahu. Pokročilé SEO, kterému se budeme věnovat v dalším díle tohoto článku, je o chytrosti a technických detailech. Pokročilé SEO je navíc zakryto celou řadou mýtů, kterým se rovněž budeme, alespoň okrajově, věnovat.

Poděkování. Tento článek byl vytvořen za podpory projektu IGA UP 2016, reg. č. IGA_PrF_2016_027. Děkuji Eduardu Bartlovi za jeho cenné rady a připomínky ke kvalitě textu.

Literatura

[1] *Hölscher Ch. – Strube G.*: Web search behavior of Internet experts and newbies. Computer Networks, roč. 33 (2000), č. 1–6, s. 337–346.

[2] *Page L., Sergey B., Motwani R., Winograd T.*: The PageRank Citation Ranking: Bringing Order to the Web. Technical Report, Stanford InfoLab, 1999.

[3] https://moz.com/google-algorithm-change.

[4] https://www.w3.org/TR/html5/.

ZPRÁVY

Ústřední kolo 65. ročníku MO (kategorie A)

V letošním školním roce bylo pověřeno uspořádáním ústředního kola 65. ročníku Matematické olympiády v kategoriích A a P Gymnázium Pardubice, Dašická 1083. Finále kategorie A se uskutečnilo v termínu 3. – 6. dubna 2016. Slavnostní zahájení soutěže proběhlo v neděli 3. dubna navečer – v pardubickém zámku za přítomnosti představitelů Pardubického kraje, statutárního města Pardubice, vedení Gymnázia Pardubice a dalších významných hostů z oblasti společenského života, zástupců vysokých škol a Jednoty českých matematiků a fyziků.

Na základě jednotné koordinace úloh krajského (II.) kola v kategorii A pozvala Ústřední komise MO k účasti ve III. kole nejlepších 50 úspěšných řešitelů II. kola z celé České republiky. Mezi nimi bylo 5 dívek. Dva soutěžící se však těsně před soutěží omluvili, takže do Pardubic přicestovalo pouze 48 žáků. Soutěžními dny byl 4. a 5. duben 2016. Na řešení úloh měli žáci již tradičně vyhrazeny po oba dny 4,5 hodiny čistého času. Za každou úlohu mohli přitom soutěžící získat maximálně 7 bodů (s celočíselnými hodnotami).

Organizátoři ústředního kola připravili pro soutěžící a členy ústřední komise MO již tradičně poutavý doprovodný program. Odpoledne po prvním soutěžním dnu absolvovali všichni účastníci III. kola společnou procházku po centru Pardubic. Týž den večer pak shlédli představení Paula Pörtnera „Bláznivé nůžky“, které uvedlo Východočeského divadla Pardubice na své Malé scéně ve dvoře. Odpoledne po druhém soutěžním dnu navštívili všichni účastníci soutěže areál dostihového závodiště v Pardubicích spojený s prohlídkou části trati Velké pardubické.

Ubytování všech soutěžících a členů ÚK MO bylo zajištěno v hotelu Labe, téměř v centru Pardubic. Pro soutěžící i pro členy ÚK MO bylo velmi příjemné, že vlastní soutěž v kategorii A se konala v budově nedaleké Fakulty elektrotechniky a informatiky (FEI) Univerzity Pardubice.

V budově děkanátu FEI pak ve středu 6. 4. v dopoledních hodinách proběhlo také slavnostní vyhlášení výsledků s předáním cen nejlepším účastníkům III. kola soutěže mj. také za přítomnosti zástupců ČEZu a ČVUT Praha. Předseda ÚK MO *doc. Jaromír Šimša* ve svém závěrečném projevu poděkoval celému týmu organizátorů III. kola v kategorii A v čele s ředitelem Gymnázia na Dašické ulici v Pardubicích – *Mgr. Luďku Burianovi* a předsedkyni Krajské komise MO v Pardubickém kraji *Mgr. Soni Křišťanové* za kvalitní přípravu a zdařilý průběh celého ústředního kola 65. ročníku MO v kategorii A.

Závěrem uvádíme texty soutěžních úloh ústředního kola v kategorii A a dále pak přehled vítězů a úspěšných řešitelů 65. ročníku MO v kategorii A.

4. dubna 2016

1. Nechť $p > 3$ je dané prvočíslo. Určete počet všech uspořádaných šestic (a, b, c, d, e, f) přirozených čísel, jejichž součet je roven $3p$, a přitom všechny zlomky

$$\frac{a+b}{c+d},\ \frac{b+c}{d+e},\ \frac{c+d}{e+f},\ \frac{d+e}{f+a},\ \frac{e+f}{a+b}$$

mají celočíselné hodnoty.

Jaromír Šimša, Jaroslav Švrček

2. Označme postupně r a r_a poloměry kružnice vepsané a kružnice připsané straně BC trojúhelníku ABC. Ukažte, že pokud platí

$$r + r_a = |BC|,$$

je trojúhelník pravoúhlý.

Michal Rolínek

3. Mezi obyvateli jistého města jsou populární matematické kluby. Dokonce každé dva z nich mají aspoň jednoho společného člena. Dokažte, že můžeme obyvatelům města rozdat kružítka a pravítka tak, že jen jeden obyvatel dostane obojí, a přitom každý klub bude mít při plné účasti svých členů k dispozici jak pravítko, tak kružítko.

Josef Tkadlec

5. dubna 2016

4. Pro kladná reálná čísla a, b, c platí

$$(a+c)(b^2+ac)=4a.$$

Určete maximální hodnotu výrazu $b+c$ a najděte všechny trojice čísel (a,b,c), pro něž výraz této hodnoty nabývá.

Michal Rolínek

5. V trojúhelníku ABC platí $|BC|=1$ a zároveň na straně BC existuje právě jeden bod D tak, že $|DA|^2=|DB|\cdot|DC|$. Určete všechny možné hodnoty obvodu trojúhelníku ABC.

Patrik Bak

6. Na některé políčko šachovnice 6×6 postavíme figurku kralevice. Ta může v jednom tahu poskočit buďto ve svislém, nebo ve vodorovném směru. Délka tohoto skoku je střídavě jedno či dvě políčka, přičemž skokem na sousední pole figurka začíná. Rozhodněte, zda lze zvolit výchozí pozici figurky tak, aby po vhodné posloupnosti 35 skoků navštívila každé pole šachovnice právě jednou. *Peter Novotný*

Výsledková listina ústředního kola 65. ročníku MO v kategorii A

Vítězové:

1. *Filip Bialas* (7/8, G Opatov, Praha 4) 42 b., 2. *Pavel Turek* (7/8, G Olomouc-Hejčín) 42 b., 3. *Pavel Hudec* (6/8, GJGJ, Praha 1) 41 b., 4. *Marian Poljak* (8/8, GJŠ Přerov) 36 b., 5. *Lenka Kopfová* (1/4, MG Opava) 34 b., 6. *Václav Voráček* (8/8, GVN Jindřichův Hradec) 29 b., 7. *Jakub Löwit* (8/8, G Praha 9, Českolipská) 28 b., 8. *Kryštof Kolář* (8/8, G Brno, tř. Kpt. Jaroše) 26 b., 9. *Jan Petr* (7/8, GJK Praha 6) 26 b., 10. *Lucien Šíma* (8/8, PORG, Praha 8) 25 b., 11. *Daniel Pišťák* (8/8, GChD Praha 5) 25 b., 12. *Danil Koževnikov* (6/8, GJK Praha 6) 24 b.

Vítězové ústředního kola 65. ročníku MO v kategorii A

Pětice dívek (uprostřed), které soutěžily v ústředním kole 65. ročníku MO v kategorii A

Úspěšní řešitelé:

13. *Ondřej Svoboda* (7/8, G Brno, tř. Kpt. Jaroše) 23 b., 14. *Jan Gocník* (8/8, GJŠ Přerov) 21 b., 15. *Ondřej Motlíček* (7/8, G Šumperk) 20 b., 8/8, G Praha 9, Českolipská) 28 b., 16. *Ondřej Pavelka* (8/8, MG Opava) 17 b., 8/8, G Brno, tř. Kpt. Jaroše) 17 b., 17. *Jakub Matěna* (8/8, G Praha 9, Českolipská) 17 b., 18. *Martin Raška* (6/8, WG Ostava-Poruba) 16 b., 19. *Jan Šorm* (8/8, G Brno, tř. Kpt. Jaroše) 15 b., 20. *Robert Rössler* (8/8, GTGM Litvínov) 15 b., 21. *Michal Převrátil* (5/6, GJV Klatovy) 15 b., 22. *Václav Volhejn* (7/8, GJK Praha 6) 14 b., 23. *Jakub Mestek* (7/8,

G Jihlava) 14 b., 24. *Vojtěch Lukeš* (8/8, GLP Plzeň) 13 b.

V případě rovnosti bodů rozhodla o pořadí vítězů a úspěšných řešitelů pravidla uvedená v soutěžním řádu MO. Kompletní výsledkovou listinu můžete najít na oficiálních stránkách MO (www.math.muni.cz/mo).

K účasti na výběrovém soustředění před 57. Mezinárodní MO (IMO), které se konalo v polovině dubna v Kostelci nad Černými lesy, bylo pozváno 11 vítězů ústředního kola v kategorii A. Z nich pak bylo vybráno šestičlenné české reprezentační družstvo pro aktuální IMO, která se uskuteční od 6. do 16. července 2016 v Hong Kongu. Na tomto soustředění bylo vybráno také šestičlenné družstvo (sestavené z vítězů a úspěšných řešitelů – nematurantů) pro 10. ročník Středoevropské MO (MEMO), která se bude konat koncem srpna 2016 v Rakousku (ve Vöcklabrucku). Podrobné zprávy o účasti českých reprezentačních týmů na 57. IMO a na 10. MEMO najdete v této rubrice v některém z následujících čísel MFI.

Jaroslav Švrček

Ústřední kolo 65. ročníku MO (kategorie P)

Ve dnech 6.–8. 4. 2016 se konalo v Pardubicích ústřední kolo 65. ročníku Matematické olympiády – kategorie P. V kategorii P, která je zaměřena na algoritmizaci a programování, se soutěží od školního roku 1985/86, takže to byl v pořadí 31. ročník konání této soutěžní kategorie. Soutěž probíhala tradičně ve druhé polovině týdne v přímé návaznosti na ústřední kolo Matematické olympiády kategorie A. Organizátorem celého ústředního kola byla pardubická Krajská komise MO a místní Gymnázium Dašická. Na zajištění akce spolupracovala také Fakulta elektrotechniky a informatiky Univerzity Pardubice, která poskytla prostory pro uspořádání celé soutěže včetně počítačového vybavení pro praktickou část. V posluchárnách fakulty se uskutečnilo i slavnostní zahájení ústředního kola kategorie P a závěrečné vyhlášení výsledků. Zahájení bylo navíc spojeno s odbornou přednáškou o vývoji softwaru v praxi, kterou přednesl představitel firmy ABRA. Tato úspěšná softwarová firma se od letošního roku stala generálním sponzorem MO kategorie P.

Při přípravě soutěžních úloh MO kategorie P se pravidelně střídají pracovníci Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze a Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislavě. Úlohy pro letošní ročník navrhli slovenští kolegové. Organizátoři z MFF UK připravili jejich české překlady, soutěžní prostředí na počítačích (testovací data a vyhodnocovací software) a také na místě zajistili opravování odevzdaných řešení.

V letošním ústředním kole MO kategorie P soutěžilo všech 30 pozvaných úspěšných řešitelů krajských kol. Rekordních čtrnáct z nich se probojovalo do ústředního kola MO v obou kategoriích A, P a strávili v Pardubicích celý týden, v jehož průběhu absolvovali obě vrcholné soutěže. První soutěžní den ústředního kola kategorie P byl teoretický. Probíhal obdobně jako krajské kolo, tedy bez použití počítačů. Studenti v této části soutěže řešili během 4,5 hodiny tři úlohy zaměřené na návrh efektivního algoritmu pro zadaný problém. Některé úlohy ústředního kola obvykle navazují na domácí a krajské kolo, jedna z teoretických úloh vždy pracuje s nějakým neobvyklým výpočetním modelem, který prochází všemi koly příslušného ročníku olympiády. Letos se jednalo o operace se znakovými řetězci a využití datové struktury sufixového stromu.

Druhý soutěžní den ústředního kola byl praktický, studenti v něm pracovali u počítačů. Na řešení tří úloh měli také vymezen čas 4,5 hodiny. Řešení praktických úloh je třeba dovést až do podoby odladěných funkčních programů. Soutěžní řídicí systém v průběhu soutěže okamžitě testoval všechna odevzdaná řešení pomocí předem připravené sady testovacích vstupních dat. Hodnotil při tom nejen správnost dosažených výsledků, ale i rychlost výpočtu. Pomocí časových limitů omezujících dobu výpočtu programu se rozlišuje kvalita různých řešení z hlediska časové složitosti zvoleného algoritmu. Letos jsme v ústředním kole MO již podruhé použili stejný systém, který se již několik let úspěšně využívá při mezinárodních olympiádách v informatice. Soutěžící k němu přistupují pomocí webového rozhraní, jehož prostřednictvím mohou nejen odevzdávat k vyhodnocení svá vypracovaná řešení soutěžních úloh, ale mohou také klást dotazy k úlohám a dozvídají se, jak byla odevzdaná řešení ohodnocena. Podle toho pak mohou řešení opravit a odevzdat opakovaně. Každý ze soutěžících ovšem vidí pouze svoje hodnocení, nikoliv výsledky ostatních. Praktická část ústředního kola MO-P tak proběhla v obdobných podmínkách a podle stejných pravidel, jaká se uplatňují i při mezinárodních středoškolských olympiádách v informatice.

Za každou soutěžní úlohu mohl řešitel získat maximálně 10 bodů, celkově tedy až 60 bodů. Na základě dosažených bodů se stanovuje výsledné pořadí, přičemž vzájemné umístění řešitelů se stejným bodovým součtem je odvozeno na základě dalších pomocných pravidel. Úspěšnými řešiteli letošního ústředního kola MO kategorie P se stali soutěžící na 1. až 14. místě v celkovém pořadí, tedy všichni, kteří získali alespoň 30 bodů. Pět nejlepších z nich bylo vyhlášeno vítězi ústředního kola.

Výsledková listina ústředního kola 65. ročníku MO v kategorii P

Vítězové:

1. Václav Volhejn, 7/8, Gymnázium Jana Keplera, Praha 6, 59 bodů, 2. Filip Bialas, 7/8, Gymnázium Opatov, Praha 4, 58 bodů, 3. Richard Hladík, 7/8, Gymnázium a OA Mariánské Lázně, 53 bodů, 4. Ronald Luc, 7/8, Gymnázium tř. Kpt. Jaroše, Brno, 41 bodů, 5. Jan Priessnitz, 7/8, Gymnázium tř. Kpt. Jaroše, Brno, 39 bodů

Úspěšní řešitelé:

6. Jan Pokorný, 8/8, Gymnázium a OA Bučovice, 36 bodů, 7. Pavel Turek, 7/8, Gymnázium Olomouc-Hejčín, 36 bodů, 8. Martin Kurečka, 6/8, Gymnázium tř. Kpt. Jaroše, Brno, 36 bodů, 9. Petr Zelina, 7/8, Gymnázium tř. Kpt. Jaroše, Brno, 36 bodů, 10. Michal Töpfer, 7/8, Gymnázium Dr. J. Pekaře, Mladá Boleslav, 35 bodů, 11. Vojtěch Lukeš, 8/8, Gymnázium Luďka Pika, Plzeň, 35 bodů, 12. Stanislav Lukeš, 7/8, Gymnázium Písnická, Praha 4, 34 bodů, 13. David Blažek, 3/4, SPŠE V Úžlabině, Praha 10, 33 bodů, 14. Petr Chmel, 7/8, Dvořákovo gymnázium a SOŠE, Kralupy nad Vltavou, 30 bodů.

Ostatní účastníci:

Lenka Kopfová, 1/4, Mendelovo gymnázium, Opava, 29 bodů, Jiří Škrobánek, 6/8, Wichterlovo gymnázium, Ostrava, 29 bodů, Pavel Turinský, 7/8, Gymnázium J. S. Machara, Brandýs nad Labem, 29 bodů, Jiří Vozár, 8/8, Gymnázium J. A. Komenského, Uherský Brod, 29 bodů, Jan Gocník, 8/8, Gymnázium Jakuba Škody, Přerov, 28 bodů. Jakub Suchánek, 6/8, Gymnázium Opatov, Praha 4, 28 bodů, Přemysl Šťastný, 7/8, Gymnázium Žamberk, 28 bodů, Tomáš Konečný, 7/8, Gymnázium J. V. Jirsíka, České Budějovice, 27 bodů, Jakub Matěna, 8/8, Gymnázium Českolipská, Praha 9, 27 bodů, Jakub Löwit, 8/8, Gymnázium Českolipská, Praha 9, 26 bodů, Ondřej Borýsek, 7/8, Gymnázium tř. Kpt. Jaroše, Brno, 25 bodů, Ivana Krumlová, 7/8, Gymnázium tř. Kpt. Jaroše, Brno, 25 bodů, Veronika Hladíková, 5/6, Gymnázium Mikulášské nám., Plzeň, 24 bodů, Michaela Štolová, 8/8, Gymnázium Sokolov, 23 bodů, Marian Poljak, 8/8, Gymnázium

Jakuba Škody, Přerov, 22 bodů, David Žáček, 7/8, Gymnázium Christiana Dopplera, Praha 5, 18 bodů

Na základě výsledků dosažených v ústředním kole 65. ročníku Matematické olympiády kategorie P byli vybráni čtyři reprezentanti, kteří se v srpnu 2016 zúčastní v ruské Kazani 28. mezinárodní olympiády v informatice IOI 2016. Další naše čtyřčlenné reprezentační družstvo bude soutěžit na 23. středoevropské olympiádě v informatice CEOI 2016, která se uskuteční v červenci v rumunském městě Piatra Neamt. Družstvo pro IOI sestavujeme z vítězů ústředního kola, do družstva pro CEOI jsou zařazeni další čtyři úspěšní řešitelé ústředního kola, kteří letos ještě nebudou maturovat.

Podrobnější informace o průběhu celého 65. ročníku MO kategorie P, kompletní výsledkovou listinu, texty soutěžních úloh i jejich vzorová řešení najdete na Internetu na adrese http://mo.mff.cuni.cz/. Na stejném místě se můžete seznámit i se staršími ročníky této soutěže a také se všemi aktuálními informacemi týkajícími se Matematické olympiády – kategorie P.

Pavel Töpfer

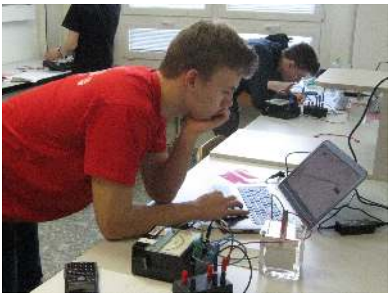
Celostátní kolo FO 2016

Uspořádání celostátního kola kategorie A 57. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2015/2016 vzalo na svá bedra *Gymnázium Mikoláše Koperníka* v Bílovci (www.gmk.cz), které si letos připomíná i 70. výročí založení školy. Záštitu nad soutěží převzal prezident České republiky *Ing. Miloš Zeman*, hejtman Moravskoslezského kraje *Miroslav Novák*, rektor Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava *prof. Ing. Ivo Vondrák, CSc.*, rektor Slezské univerzity v Opavě *doc. Ing. Pavel Tuleja, Ph.D.*, předseda Rady kvality *JUDr. Ing. Robert Szurman* a Krajská hospodářská komora Moravskoslezského kraje. Na základě výsledků krajských kol soutěže, jež proběhla 15. 1. 2016, přijelo změřit své síly celkem 48 soutěžících (z toho 4 dívky).

Slavnostní zahájení proběhlo v kinosále Velkého domu techniky v oblasti Dolních Vítkovic v úterý 2. 2. 2016 v podvečer za účasti představitelů sponzorů a sponzorujících organizací Moravskoslezského kraje – generálního ředitele firmy Vítkovice Holding, a.s. *Ing. Jana Světlíka*, náměstkyně hejtmana Moravskoslezského kraje *Mgr. Věry Palkové*, výkonného ředitele komunikace Veolia ČR *Mgr. Antonína Balnara, Ph.D.*, starosty města Bílovce *Mgr. Pavla Mrvy*, ředitele Gymnázia Mikuláše Koperníka v Bílovci *Mgr. Víta Schindlera*, prorektora pro vědu a výzkum VŠB–TU Ostrava *prof. Ing. Petra Prause, Ph.D.*, děkana Fakulty strojní VŠB–TU Ostrava *doc. Ing. Iva Hlavatého, Ph.D.* a rektora Slezské univerzity v Opavě *doc. Ing. Pavla Tuleji, Ph.D.*.

Ve středu 3. 2. dopoledne čekaly soutěžící v učebnách Velkého domu techniky ve Vítkovicích čtyři teoretické úlohy, s nimiž se museli vypořádat během pěti hodin. Autorem všech úloh byl *RNDr. Jan Thomas* (První české gymnázium Karlovy Vary). První úloha s názvem *Kuličky v rotující nádobě* se zabývala silami působícími na kuličky spojené vláknem v rotující kapalině. Řešitelé za ni získali v průměru nejméně, konkrétně 2,21 bodu z deseti možných, a podle názoru poroty nejoriginálnější řešení vypracoval *Daniel Demovič* (Gymnázium J. Keplera Praha). Druhá úloha s názvem *Sonda Cassini–Huygens* se věnovala některým aspektům letu této sondy k Saturnu i jeho Měsíci Titanu a soutěžící za ni v průměru získali 5,00 bodu; porota ocenila zejména postup *Adama Greše* (Gymnázium Zlín-Lesní čtvrť). Třetí úloha *Účinnost tepelného stroje* vyžadovala určení účinnosti tepelného stroje s ideálním plynem, jehož pracovní cyklus byl zadán pomocí p-V diagramu. Soutěžící dosáhli v průměru 3,86 bodu a nejvíce zaujalo řešení *Pavla Kůse* (Gymnázium J. Š. Baara Domažlice). Čtvrtá úloha s názvem *Pozitronová emisní tomografie* navazovala na studijní text z oblasti atomové a jaderné fyziky (dvě kapitoly ze známých učebnic [1, 2]) a vynesla soutěžícím v průměru nejvíce, konkrétně 7,14 bodu; porota ocenila jako nejzdařilejší přístup *Lukáše Supika* (Gymnázium Třinec). Závěrečnou redakci zadání i autorského řešení úloh provedl *RNDr. Jan Šlégr, Ph.D.* (Přírodovědecká fakulta Univerzity Hradec Králové).

Ve čtvrtek 4. 2. dopoledne soutěžící ve dvou skupinách řešili praktickou úlohu *Neideální elektrický obvod*, v němž jako zroj napětí posloužil Voltův článek a kterou připravili a opravili pracovníci Katedry fyziky VŠB–TU Ostrava, v jejímž areálu v Ostravě-Porubě proběhlo i samotné měření. Soutěžící získali v průměru 12,9 bodu a nejlepším experimentátorem porota vyhlásila *Lukáše Supika* (Gymnázium Třinec).



Obr. 1 Řešení experimentální úlohy

K celostátnímu kolu tradičně patří i bohatý navazující program. Ve středu 3. 2. dostali účastníci možnost projít si všechny expozice Domu techniky. Večer si nejen soutěžící, ale také členové Ústřední komise vyslechli v aule gymnázia přednášku *RNDr. Miroslava Kawalce*, viceprezidenta České jaderné společnosti, na téma „Budoucnost jaderné energetiky v České republice a ve světě“. Ve čtvrtek 4. 2. odpoledne, po skončení praktické úlohy, si účastníci prohlédli nejmodernější laboratoře VŠB–TU Ostrava v Národním superpočítačovém centru IT4Innovations. Večer čekaly na studenty i členy ústřední komise dvě paralelní přednášky, z nichž si každý mohl vybrat podle svého zájmu. Připravili a přednesli je zástupci Ústavu fyziky Filozoficko-přírodovědecké fakulty Slezské univerzity v Opavě: *doc. RNDr. Stanislav Hledík, Ph.D.* pod názvem „Levitace permanentních magnetů“ a *RNDr. Petr Slaný, Ph.D.* na téma „Má světlo stopky? aneb Šíření světla podle Fermata“.

Poslední den, v pátek 5. 2. dopoledne, proběhlo v aule Gymnázia Mikuláše Koperníka slavnostní vyhlášení vítězů, opět s bohatou účastí představitelů sponzorských organizací, zástupců města i kraje. Ceny předával vedoucí odboru školství Krajského úřadu Moravskoslezského kraje *PaedDr. Libor Lenčo*. Tři nejúspěšnější řešitelé dostali každý kromě jiných cen šek na 10 000 Kč z rukou *Ing. Pavla Puffa*, ředitele útvaru strategický nábor ČEZ. Uveďme základní statistické údaje: 10 účastníků se stalo vítězi, 27 úspěšnými řešiteli a 11 účastníky soutěže. Celkové průměrné hodnocení všech úloh bylo 31,12 bodu, tj. 51,9 % z možných 60 bodů. Na vítěze kromě zajímavých cen čekala i pozvánka na výběrové soustředění pořádané Katedrou fyziky Přírodovědecké fakulty Univerzity Hradec Králové, z něhož vzejde pětice reprezentantů na 47. Mezinárodní fyzikální olympiádě, která proběhne od 11. do 17. července 2016 v Zürichu (viz http://www.ipho2016.org; (soutěž společně pořádají Švýcarsko s Lichtenštejnskem). Přejme našim zástupcům podobně úspěšnou účast jako v roce 2015 (viz [3]) Pomyslnou zlatou medaili vybojoval *Lukáš Honsa* (G České Budějovice, Jírovcova), stříbrnou *Filip Bialas* (G Opatov, Praha 4) a bronzovou *Jiří Etrych* (G Pardubice, Dašická). O vyrovnanosti vítězů svědčí skutečnost, že mezi prvním a druhým místem v pořadí musely rozhodnout modifikované body.

Uspořádání celostátního kola je nemyslitelné bez podpory a pomoci řady organizací a společností v regionu. Uspořádání soutěže finančně podpořili: *Vítkovice Holding, a. s.*, *skupina ČEZ*, *město Bílovec*, *Národní strojírenský klastr, z. s.*, *Veolia Energie ČR, a. s.*, *Moravskoslezský kraj*, *Veolia Energie ČR, a. s.*, *Massag, a. s.*, *Libor Konečný*, *Monika Lazaridu* a *Ing. Tomáš Manďák*. Věcné dary poskytli: *Prometheus, spol. s r. o.*, *město Fulnek*, *Autobusová doprava Mgr. Jana Studená*, *Portál, s. s r. o.*, *Euromedia Group, k. s.*, *Economia, a. s.* a *Českomoravská stavební spořitelna, a. s.* Zejména je však třeba poděkovat dvěma obětavým organizátorům z bíloveckého gymnázia *RNDr. Radmile Horákové* a *Mgr. Tomáši Táborskému*, kteří se významně zasloužili hladký průběh soutěže a příjemnou pracovní atmosféru.

Obr. 2 V pořadí zleva nejlepší dívka v soutěži *Anh Minh Tran* (G Brno, tř. Kpt. Jaroše, 7. místo), nejlepší řešitel teoretických úloh *Filip Bialas* (G Opatov, Praha 4, 2. místo) a nejlepší řešitel experimentální úlohy *Lukáš Supik* (G Třinec, 4. místo)

Pro příští školní rok v 58. ročníku FO přebírá organizátorskou štafetu Ústecký kraj, konkrétně nejseverněji položené gymnázium v České republice, Gymnázium Rumburk, kam účastníky pozvala *Mgr. Jana Vlasáková*. Zájemci a příznivci soutěže najdou všechny potřebné informace, včetně zadání i řešení úloh, na internetových stránkách ÚKFO www.fyzikalniolympiada.cz.

L i t e r a t u r a

[1] *Halliday, D. – Resnick, R.– Walker, J.*: Fyzika. Část 5: Moderní fyzika. VUTIUM a Prometheus, Brno a Praha, 2000.

[2] *Halliday, D. – Resnick, R.– Walker, J.*: Fyzika 2. VUTIUM, Brno, 2013.

[3] *Studnička, F. – Kříž, J.*: Dvě stříbrné a tři bronzové medaile na 46. Mezinárodní fyzikální olympiádě v Indické republice. MFI, roč. 24 (2015), č. 5, s. 395–397.

Výsledková listina celostátního kola

Vítězové

1. Lukáš Honsa (G České Budějovice, Jírovcova, 50 b, 304,06 mb), 2. Filip Bialas (G Opatov Praha, 50 b, 296,65 mb), 3. Jiří Etrych (G Pardubice, Dašická, 49 b, 291,27 mb), 4. Lukáš Supik (G Třinec, 49 b, 282,19 mb), 5. Petr Hrubý (G Polička, 48,5 b, 289,57 mb), 6. Kryštof Kolář (G Brno, tř. Kpt. Jaroše, 46,5 b, 271,45 mb), 7. Anh Minh Tran (G Brno, tř. Kpt. Jaroše, 44,5 b, 243,39 mb), 8. Jan Preiss (G Jana Keplera Praha, 44 b, 247,99 mb), 9. Šimon Karch (G Havířov-Město, 42 b, 240,74 mb), 10. Daniel Demovič (G J. Keplera Praha, Parléřova 2 41,5 b, 250,42 mb).

Úspěšní řešitelé

11. Pavel Kůs (G J. Š. Baara Domažlice, 38,5 b, 204,52 mb), 12. Matěj Mezera (G Havlíčkův Brod, 37 b, 230,86 mb), 13. Jan Preissnitz (G Brno, tř. Kpt. Jaroše, 37 b, 228,42 mb), 14. Václav Voráček (G V. Nováka, Jindřichův Hradec, 37 b, 208,71 mb), 15. Daniel Pajer (G J. Keplera Praha , 36 b, 203,46 mb), 16. Tomáš Konečný (G J. V. Jirsíka, České Budějovice, Fráni Šrámka 23 34 b, 194,51 mb), 17. Vojtěch Jelínek (G Žďár nad Sázavou, 33,5 b, 183,98 mb), 18. Martin Kučera (G Polička, 32,5 b, 175,81 mb), 19. Jiří Jarošík (G J. Vrchlického Klatovy, 32 b,

176,26 mb), 20. Pavel Turek (G Olomouc-Hejčín, 31,5 b, 183,11 mb), 21. Šimon Jelínek (G Chomutov, 31,5 b, 178,63 mb), 22. Pavel Souček (G B. Hrabala Nymburk, 31,5 b, 177,19 mb), 23. Marian Poljak (G J. Škody Přerov, 31 b, 178,29 mb), 24. Ondřej Knopp (G Třeboň, 30,5 b, 197,26 mb), 25. Daniel Hausner (G a SOŠ Plasy, 30,5 b, 169,80 mb), 26. Martin Štyks (G J. Keplera Praha, 30,5 b, 166,18 mb), 27. Adam Greš (G Zlín-Lesní čtvrť, 30 b, 159,21 mb), 28. Zuzana Johanovská (G Opatov Praha, 29,5 b, 174,67 mb), 29. Vojtěch Lukeš (G L. Pika Plzeň, 29,5 b, 170,81 mb), 30. Matěj Rzehulka (Wichterlovo G Ostrava-Poruba, 27,5 b, 158,02 mb), 31. Daniel Procházka (G F. X. Šaldy Liberec, 27,5 b, 144,53 mb), 32. David Vokrouhlický (G J. Keplera Praha, 26,5 b, 152,34 mb), 33. Jan Koblížek (G J. V. Jirsíka České Budějovice, 24,5 b, 148,98 mb), 34. Adam Šumník (Konzervatoř EA Olomouc, 24,5 b, 146,88 mb), 35. Ladislav Štefka (G Jihlava, 24,5 b, 141,35 mb), 36. Václav Mikeska (G F. Palackého Valašské Meziříčí 24 b, 135,34 mb), 37. Přemysl Šťastný (G Žamberk 24 b, 124,95 mb).

Účastníci
38. Viktor Rosman (G a OA Pelhřimov 23 b, 112,74 mb), 39. Tereza Hofrichterová (G Dr. A. Randy Jablonec nad Nisou, 22,5 b, 131,33 mb), 40. Jakub Liška (G Dr. A. Randy Jablonec nad Nisou, 20,5 b, 117,11 mb), 41. Tomáš Kalva (G Olomouc-Hejčín, 20,5 b, 114,17 mb), 42. Petr Zelina (G Brno, tř. Kpt. Jaroše, 20 b, 111,33 mb), 43. Zuzana Procházková (G Praha, Na Vítězné Pláni, 19,5 b, 109,93 mb), 44. Jan Dittrich (G Brno, tř. Kpt. Jaroše, 19 b, 103,19 mb), 45. Vojtěch Novotný (G Pardubice, Dašická, 16 b, 98,56 mb), 46. Vít Horáček (G L. Jaroše Holešov, 16 b, 86,11 mb), 47. Pavel Bláha (Jiráskovo G Náchod, 13 b, 73,62 mb), 48. Jiří Chmel (G F. Palackého Valašské Meziříčí, 12 b, 52,7 mb).

Lukáš Richterek

Rádiové spojení s ISS

Počátek historicky prvního veřejného kontaktu studentů s Mezinárodní vesmírnou stanicí (ISS) v historii ČR se datuje čtyři roky nazpět. Tehdy *Hanácký radioklub OK2KYJ* (www.ok2kyj.cz) prostřednictvím svého předsedy *RNDr. Rudolfa Bláhy* poprvé podal přihlášku do projektu ARISS (Amateur Radio on the International Space Station, www.ariss-eu.org). Žádost byla akceptována a bylo jí přiděleno pořadové číslo EU303. Následně však, aby byly splněny všechny podmínky, musela být osmkrát korigována.

Obr. 1 Předseda Hanáckého radioklubu RNDr. R. Bláha zahajuje rádiové spojení s ISS

Trpělivost a vytrvalost nakonec přinesly své ovoce – v úterý 8. března 2016, krátce po čtvrt na deset dopoledne, se v naplněné posluchárně Přírodovědecké fakulty UP v Olomouci ozval z rádia hlas britského astronauta *Timothy Peaka*: „Hello Oscar Kilo 2 Kilo Yankee Juliet, this is Oscar Romeo 4 India Sierra Sierra. I hear you weak, but readable.“ („Zdravím Oscar Kilo 2 Kilo Yankee Juliet (OK2KYJ), zde je Oscar Romeo 4 India Sierra Sierra (OR4ISS). Slyším vás slabě, ale zřetelně.“) ISS se v tu chvíli nacházela nad Britskými ostrovy, ve vzdálenosti více než 1 400 km od Olomouce. Jak se stanice postupně dostávala výš nad obzor, slyšitelnost se zlepšila na vynikající.

ISS obletí naši planetu 16krát denně rychlostí okolo 7,7 km/s ve výšce kolem 400 km nad jejím povrchem. Je výsledkem široké mezinárodní spolupráce nejen dvou velmocí USA a Ruska (především organizací NASA a Roskosmos), ale také Evropské kosmické agentury (ESA), Japonské kosmické agentury (JAXA) a Kanadské kosmické agentury (CSA). V listopadu 2015 jsme si připomněli 15. výročí jejího trvalého obydlení lidskou posádkou. Poskytuje unikátní prostředí pro řadu fyzikálních, chemických a biologických experimentů spojených zejména se stavem beztíže; konkrétně o úkolech mise *Principia* Tima Peaka se lze dočíst více např. internetových stránkách principia.org.uk.

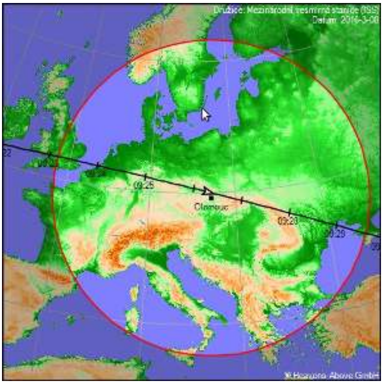
Obr. 2 Britský astronaut Timothy Peak na palubě ISS (© ESA/NASA)

V roce 1996 při plánování výstavby ISS se organizace sdružující radioamatéry ze zúčastněných zemí dohodly s NASA o založení organizace ARISS. Ta dodnes spravuje amatérské rádiové vysílání na a z ISS pro popularizační účely, rozhoduje o udělení termínu žadatelům a o vyhrazení času astronautů v jejich poměrně nabitém programu. Funkční amatérské rádio (HAM) může posloužit jako další komunikační kanál ISS se Zemí a představuje i výraznou psychologickou podporu pro samotné kosmonauty v jejich odloučeném pobytu na oběžné dráze; mohou tak kdykoliv ve volném čase zařízení používat k neplánovaným spojením s radioamatéry na Zemi, což se již párkrát povedlo předáním pozdravu i přímo z Olomouce.

Detaily technického řešení spojení byly na stránkách MFI popsány v samostatném článku [1]. Technickou stránku spojení zajišťoval Český radioklub – RK OK2KYJ za finanční podpory Magistrátu města Olomouce. Pro spojení byla jako primární stanice využita radiostanice japonské firmy ICOM s typovým označením IC-910, která umožňuje pracovat až na třech radioamatérských pásmech (o vlnových délkách 2 m, 70 cm a 32 cm). Komunikace s ISS probíhalo v pásmu 2 m, tedy s frekvencí v okolí 145 MHz, kde tato stanice poskytuje výstupní výkon 100 W a díky kmitočtové syntéze dokáže naladit požadovanou frekvenci s přesností 1 Hz. Obsahuje také obvod pro automatické dolaďování přijímané frekvence, což je výhodné v situaci, kdy se vysílač na ISS pohybuje poměrně velkou rychlostí a vlivem Dopplerova jevu dochází při přeletu k postupné změně frekvence na straně přijímače. Z důvodu nezávislosti na externích zdrojích byla stanice napájeny z NiCd baterií s napětím 12 V a kapacitou 160 Ah, které i při plném výkonu (radiostanice odebírá ze zdroje až 25 A) dokázaly zajistit bezproblémový provoz.

Vzhledem k dobré přípravě, schopnostem operátorů, zejména *Leo Hučína* a *Ivo Dostála*, i příznivým podmínkám šíření signálu nebylo nakonec potřeba použít připravenou záložní stanici. Firma *ONYX engeneering* (www.onyx.cz) poskytla pro akci telefonní konektivitu, která byla využita na propojení se záložní stanicí v Itálii a mimo jiné zajišťovala přenos audiosignálu do mezinárodní radioamatérské sítě Echolink. Spojení se vyhnuly i možné rizikové faktory, jako např. bouřkový mrak nebo mimořádná aktivita Slunce, která by mohla ovlivnit vrchní vrstvy ionosféry a znemožnit spojení (den před spojením byla zaznamenána magnetická bouře, klasifikována NOAA jako G3, naštěstí se ale Slunce uklidnilo).

Jako pozemní základna pro komunikaci byla vybrána Přírodovědecká fakulta UP. Lokalita a technické vybavení budovy umožnily instalaci všech potřebných zařízení a účast množství studentů a hostů v přenosové místnosti. V neposlední řadě UP také zajistila streamování celé akce na internet. Anténa pro příjem VKV byla umístěna na střeše fakulty umožňující nezakrytý výhled na obzor. Spojení s ISS na VKV totiž vyžaduje přímou viditelnost vesmírné stanice, které trvá zhruba 10 minut. Hlavní koordinátorka studentů *Eva Farmačková* z Gymnázia Čajkovského v diskuzích s mentorem ARISS *Armandem Budzianowskim* vybrala 18 otázek. Do spojení se po pečlivém výběru na školách zapojilo celkem devět studentů ze tří gymnázií: *Monika Večerková*, *Linda Vildová*, *František Bendík* (G Čajkovského), *Ro-



Obr. 3 Přelet ISS nad Evropou 8. 3. 2016 dopoledne. Kružnice vymezuje oblast, nad níž by ISS byla z Olomouce vidět výš než 10° nad obzorem. Zdroj: www.heavens-above.com

Více informací včetně přepisu otázek studentů a odpovědí Tima Peaka, fotodokumentace, videozáznamu i zvukového záznamu najdou čtenáři na internetových stránkách exfyz.upol.cz/didaktika/iss/.

Literatura

[1] *Bláha, R.*: Radioamatérské rádiové vysílání a výuka fyziky. MFI, roč. 23 (2014), č. 3, s. 200–211.

Lukáš Richterek