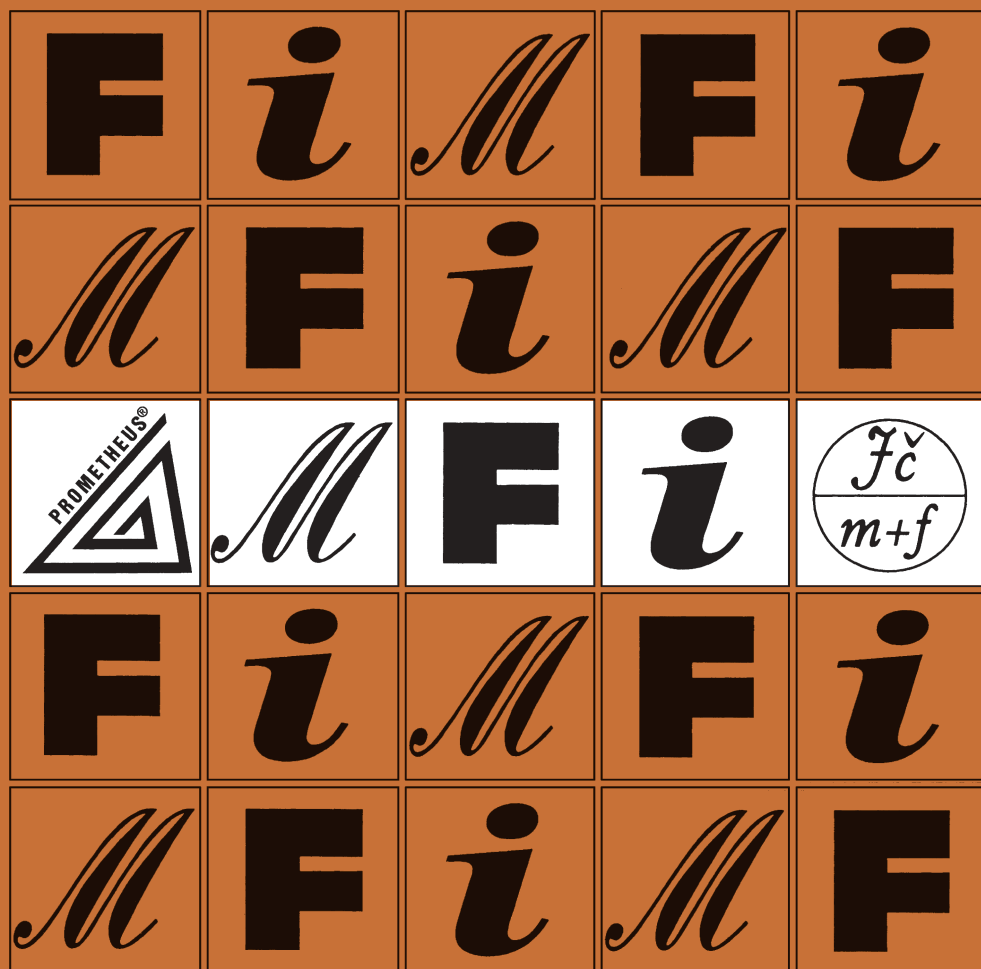


MATEMATIKA 4 FYZIKA INFORMATIKA

ČASOPIS PRO VÝUKU NA ZÁKLADNÍCH A STŘEDNÍCH ŠKOLÁCH



MATEMATIKA – FYZIKA – INFORMATIKA

Časopis pro výuku na základních a středních školách
Ročník XXVIII (2019), číslo 4

Vydává Prometheus, spol. s r. o. ve spolupráci s Jednotou českých matematiků a fyziků

Redakce:

Oldřich Lepil – vedoucí redaktor a redaktor pro fyziku
Jaroslav Švrček – redaktor pro matematiku
Eduard Bartl – redaktor pro informatiku
Lukáš Richterek – redaktor WWW stránek

Redakční rada:

Pavel Calábek, Zdeněk Drozd, Radomír Halaš, Růžena Kolářová, Miluše Lachmannová,
Pavel Leischner, Dana Mandíková, Oldřich Odvárko, Tomáš Pitner, Jarmila Robová,
Bohuslav Rothanzl, Emanuel Svoboda, Jaromír Šimša, Pavel Tlustý, Pavel Töpfer,
Bohumil Vybíral

Adresa redakce:

17. listopadu 12, 771 46 Olomouc E-mail: MFI@upol.cz

Adresa vydavatele:

Prometheus, spol. s r. o., Čestmírova 10, 140 00 Praha 4

OBSAH

MATEMATIKA

<i>P. Surynková:</i> Geometrie pohybu II: Obálky křivek	241
<i>Š. Gergelitsová, T. Holan:</i> Problém s poštou	250
<i>P. Leischner:</i> Pes Elvis a piráti	253
Zajímavé matematické úlohy	261

FYZIKA

<i>O. Lepil:</i> Učebnice fyziky a výuka na střední škole	264
<i>D. Mandíková, V. Karásková:</i> Sbírka úloh z fyziky pro základní školy a víceletá gymnázia aneb Fyzikální nápadník v novém kabátě	273

INFORMATIKA

<i>M. Trněčka:</i> Moderní layout webových stránek	294
--	-----

Z HISTORIE

<i>B. Tesářík:</i> Loránd Eötvös: maďarský vědec a sportovec, který jezdil přednášet fyziku na koni	307
--	-----

ZPRÁVY

<i>P. Töpfer:</i> Mezinárodní olympiáda v informatice IOI 2019	310
<i>P. Töpfer:</i> Středoevropská olympiáda v informatice CEOI 2019	313
<i>M. Rojínek:</i> 60. mezinárodní matematická olympiáda	315
Obsah ročníku XXVIII (2019)	321

Geometrie pohybu II: Obálky křivek

PETRA SURYNKOVÁ

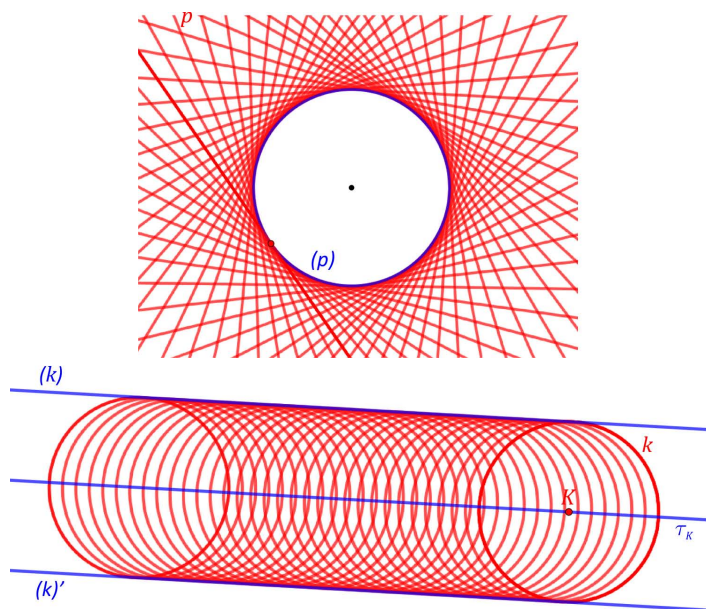
Matematicko-fyzikální fakulta UK, Praha

V prvním díle série Geometrie pohybu jsme si ukázali stručný úvod do kinematické geometrie v rovině s ohledem na možné použití vybrané teorie ve výuce na střední škole. Demonstrovali jsme zadávání pohybu pomocí jednoduchých pomůcek – průsvitné fólie a papíru, a rovněž jsme si ukázali, jak lze k modelování pohybu použít dnes velmi rozšířený software GeoGebra. Podrobněji jsme se věnovali pohybu zadanému pomocí trajektorií a speciálně jsme se zaměřili na pohyb eliptický. Odvodili jsme parametrická vyjádření elips vytvořených kinematicky a to i v obecné poloze pro konkrétní zadání transformace soustavy souřadnic. Jak jsme se zmínili již v minulém díle, lze odvodit také jiná určení pohybu než pomocí dvou trajektorií dvou různých bodů. Nadále budeme vylučovat speciální pohyby, tedy rotaci a přímočaré posunutí a rozšíříme naše úvahy o další možnost zadání pohybu:

Pohyb roviny Σ je jednoznačně určený, známe-li obálky dvou různých křivek roviny Σ .

Obě obálky přitom mohou být křivky (dokonce i s více větvemi), nebo se jedna nebo obě mohou redukovat na bod. Vysvětleme to na příkladě. Představme si kružnici a všechny její tečny, tj. přímky, které se kružnici dotýkají v každém jejím bodě. Kružnice je tedy obálkou této soustavy tečen. Chápat můžeme tuto situaci i kinematicky. Tečna se pohybuje tak, že postupně obaluje kružnici. Příklad tzv. bodové obálky si jednoduše před-

stavíme na svazku přímek. Opět z pohledu kinematické geometrie můžeme uvažovat přímku a otáčet ji kolem pevného bodu, který na ní leží. Bod můžeme chápat jako kružnici s nulovým poloměrem. Bod je tedy obálkou jednotlivých poloh otáčející se přímky. Příkladem obálky s více větvemi může být ekvidistanta dané přímky, která vznikne jako obálka kružnice, jejíž střed se pohybuje po této dané přímce. Na obr. 1 můžeme vidět kružnici vytvořenou jako obálku množiny všech jejích tečen, dále je na obrázku kinematicky vytvořena ekvidistanta přímky jako obálka kružnice, jejíž střed se pohybuje po přímce.



Obr. 1 Ukázky obálek

Další informace o kinematické geometrii v rovině lze nalézt v odborné literatuře, jmenujme například [4]. Studium křivek se věnují také další publikace, např. [1, 2].

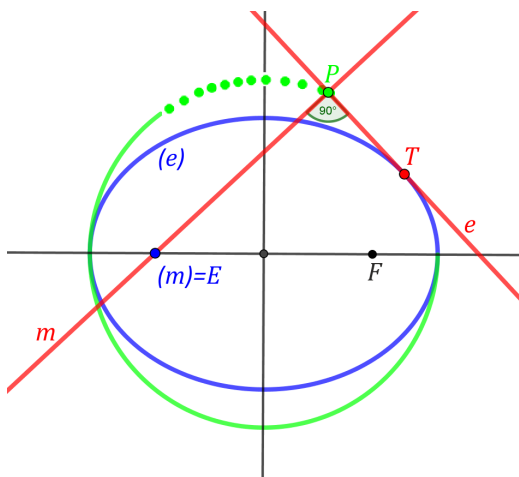
Na následujících příkladech demonstrujeme užití obálek křivek při pohybu. V prvním případě je pohyb v rovině pomocí dvou obálek dvou křivek zadán a úkolem je určit trajektorii nějakého bodu. Ve druhém případě se vracíme k zadání pohybu pomocí trajektorií dvou bodů. Obálku nějaké křivky v tomto případě hledáme.

Příklady kinematically vytvořených křivek

Úloha 1

Mějme danu elipsu (e) a bod (m) = E , tj. bodová obálka je rovna jednomu ohnisku elipsy. Sestrojte trajektorii vrcholu pravého úhlu, jehož jedno rameno e obaluje elipsu (e) a druhé rameno m stále prochází bodem (m), obaluje jej.

Řešení. Vrchol pravého úhlu označme P , sledujme obr. 2. Opět můžeme zrealizovat pomocí průsvitné fólie simulaci pohybu, tj. na papír zakreslíme elipsu (e) a vyznačíme ohnisko (m) = E , na fólii vyznačíme ramena pravého úhlu. Vše, co je zakreslené na fólii, je neměnné, tj. pravý úhel zůstává konstantní.

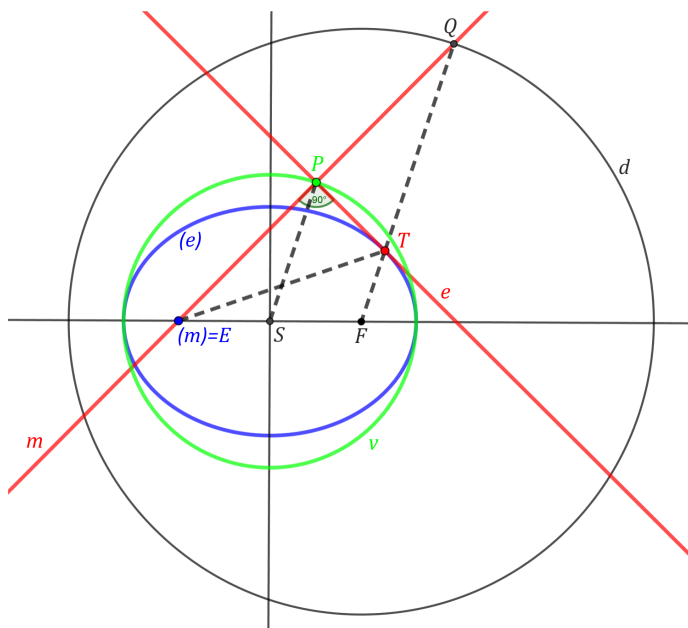


Obr. 2 Pohyb zadaný dvěma obáčkami navzájem kolmých přímek, z nichž jedna je bod a druhá elipsa

V GeoGebře jsme zadali elipsu (e) s ohniskem (m) = E a výchozí polohu pohybujících se objektů. To znamená, určili jsme bod T tak, že se může pohybovat pouze po elipse (e). V bodě T jsme sestrojili tečnu k elipse (e), tj. přímku e . Z ohniska (m) = E jsme spustili kolmici m na přímku e a patu této kolmice jsme označili P . Dostali jsme tak obě ramena pravého úhlu s vrcholem P . V GeoGebře můžeme nyní hýbat bodem T a sledovat dráhu bodu P . Příklad zpracovaný v GeoGebře lze opět otevřít ve webovém prohlížeči, viz [3].

Podle obr. 2 a experimentů s fólií, vidíme, že trajektorii τ_P je kružnice se středem ve středu elipsy (e) a poloměrem rovným velikosti její hlavní poloosy. Přesvědčme se o tom důkazem.

Sledujme obr. 3. Sestrojíme bod Q , jenž je souměrný s ohniskem (m) = E podle tečny e . Z definice elipsy platí, že $|ET| + |FT| = 2a$, kde F je druhé ohnisko elipsy a a je velikost hlavní poloosy. Ze souměrnosti podle tečny platí, že $|ET| = |QT|$. Z toho plyne, že $|QT| + |FT| = 2a$. Body Q , T , F jsou kolineární, neboť tečna elipsy v bodě T je osou vnějších úhlů jeho průvodičů. Platí tedy $|QF| = 2a$. Pokud sestrojíme bod Q pro každou polohu tečny e , dostaneme kružnici se středem v bodě F o poloměru $2a$. Tato kružnice je tzv. *řídící kružnice* elipsy, na obr. 3 označena jako d .



Obr. 3 Trajektorie vrcholu pravého úhlu, jehož jedno rameno e obaluje elipsu (e) a druhé rameno m obaluje bod (m)

Analogicky lze sestrojit druhá řídící kružnice se středem v druhém ohnisku a poloměrem $2a$, pokud bychom bodovou obálku zvolili v ohnisku F a druhé rameno pravého úhlu by byla opět tečna elipsy. Bod Q bychom tedy sestrojovali jako bod souměrný podle tečny s ohniskem F . Řídící

kružnici využijeme v důkazu dále. Pro vrchol pravého úhlu, bod P , platí $\{P\} = e \cup QE$. Z předchozího dále plyne, že úsečka PS , kde S je střed elipsy, je střední příčkou trojúhelníku EFQ , tj. $|SP| = 1/2|QF| = a$. Pokud uvažujeme tečnu e v některém z hlavních vrcholů elipsy, potom bod P s tímto hlavním vrcholem splývá, tj. stále platí $|SP| = a$. Paty všech kolmic spuštěných z ohniska E na tečny elipsy leží na kružnici se středem v bodě S o poloměru a . Tato kružnice je tzv. *vrcholová* kružnice elipsy, na obr. 3 označena jako v . Analogicky bychom postupovali, pokud bychom bodovou obálku zvolili v ohnisku F a druhé rameno pravého úhlu by byla opět tečna elipsy. Dostali bychom tak stejnou vrcholovou kružnici.

V první úloze jsme tímto popsali příklad křivky tzv. *úpatnice*. Popíšme tento druh křivky obecně v následující definici.

Definice

Úpatnice je trajektorie vrcholu pravého úhlu, jehož jedno rameno obaluje křivku a druhé obaluje bod.

Dodejme, že obdobným příkladem úpatnice je také vrcholová kružnice hyperboly či vrcholová tečna paraboly pro bodovou obálku v ohnisku těchto kuželoseček.

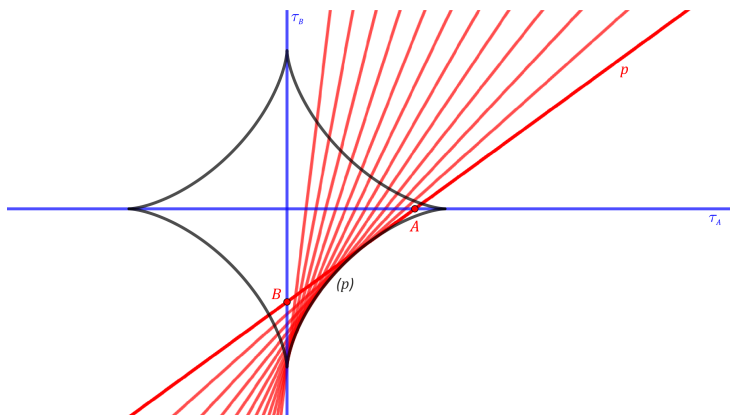
Kinematická geometrie studuje také další typy křivek, nejen středoškolským studentům známé kuželosečky. S využitím GeoGebry můžeme složitější křivky objevovat i na střední škole přinejmenším na experimentální úrovni. Pro úplnost v následujícím příkladě uvádíme i analytické vyjádření zkoumané křivky.

Úloha 2

Mějme dány dvě různoběžné přímky τ_A a τ_B . Sestrojte obálku přímky $p = AB$, jestliže se bod A pohybuje po přímce τ_A a bod B po přímce τ_B . Uvažujte pouze případ kolmých trajektorií τ_A a τ_B .

Řešení. Sledujme obr. 4. Situaci jsme opět zakreslili v programu GeoGebra a vykreslili jsme několik poloh pohybující se přímky $p = AB$. V GeoGebře lze rovněž zapnout kreslení dráhy objektu, to znamená, zvolíme-li tuto možnost pro pohybující se přímku, můžeme vidět a experimentálně odhadnout tvar křivky, kterou přímky obalují. To samé můžeme zrealizovat pomocí papíru a průsvitné fólie.

Pohyb jsme v GeoGebře definovali stejně jako v úloze v minulém díle, tj. zvolili jsme pevně trajektorie τ_A a τ_B a výchozí polohu přímky $p = AB$. Nejdříve jsme určili bod A tak, že se může pohybovat pouze po trajektorii τ_A a zvolili jsme délku úsečky AB . Pro danou polohu bodu A jsme tím



Obr. 4 Obálka přímky, jejíž dva různé body opisují navzájem kolmé přímé trajektorie

pádem dostali polohu přímky AB , neboť víme, že bod B se pohybuje po své trajektorii τ_B . V tomto případě takto dostaneme pro danou polohu bodu A dvě polohy bodu B (bude patrné také z výpočtu), tj. dvě polohy pohybující se soustavy Σ . Příklad zpracovaný v GeoGebře lze opět otevřít ve webovém prohlížeči, viz [3].

Podle obr. 4 a experimentů s fólií, můžeme zkusit odhadnout a načrtnout křivku, která se dotýká všech poloh pohybující se přímky $p = AB$. Křivka je na první pohled osově symetrická podle přímek τ_A a τ_B . Odvodíme matematický předpis této křivky.

Zvolme kartézskou soustavu souřadnic, trajektorie τ_A a τ_B nechť splývají s osami x , y . Vzdálenost bodů $A = [a, 0]$ a $B = [0, b]$ označme d a zvolme ji pevně. Souřadnice bodu B tedy lze zapsat v závislosti na této délce, tj. $B = [0, \pm\sqrt{d^2 - a^2}]$. Přímku p můžeme vyjádřit obecnou rovnicí $bx + ay - ab = 0$, neboť $\mathbf{n} = (a, b)$ je normálový vektor přímky.

Rovnici přímky můžeme přepsat

$$\sqrt{d^2 - a^2}x + ay - a\sqrt{d^2 - a^2} = 0 \quad (1)$$

pro $b \geq 0$ a

$$-\sqrt{d^2 - a^2}x + ay + a\sqrt{d^2 - a^2} = 0 \quad (2)$$

pro $b < 0$.

Měníme-li polohu bodu A , tj. a je parametrem v rovnicích (1) a (2), dostáváme jednoparametrickou soustavu přímek v rovině. Nyní hledáme

křivku, která se dotýká všech křivek této jednoparametrické soustavy, tj. hledáme obálku. Analyticky se nalezení rovnice obálky provede tak, že z rovnice (1), respektive (2), vypočteme derivace podle parametru a . Tedy po úpravě dostáváme

$$\frac{a^3 - d^2x}{a^2\sqrt{d^2 - a^2}} = 0, \quad (3)$$

respektive

$$\frac{-a^3 + d^2x}{a^2\sqrt{d^2 - a^2}} = 0. \quad (4)$$

Z rovnic (1) a (3), respektive (2) a (4), vyjádříme x a y jako funkce parametru a a dostaneme tak parametrické vyjádření obálky, tj.

$$x = \frac{a^3}{d^2}, \quad y = \frac{(d^2 - a^2)^{\frac{3}{2}}}{d^2}, \quad (5)$$

respektive

$$x = \frac{a^3}{d^2}, \quad y = -\frac{(d^2 - a^2)^{\frac{3}{2}}}{d^2}. \quad (6)$$

Rovnice (5) vyjadřuje část křivky nad osou x , rovnice (6) potom část křivky pod osou x . Výslednou obálku lze vyjádřit také implicitně vyloučením parametru a z rovnic (1) a (3), respektive (2) a (4), tj.

$$3d^2x^2 - 3d^{\frac{8}{3}}x^{\frac{4}{3}} + d^{\frac{10}{3}}x^{\frac{2}{3}} - d^{\frac{4}{3}}x^{\frac{8}{3}} - d^{\frac{4}{3}}x^{\frac{2}{3}}y^2 = 0 \quad (7)$$

Křivka popsaná rovnicemi (5) a (6) nebo rovnicí (7), kterou jsme získali jako obálku jednoparametrické soustavy přímek, se nazývá *astroida*, na obr. 4 je označena jako (p) . Podrobněji o výpočtech parametrického vyjádření obálek a o dalších zajímavých křivkách kinematické geometrie pojednává např. [2]. Příklad této křivky už je nad rámec středoškolského učiva, ale uvádíme jej pro zajímavost, abychom viděli, jak lze v GeoGebře provádět experimenty i se složitějšími křivkami.

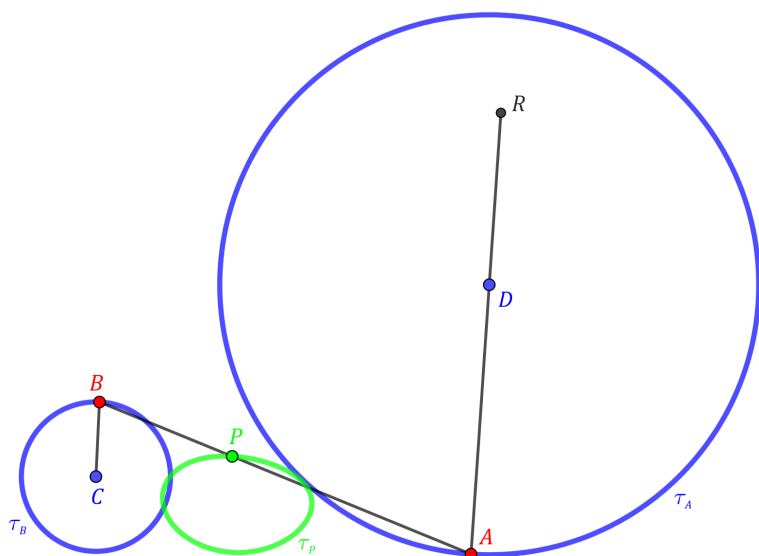
Poslední úlohu necháváme čtenáři k zamyšlení. Na základě uvedených poznatků z kinematické geometrie v rovině už nebude těžké některé základní konstrukce vyučované na střední škole zadávat právě z pohledu kinematické geometrie. Podívejme se na následující zadání.

Úloha 3

Mějme dány dvě bodové obálky (a) a (b) přímek a a b . Sestrojte traektorii průsečíku přímek a a b . Uvažujte zvlášť případ kolmých přímek a a b a případ, kdy přímky a a b svírají obecný úhel.

Kde všude můžeme pozorovat principy a poznatky z kinematické geometrie?

Jistě nás napadne otázka, proč je vůbec důležité hovořit o kinematicky vytvořených křivkách. V praxi se s nimi totiž setkáváme doslova na každém rohu. Připomeňme například různá ozubená soukolí, která jsou součástí převodovek a dalších strojů, klikové mechanismy nebo běžně známější nůžkový hever pro zvedání automobilu. Představit si dále můžeme například mechanismus otevírání dveří u kufru automobilu. Velmi zajímavým příkladem kinematické geometrie v praxi je eliptický trenažér. Na obr. 5 můžeme vidět zjednodušený model jedné jeho pohybující se části.



Obr. 5 Model jedné části eliptického trenažéru

Konec ramene řídítek, bod A , opisuje část kružnice τ_A . Řídítka držíme za bod R . Pedál, na kterém stojíme, zde zjednodušeně zakreslen jako bod P , leží na úsečce spojené s bodem B , který se pohybuje po kružnici τ_B . Body C a D jsou středy kružnic τ_A a τ_B a zůstávají při pohybu na místě. Čtyřúhelník $ABCD$ na obr. 5 se potom označuje jako kloubový čtyřúhelník. Nyní můžeme zkoumat, jakou trajektorii opisuje bod P . Podle obr. 5 bychom se mohli domnívat, že se jedná o elipsu. Výpočtem lze uká-

zat, že jde o obecnější křivku, jejíž tvar je závislý na vzdálenosti bodu P od krajních bodů pohybujiící se úsečky. Animaci části eliptického trenažéru si lze rovněž vyzkoušet ve webovém prohlížeči přímo v GeoGebra, viz [3].

Další praktická využití kinematické geometrie v reálných aplikacích lze najít v naší knize Atlas geometrie, [5].

Závěr

V příspěvku jsme ukázali výpočty dalších kinematicky vytvořených křivek s podporou dynamického softwaru GeoGebra. Některé obrázky z GeoGebry jsou dostupné rovněž online, [3]. Zde si lze vyzkoušet dynamičnost úloh a zkoumat další zadání, případně typy křivek.

Možnosti zadávání pohybu, ani praktické příklady kinematické geometrie, jsme ani tentokrát zdaleka nevyčerpali. V dalším pojednání se zaměříme na křivky zadávané také odvalováním hybné polodie po pevné polodii a ukážeme si další praktická využití.

Poděkování

Tato publikace byla podpořena programem Univerzitní výzkumná centra UK č. UNCE/HUM/024 a projektem PROGRES Q17 Příprava učitele a učitelská profese v kontextu vědy a výzkumu.

Literatura

- [1] Boček, L., Kubát, V.: Diferenciální geometrie křivek a ploch. SPN, Praha, 1983.
- [2] Drábek, K., Harant, F., Setzer, O.: Deskriptivní geometrie II. SNTL – Nakladatelství technické literatury, Praha a Vydavatelstvo technickej a ekonomickej literatúry, Bratislava, 1979.
- [3] Suryňková, P.: GeoGebra kniha – Geometrie pohybu. Dostupné na: <https://ggbm.at/pkba7egj>
- [4] Urban, A.: Deskriptivní geometrie II. SNTL – Nakladatelství technické literatury, Praha a Vydavatelstvo technickej literatúry, Bratislava, 1967.
- [5] Voráčková, Š.: Atlas geometrie, Academia, Praha, 2012.

Problém s poštou

ŠÁRKA GERGELITSOVÁ – TOMÁŠ HOLAN

Matematicko-fyzikální fakulta UK, Praha

Ve škole i na stránkách tohoto časopisu se setkáváme s různými úlohami. Tyto úlohy obvykle vyžadují určité znalosti a schopnost je využít a obvykle se v příští hodině nebo v příštím čísle dozvíme řešení. Dnes vám chceme ukázat příklad jedné úlohy, těžké úlohy, na kterou se asi musí jít trochu jinak. A jestli vám ukážeme řešení, bude záležet i na vás.

Úloha

Země Z sestává z 1 024 měst ležících ve vrcholech čtvercové sítě 32×32 měst. V zemi Z se právě chystají přeorganizovat doručování pošty a od vás očekávají, že jim poradíte jak na to. Přitom musí být splněny následující podmínky:

- Dopisy se podávají i vyzvedávají na poště.
- V každém městě je právě jedna pošta.
- Mezi městy dopisy převázejí poštovní auta.
- Cesta mezi dvěma sousedními městy trvá 6 minut.
- Zastávka, při které jsou nakládány a vykládány dopisy, trvá 15 minut.
- Dopis k naložení musí být přítomen nejpozději 15 minut před odjezdem auta.
- Vyložený dopis si bude moci adresát převzít 15 minut po příjezdu auta.
- V případě překládání dopisu z auta do auta stačí 15 minut na jeho naložení i vyložení.
- Každý dopis musí být doručen nejpozději 24 hodin po podání.

Navrhněte řešení s minimálním počtem aut.

Problém s úlohou

Úlohy, se kterými se setkáváme ve škole, obvykle mají řešení. Tím myslíme, že existuje správná odpověď, která splňuje zadání.

Jenže v praxi potkáváme mnoho úloh, které (jedinou) správnou odpověď nemají.

Opravdu? No opravdu – třeba jízdní řád vlaků (autobusů, městské dopravy, letadel, ...), to je úloha, která nemá jediné nejlepší řešení.

Nebo je také potřeba ve škole pro každý rok vytvořit rozvrh (proč není pokaždé stejný?). Nebo politici neustále hledají ten správný způsob, jak spravovat naše společné záležitosti a ty správné zákony, kterými by se lidé měli řídit.

Jakže znělo to zadání? „Navrhněte řešení s minimálním počtem aut.“ Co se myslí tím *minimálním*? Nejmenší možný? A kolik to je? A je potřeba umět dokázat, že je to nejmenší možný počet, tedy že řešení s menším počtem aut neexistuje?

Kdybychom znali autora té úlohy, měli bychom se zeptat, jak to myslel. A autor by odpověděl, že myslel *co nejmenší, nejmenší, jaký dokážete* nebo *čím menší, tím lepší*.

Takže teď víme, že se po nás chce, abychom našli nějaký způsob, jak dopravovat poštu, a když budeme mít dva různé způsoby, umíme rozhodnout, který je lepší – ten, který bude vyžadovat méně aut.

Pokud nějaké řešení vymyslíte, pošlete nám ho, napište jména autorů a školu a my ho zveřejníme.

Jak hledat?

Nejlepší způsob, způsob vyžadující nejmenší počet aut – tak to by stačilo prozkoumat všechny způsoby a z nich vybrat ten nejlepší! Ano, stejně jako by stačilo prozkoumat všechny jízdní řády nebo všechny rozvrhy – asi už tušíte, že to nepůjde, protože těch možností je tolik, že to nemůžeme stihnout, a to ani kdybychom měli počítač a tisíc počítačů a milion počítačů. Stáří vesmíru je údajně jen 10^{16} sekund a čísla v kombinatorických výpočtech rostou velice rychle. Tak můžeme sedět, kousat tužku nebo hledět do mraků a čekat, až nás něco napadne (když napadne, pošlete, zveřejníme).

Hledáme...

Jeden způsob jak hledat je vzít si jakékoliv řešení a zkusit ho zlepšit. Vymyslet jakékoliv řešení není tak obtížné jako vymyslet *co nejlepší* řešení. Jedno *jakékoliv* řešení by mohlo vypadat třeba tak, že pro každou dvojici měst A a B bude přiděleno jedno auto, které mezi nimi bude nejkratší cestou jezdit a dopisy dopravovat. Stihne se to? Největší vzdálenost je mezi dvěma protilehlými rohy, a to 31 úseků silnice vodorovně a 31 úseků

svisle. To je 62 úseků jízdy, to je 6,2 hodin tam, 6,2 hodin zpátky a k tomu dvě patnáctiminutové zastávky, to je dohromady 12,9 hodin. Pokud někdo v nejhorším případě přinese na poštu dopis ve chvíli, kdy už ho auto nestačí naložit, bude muset (ten dopis) 12,9 hodin čekat, až se auto vrátí, a pak čtvrt hodiny nakládání, 6,2 hodiny jízda, čtvrt hodiny vykládání – to máme

$$12,9 + 0,25 + 6,2 + 0,25 = 19,6 \text{ hodin.}$$

To je nejhorší případ, všechny ostatní jsou stejné nebo kratší. Takže se to stihne. Máme jedno *jakékoliv řešení*.

Není moc dobré – kolik že budeme potřebovat aut? Jedno auto pro každou dvojici z 1 024 měst, to máme

$$\binom{1\,024}{2} = \frac{1\,024 \cdot 1\,023}{2} = 523\,776 \text{ aut.}$$

Ale máme nějaké řešení a můžeme vylepšovat.

Jak? No, do požadovaných 24 hodin nám ještě pár hodin přebývá. Takže by každé auto mohlo zastavovat ne ve dvou městech, ale třeba ve třech, nebo i víc, a tím by jedno auto zabezpečilo ne jednu, ale hned několik dvojic měst.

A kolik, to ještě bude záležet na tom, jak daleko od sebe ta města jsou, u nejvzdálenějších měst máme rezervu něco přes čtyři hodiny, u bližších dvojic (trojic, čtveřic, ...) to bude víc.

Hledáme dál...

A to byl jen jeden nápad, jak by ta auta mohla jezdit. U matematických úloh obvykle potřebujeme umět počítat, a potom mít nějaké znalosti a dokázat si vzpomenout, která znalost by nám pro danou úlohu mohla pomoci. U téhle úlohy je možná lépe vidět, že k řešení potřebujeme ještě něco – tvořivost! Zkuste si představit, zatím bez ohledu na čísla, počty a časy, kudy by ta auta (a ty dopisy) mohly jezdit. A zkuste vymyslet třeba deset různých způsobů! A pak propočítejte, jestli se to stihne a jak se to případně dá vylepšit.

Pro ilustraci uveďme ještě jeden způsob (ale určitě jich vymyslíte víc): Každý dopis bude jedním autem odvezen na centrální poštu, kde se všechna auta sejdou, vymění si dopisy a zase je rozvezou do svých, tentokrát cílových měst. A takový způsob potom můžeme upřesnit a propočítat. Kolik měst bude obsluhovat jedno auto? Bude to asi jiné u měst blízko centrální

pošty a jiné u měst na okrajích. A kolik bude celkem potřeba aut? I kdyby každé auto obsluhovalo jen jediné město, vystačili bychom s 1 024 auty, to by bylo mnohem lepší řešení než to minulé s dvojicemi měst. A protože na dopravu z centrální pošty do centrální pošty nepotřebujeme auto, tak jen 1 023. Stihne se to? To umíme spočítat...

Závěr

K řešení úlohy potřebujeme nejenom znalosti a schopnost počítat, ale potřebujeme také nápady, tvořivost, představivost, fantazii. Odborníci [1] říkají, že to jsou dva různé způsoby přemýšlení, a že je dobré je nemíchat a nejdříve vymyslet nápady, a pak teprve propočítávat a zlepšovat. Tak to zkuste a pokud vymyslíte nějaké řešení, ať už sami nebo s kamarádem nebo ve škole za pomoci svého učitele, spočítejte, kolik potřebujete aut, popište ho a pošlete nám ho, zveřejníme ho.

Literatura

- [1] *Osborn, A.:* Unlocking Your Creative Power, Hamilton Book, 1991.

Pes Elvis a piráti

PAVEL LEISCHNER

Pedagogická fakulta JU, České Budějovice

Budeme se zabývat úlohou, která léta setrvala v učebnicích bez větší pozornosti čtenářů a pak se z ní stal hit. Obecně ji lze zformulovat takto:

Úloha 1. Je dán pravoúhlý trojúhelník ABQ s přeponou AB . Na přímce $p = AQ$ volíme bod X . Bodový objekt M se po přímce p pohybuje rychlostí v a po úsečce BX rychlostí $u < v$.

Určete polohu bodu X tak, aby byl celkový čas pohybu bodu M z A do B po lomené čáře AXB minimální.

Úlohu, i svého psa Elvise, proslavil roku 2003 T. J. Pennings článkem [5]. Pes Elvis měl za úkol aportovat míč vhozený do jezera. Běžel z A do X po břehu a pak plaval k míči do místa B . Pennings opakovaným měřením zjistil, že pes volil body X blízko polohy odpovídající minimálnímu času.

Odezva byla velká. Vyskytla se různá řešení úlohy i jiné úvahy. Příspěvek [6] A. Slavíka mne podnítl ke vzpomínkám a následujícím úvahám.

Komentář k následujícím řešením

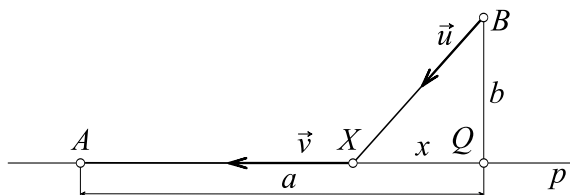
Označíme $a = |AQ|$, $b = |BQ|$, $x = |QX|$ a t celkovou dobu pohybu. Výsledky se nezmění, probíhá-li pohyb v obráceném sledu. Ve všech řešeních tedy předpokládáme, že se objekt M nejprve pohybuje rychlostí u z B do X a pak rychlostí $v > u$ z X do A (obr. 1).

Bod X budeme hledat na polopřímce QA . Pro ostatní situace je totiž t větší než doba pohybu po trajektorii BQA .

Pro relativně malé hodnoty a odpovídá nejrychlejšímu přemístění volba $X = A$, tedy pohyb rychlostí u z B do A . Takové situace vyloučíme předpokladem

$$a\sqrt{v^2 - u^2} > bu, \quad (1)$$

jenž plyne z níže nalezených vztahů (6) a (7).



Obr. 1 K úloze 1 pro pohyb z B do A přes X

Metoda diskriminantu

Je to standardní a užitečná metoda. Podrobněji je popsána např. v [7]. Škoda, že se na ni v poslední době zapomíná. Mezi ohlasy na článek [5] ji snad nikdo nezmínil. Použijeme ji nyní k řešení naší úlohy.

Označme t_{BX} dobu pohybu z B do X a t_{XA} dobu pohybu z X do A . Pro celkovou dobu pohybu $t = t_{BX} + t_{XA}$ snadno nalezneme

$$t = \frac{\sqrt{b^2 + x^2}}{u} + \frac{a - x}{v} \quad (2)$$

a odtud ekvivalentní vztah

$$(tv - a) + x = \frac{v}{u} \sqrt{b^2 + x^2}, \quad (3)$$

který pokládáme za rovnici s neznámou $x \in (0, a)$ a parametrem $t > 0$.

Obě strany rovnice (3) jsou kladné, neboť

$$tv = vt_{BX} + vt_{XA} > ut_{BX} + vt_{XA} = |BX| + |XA| > a.$$

Umocněním a dalšími ekvivalentními úpravami obdržíme kvadratickou rovnici

$$Ex^2 + Fx + G = 0, \quad (4)$$

kde

$$E = \frac{v^2}{u^2} - 1, \quad F = -2(tv - a), \quad G = \frac{b^2 v^2}{u^2} - (tv - a)^2. \quad (5)$$

Rovnice má reálné řešení, právě když je její diskriminant nezáporný. Tedy právě když platí $F^2 \geq 4EG$. Po dosazení ze vztahů (5) a ekvivalentních úpravách odtud obdržíme

$$(tv - a)^2 \geq b^2 \left(\frac{v^2}{u^2} - 1 \right).$$

Výrazy v obou závorkách posledního vztahu jsou kladné. Po jeho odmocnění nakonec zjistíme, že

$$t \geq \frac{a}{v} + \frac{b}{v} \sqrt{\frac{v^2}{u^2} - 1}.$$

Za podmínky (1) tedy minimálnímu času

$$t_{\min} = \frac{a}{v} + \frac{b}{v} \sqrt{\frac{v^2}{u^2} - 1} \quad (6)$$

odpovídá dvojnásobný kořen rovnice (4)

$$x(t_{\min}) = -\frac{F(t_{\min})}{2E} = \frac{b}{\sqrt{\frac{v^2}{u^2} - 1}}. \quad (7)$$

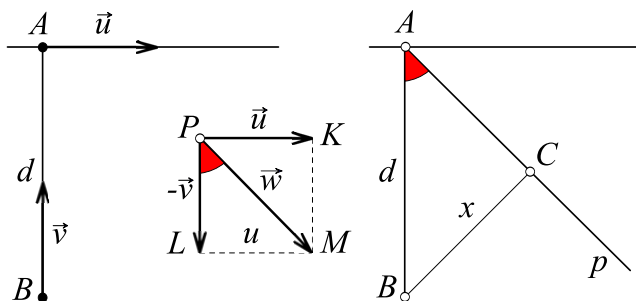
Piráti v Rozhledech matematicko-fyzikálních

Na počátku devadesátých let nastala krize ve vydávání časopisu *Rozhledy matematicko-fyzikální*. Jako autor začátečník jsem tehdy napsal pro *Rozhledy* několik článků na podporu rozvoje matematických talentů, mezi nimi též [3] a [4].

První z nich seznamoval s metodou diskriminantu. Druhý jsem zaměřil na využívání relativní rychlosti. Kromě jiného mne k tomu inspirovalo i řešení úlohy 2 uvedené v publikaci [8].

Úloha 2. Po dvou na sebe kolmých přímých cestách jdou dva chodci, jeden rychlostí u , druhý rychlostí v . Když byl první chodec v průsečíku obou cest, zbývalo druhému ještě d kilometrů do tohoto místa. Určete nejmenší vzdálenost obou chodců.

Řešení (podle [8]). Na obr. 2 vlevo je znázorněna počáteční situace. Vzhledem ke vztažné soustavě pevně spojené s druhým chodcem se první chodec pohybuje relativní rychlostí $\vec{w} = \vec{u} - \vec{v}$, tedy po přímce p na obr. 2 vpravo, kdežto druhý chodec setrvává v místě B .



Obr. 2 Řešení úlohy 2

Nejkratší vzdálenost chodců je tedy $x = |BC|$, kde C je pata kolmice z B na p .

Z podobných pravoúhlých trojúhelníků ABC a PML dostáváme

$$\frac{x}{d} = \frac{u}{w}, \quad w = \sqrt{u^2 + v^2}$$

a odtud

$$x = \frac{d}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{u^2}}}.$$

Za touto úlohou následuje v [8] neřešená úloha 1 ve formulaci „Chodec jde z A do B nejprve po přímé cestě a pak menší rychlostí po louce. . .“

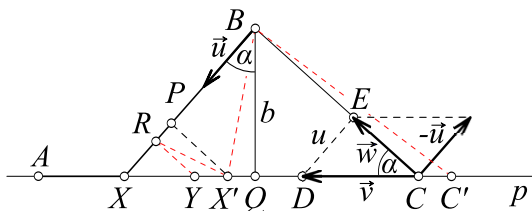
Hledal jsem analogické řešení a vypůjčil jsem si na pomoc piráty ze Stevensonova románu *Ostrov pokladů*:

Kapitán Flint měl najít bod X na přímém rozhraní p mezi mořem a pevninou, přes který by se nejrychleji dostal z lodi zakotvené v místě B (člunem do X rychlostí u a pak po břehu rychlostí $v > u$) k bedně se zlaťáky, jež ležela na p v místě A (obr.3).

Představil si, že současně s ním se dá do pohybu po přímce p jeho druh Bill Bones, který má na pevnině stejnou rychlost chůze a nachází se v takovém místě $C \in p$, aby dorazil do X ve stejném okamžiku jako Flint a šli pak oba (beze změny směru Billovy rychlosti) společně k bedně. Celková doba jejich pohybu bude

$$t = \frac{|BX|}{u} + \frac{|XA|}{v} = \frac{|CA|}{v}. \quad (8)$$

Z hlediska vztažné soustavy pevně spojené s Flintovým člunem se bude Bill během plavby přibližovat k Flintovi relativní rychlostí $\vec{w} = \vec{v} - \vec{u}$. Flint na základě zkušeností s přepadáváním lodí usoudil, že nejkratší celková doba pohybu nastane když $\vec{w} \perp \vec{u}$ (obr. 3).



Obr. 3 Flintova volba trajektorie

Pro plavbu tedy zvolil takový úhel α a tím i bod $X \in p$, pro něž při označení podle obr. 3 platí

$$\sin \alpha = \frac{u}{v}, \quad \text{resp.} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{u}{w} = \frac{u}{\sqrt{v^2 - u^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{v^2}{u^2} - 1}} = \frac{x}{b}. \quad (9)$$

Poslední rovnost je v souladu s (7). Důkaz, že pro tento bod X je čas t opravdu minimální, lze provést následovně.

Kdyby Flint plul do bodu X' , který je uvnitř úsečky QX , můžeme na úsečce BX sestrojit bod R tak, aby $|BR| = |BX'|$. V rovnoramenném trojúhelníku $RX'B$ označíme P patu výšky z vrcholu X' . Ta leží uvnitř ramene BR , protože úhel RBX' při hlavním vrcholu B je ostrý. Sestrojíme ještě příčku $RY \parallel PX'$ v trojúhelníku $X'PX$.

Pomocí podobnosti trojúhelníků XYR a DCE zjistíme, že Flint dorazí do bodu X' o čas $t' = \frac{|RX|}{u} = \frac{|XY|}{v}$ dříve, než do X . Zároveň si prodlouží cestu po břehu o délku $|XX'| = |XY| + |YX'| > |XY|$. Celkový čas t bude o $\Delta t = \frac{|YX'|}{v}$ větší a Billovo výchozí stanoviště se na polopřímce AQ přemístí do bodu C' , jenž splňuje vztah $|AC'| = |AC| + |YX'|$.

Analogickou úvahu pro situaci, kdy se bod X' nachází uvnitř úsečky AX , ponechme čtenáři.

Geometrické řešení

Označme q rovnoběžku s přímkou p v bodě B a uvažujme umístění vektorů $\vec{v}$ a $\vec{u}$ taková, aby B byl jejich počáteční bod (obr. 4). Koncový bod V vektoru $\vec{v}$ je pevně umístěn na q . Koncový bod vektoru $\vec{u}$ leží v průniku kružnice $k(B; u)$ s vnitřkem úhlu VBQ . Zvolme za něj bod U dotyku tečny z bodu V ke kružnici k . Bod X je průsečíkem přímek p a BU .

Rovnoběžky s tečnou VU vedené body X a A určují trojúhelníky EXB a CDB stejnohlé s trojúhelníkem VUB . Koeficienty těchto stejnohllostí,

$$\frac{|BE|}{v} = \frac{|BX|}{u} = t_{BX} \quad \text{a} \quad \frac{|BC|}{v} = \frac{|BD|}{u} = t, \quad (10)$$

jsou zároveň doby příslušných rovnoměrných pohybů. Přitom t je (v souladu s předchozím značením) celková doba pohybu po trajektorii BXA , neboť ze vztahů (10) a rovnoběžníku $CAXE$ plyne

$$t = \frac{|BC|}{v} = \frac{|BE|}{v} + \frac{|EC|}{v} = \frac{|BX|}{u} + \frac{|XA|}{v} = t_{BX} + t_{XA}.$$

Ukážeme, že t je minimální.

Každý koncový bod vektoru $\vec{u}$, který přichází v úvahu a je různý od U , leží v průniku kružnice k s její sečnou s z bodu V . Položme $s \cap k = \{U_1, U_2\}$.

Rovnoběžky s přímkou s vedené body X_i a A určují trojúhelníky $E_i X_i B$ a $C' D_i B$ stejnohlé s trojúhelníkem $V U_i B$ ($i \in \{1, 2\}$). Přitom platí $|BC'| > |BC|$, neboť $|\sphericalangle BC'A| = |\sphericalangle BVU_i| < |\sphericalangle BVU| = |\sphericalangle BCA|$.

Závěr

Byly popsány tři elementární řešení úlohy 1. Všechna se dají využít pro zájmovou práci se středoškoláky, a to i v nižších ročnících. První z nich procvičuje algebraické úpravy a řešení rovnic s parametry.

Druhé řešení je z roku 1993 a využívá základní poznatky z fyziky. V roce 2017 zveřejnila trojice portugalských matematiků v [1] postup (česky popsaný v [6, str. 32]), který má stejný základ – trojúhelník ABC při označení podle obr. 3. Portugalci na rozdíl od našeho řešení zkoumali trojúhelník pomocí trigonometrie a zjistili, že $t = t_{\min}$, právě když je úhel ABC pravý. Toto zjištění je ekvivalentní s Flintovou úvahou $t = t_{\min}$, právě když $\vec{w} \perp \vec{u}$.

Poslední, ryze geometrický postup je asi nejjednodušší. Jestliže je poloha bodu X učena průnikem kružnice $k(B; u)$ a přímky z vnějšího bodu V , pak je přirozené hledat extrém pro situaci, kdy je přímka tečnou. Domnívám se, že takové řešení očekávali autoři publikace [8] od čtenářů. Přišel jsem na ně až po nynějším návratu k úloze.

Ke konverzacím na téma matematických znalostí psů dodávám: *Nejlepší námět pro všechny je ten, o němž nikdo nic neví* [2, s. 282].

Flint si na lodi předem vypočítal úhel α a stanovil azimut, podle kterého pak plul ve člunu do místa $X(t_{\min})$. Elvis neměl při výkonu svého úkolu čas na výpočet, ani potřebné údaje. Sebelepší znalost matematické analýzy by mu nepomohla.

Literatura

- [1] Carvalho, A., Pereira dos Santos, C., Silva, J. N.: The geometer dog who did not know calculus. *College Math. J.*, roč. 48 (2017), č. 5, s. 339–345.
- [2] Feynman, R. P.: To snad nemyslíte vážně! Mladá fronta, Praha, 1989.
- [3] Leischner, P.: Flint, Silver a metoda diskriminantu. *Rozhledy matematicko-fyzikální*, roč. 71 (1993/4), č. 4, s. 168–173.
- [4] Leischner, P.: Kapitán Flint a fyzika. *Rozhledy matematicko-fyzikální*, roč. 71 (1993/4), č. 5, s. 220–225.
- [5] Pennings, T. J.: Do dogs know calculus? *College Math. J.*, roč. 34 (2003), č. 3, s. 178–182.
- [6] Slavík, A.: Znájí psi matematiku? In: Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol, Vydavatelský servis Plzeň, 2018, s. 29–38.
- [7] Švrček, J., Hrubý, D.: Využití diskriminantu kvadratické rovnice. *MFI*, roč. 24 (2015), č. 1, s. 6–17., roč. 26 (2017), č. 5, s. 321–327.
- [8] Vasiljev, N. B., Gutenmacher V. L.: Přímky a křivky. Škola mladých matematiků, sv. 51, Mladá fronta, Praha, 1982.

Zajímavé matematické úlohy

Uveřejňujeme další část pravidelné rubriky Zajímavé matematické úlohy a uvádíme zadání další dvojice úloh. Řešení nových úloh 257 a 258 můžete zaslat nejpozději do 20. 3. 2020 na adresu: Redakce časopisu MFI, 17. listopadu 12, 771 46 Olomouc nebo také elektronickou cestou (pouze však v $\text{\TeX}$ ovských verzích, příp. v MS Wordu) na emailovou adresu: *mfi@upol.cz*.

Úloha 257

V pravoúhlém trojúhelníku ABC s přeponou AB protíná osa vnitřního úhlu u vrcholu B odvěsnu AC v bodě D . Nechť E je bod polopřímky CB pro který platí $|AD| = |DE|$. Dokažte, že body A , B , D , E leží na téže kružnici.

Robert Geretschläger & Jaroslav Švrček

Úloha 258

Dokažte, že pro libovolné reálné číslo x platí nerovnost

$$x^4 + 2x + 1 \geq x^2(2x + 1).$$

Pro která x nastane rovnost?

Robert Geretschläger

Dále uvádíme řešení úloh 253 a 254, jejichž zadání jsme zveřejnili ve druhém čísle aktuálního (28.) ročníku našeho časopisu.

Úloha 253

Určete všechny funkce $f: \mathbb{R} \setminus \{0; 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ takové, že pro všechna reálná čísla $x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$ platí

$$f\left(\frac{1}{1-x}\right) = 1 + xf(x).$$

Pavel Calábek

Řešení. Nechť t je libovolné reálné číslo z množiny $\mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$. Substitucí $x = t$ dostaneme

$$f\left(\frac{1}{1-t}\right) = 1 + tf(t). \quad (1)$$

Dosazením

$$x = \frac{1}{1-t}$$

získáme také

$$f\left(\frac{t-1}{t}\right) = 1 + \frac{1}{1-t} f\left(\frac{1}{1-t}\right). \quad (2)$$

Poznamenejme, že

$$\frac{1}{1-t} \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\} \quad \text{pro } t \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}.$$

Konečně, položíme-li

$$x = \frac{t-1}{t} \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$$

obdržíme

$$f(t) = 1 + \frac{t-1}{t} f\left(\frac{t-1}{t}\right). \quad (3)$$

Rovnice (1), (2), (3) můžeme považovat za (lineární) soustavu rovnic s neznámými $f(t)$, $f(1/(1-t))$ a $f((t-1)/t)$. Postupnou eliminací těchto neznámých z rovnic (1), (2), (3) tak dostaneme

$$\begin{aligned} f(t) &= 1 + \frac{t-1}{t} f\left(\frac{t-1}{t}\right) = \\ &= 1 + \frac{t-1}{t} \left(1 + \frac{1}{1-t} f\left(\frac{1}{1-t}\right)\right) = \\ &= 1 + \frac{t-1}{t} \left(1 + \frac{1}{1-t} (1 + t f(t))\right) = \\ &= 2 - \frac{2}{t} - f(t), \end{aligned}$$

a tedy

$$f(t) = 1 - \frac{1}{t} = \frac{t-1}{t}$$

pro libovolné $t \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$.

Zkouškou snadno ověříme, že předcházející funkce je opravdu řešením zadané rovnice.

Správná řešení zaslali *Karol Gajdoš* z Trnavy a *Jozef Mészáros* z Jelky.

Úloha 254

Určete všechny dvojice (x, y) celých čísel vyhovující rovnici

$$x^2 + xy + y^2 = x + y + 5.$$

Jacek Uryga

Řešení. Rovnici upravíme na tvar

$$\left(x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(y - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{64}{12},$$

tedy po vynásobení dvanácti dostaneme ekvivalentní tvar

$$3(2x + y - 1)^2 + (3y - 1)^2 = 64.$$

Čísla v obou závorkách jsou dle předpokladů celá čísla. Navíc číslo 64 lze zapsat jako součet trojnásobku druhé mocniny celého nezáporného čísla a druhé mocniny celého nezáporného čísla pouze následujícími dvěma způsoby

$$64 = 3 \cdot 0^2 + 8^2 = 3 \cdot 4^2 + 4^2.$$

Protože navíc číslo $3y - 1$ dává při dělení 3 zbytek 2, dostáváme pro čísla v závorkách následující možnosti, které zároveň vyřešíme:

$2x + y - 1$	0	-4	4
$3y - 1$	8	-4	-4
x	-1	-1	3
y	3	-1	-1

Vidíme odtud, že existují právě tři hledané dvojice celých čísel

$$(x; y) \in \{(-1; -1), (-1; 3), (3; -1)\}.$$

Správné řešení zaslali *Karol Gajdoš* z Trnavy, *Anton Hnáth* z Moravan, *František Jáchim* z Volyně a *Jozef Mészáros* z Jelky.

Pavel Calábek

Učebnice fyziky a výuka na střední škole

OLDŘICH LEPIL

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

V historii vývoje fyzikálního vzdělávání vždy sehrávaly klíčovou roli učebnice, které odrážely jak vývoj v oblasti přírodovědných poznatků, tak změny v koncepcích a organizaci školského systému. Zásadní změny ve školství, dané např. legislativními změnami nebo inovací školních osnov, byly také podnětem pro přípravu nových souborů učebnic a určovaly dobu jejich platnosti a používání ve školách. Podrobně je historie vývoje učebnic pro výuku na školách gymnaziálního typu popsána v příspěvku [1]. V něm je rovněž dokumentována postupná generační obměna autorských kolektivů, jak k ní docházelo v jednotlivých projektech tvorby souborů učebnic.

Ve vztahu k současné výuce fyziky na tomto typu školy je třeba připomenout nejrozsáhlejší projekt učebnicové tvorby, který byl realizován v letech 1984–1987. V tomto období dosáhla maxima hodinová dotace fyziky na střední škole. Učební plán měl strukturu 3 + 3 + 3 + 4, tzn. celkově 13 týdenních vyučovacích hodin. Tím byl vytvořen větší prostor pro modernizaci obsahu učiva doplněním nových, popř. prohloubením tradičních témat učiva. Rozšířena byla témata tzv. moderní fyziky (poznatky kvantové a atomové fyziky), nové bylo učivo speciální teorie relativity. Došlo i k změnám ve struktuře didaktické soustavy učiva zařazením integrovaných poznatkových soustav jednak v učivu o silových polích (gravitační a elektrické pole), jednak v učivu o mechanickém a elektromagnetickém kmitání a vlnění. Příznivá hodinová dotace vedla k zavedení systému cvičení (teoretických a laboratorních), pro něž byla v učebním plánu vymezena jedna týdenní hodina v dělené třídě.

Za zmínku stojí i skutečnost, že tento soubor učebnic pro 1. až 4. ročník gymnázií, často označovaný jako *federální učebnice*, vznikl v gesci slovenského Výskumného ústavu pedagogického a práce na projektu řídila komise, kterou vedl *prof. Ján Pišút* (1939–2018) z MFF UK v Bratislavě. Učebnice tak byly výsledkem několikaleté práce velkého počtu spolupracovníků, počínaje autory textů, recenzenty z řad pracovníků vysokých škol i učitelů z praxe, včetně učitelů, kteří se na vybraných školách podíleli na ověřování pracovních verzí vznikajících učebnic. S prací na projektu byla spojena řada pracovních seminářů a dvě celostátní konference. První z nich se konala ve Vyškově již v roce 1981 a bylo na ní podrobně projednáno celkové pojetí nového didaktického systému učiva a jeho obsah [2]. Cílem druhé konference v roce 1988 v Luhačovicích [3] bylo vyhodnocení základní etapy realizace projektu z pohledu školské praxe. Celkově byl v rámci projektu vytvořen ojedinělý počet původních učebnic, který zahrnoval celkem 16 titulů učebních textů pro povinnou výuku, nepovinné, popř. povinné volitelné předměty a pro pět volitelných seminářů v nejvyšším ročníku gymnázia (přehledně viz [1]).

Uvádím tuto etapu tvorby učebnic fyziky podrobněji, abych zdůraznil, že příprava uceleného souboru učebnic pro určitý typ školy vyžaduje poměrně dlouhou dobu a jejich tvorba není možná bez širší spolupráce potenciálních autorů s dalšími kolegy. Jestliže se v současnosti stále častěji mluví o potřebě vzniku nového souboru učebnic, je třeba si tuto skutečnost uvědomit a prvořadou pozornost zaměřit na východiska tvorby, to znamená na novou koncepci didaktického systému učiva. Ten by měl reflektovat priority fyzikálního vzdělání a směřovat k překonání současného stavu, kdy v učivu dominují poznatky spíše z historie fyziky a často bez valného významu pro praktický život.

Federální učebnice byly považovány za přechodné a po jejich vyhodnocení měly být po roce 1992 postupně vydávány učebnice definitivní. Vzhledem ke změnám, které přinesl rok 1989, však již k realizaci této etapy tvorby učebnic nedošlo.

Po roce 1990 na výsledky projektu postupně navázala tvorba učebnic v nakladatelství Prometheus, které vzniklo jako soukromý podnikatelský subjekt v roce 1993. Redakci tvořily převážně pracovnice bývalého Státního pedagogického nakladatelství, které se podílely již na přípravě federálních učebnic. Tím byla zajištěna kontinuita tvorby učebnic jak z hlediska výběru autorů, tak z hlediska redakční práce a to umožnilo zhodnotit získané zkušenosti s federálními učebnicemi.

Zásadní přehodnocení původního projektu vyžadoval i nastoupený trend liberalizace školské soustavy, kterou charakterizuje značná volnost ve volbě vzdělávacích cest. To ve svých důsledcích vedlo k redukci hodinové dotace fyziky a k změnám osnov fyziky, které znamenaly do značné míry návrat ke klasické struktuře didaktického systému, jak se formoval již v 1. polovině 20. století. Vývoj výuky fyziky pak pokračoval zavedením Rámcových vzdělávacích programů (RVP), na jejichž základě se ještě prohloubila volnost vzdělávacích cest, které si učitelé volí vlastními Školními vzdělávacími programy (ŠVP).

Učebnice fyziky pro gymnázium

Změny v koncepci výuky podle RVP a ŠVP vyústily v myšlenku, vytvořit soubor učebnic, které učitelé poskytnou lepší možnost sladit vlastní záměry vzdělávacích cest s učebními materiály pro žáky. Tato myšlenka byla realizována v podobě souboru osmi tematicky zaměřených učebnic pro gymnázium. Základ autorského kolektivu těchto učebnic vytvořili autoři, kteří se již podíleli na federálních učebnicích, ale přibyli autoři noví. Celkově pak na počátku tvořilo autorský kolektiv 10 autorů (*M. Bednařík, M. Šíroká, P. Bujok, K. Bartuška, E. Svoboda, O. Lepil, P. Šedivý, Z. Kupka, I. Štoll, M. Macháček*), z nichž bohužel již většina nežije.

Učebnice byly hned od počátku učitelskou veřejností velmi dobře přijaty. O tom svědčí anketa Fyzikální pedagogické sekce JČMF z roku 1998, při níž bylo osloveno téměř 200 gymnázií s žádostí, aby se učitelé vyjádřili k širšímu okruhu problémů fyzikálního vzdělávání [4]. V rámci tohoto šetření byli požádáni také o hodnocení učebnic fyziky tematické řady. Odpovědi přišly z 91 gymnázií a výsledky jsou patrné z následující tabulky.

Hodnocení Učebnice	Velmi dobré %	Dobré %	Nevyhovující %	Poznámka %
Mechanika	44	56	0	2x výborně
Mol. fyzika a termika	51	49	0	
Mech. kmitání a vlnění	55	44	1	
Elektrina a magnetismus	45	51	4	
Optika	40	55	5	
Spec. teorie relativity	38	58	4	
Fyzika mikrosvěta	39	50	11	1x výborně
Astrofyzika	68	32	0	1x výborně

Za celou dobu existence učebnic nezaznamenali autoři ani redakce nakladatelství Prometheus nějaké zásadní připomínky k učebnicím, kromě různých upozornění na drobná nedopatření v textu nebo v řešení úloh. Jako zcela ojedinělé tak vyzněly tzv. postrecenze učebnic, uveřejněné v roce 2000 v již zaniklém časopisu *Školská fyzika*. Těmito publikacemi byla zahájena bezmála dvacet let trvající kampaň, kterou se autoři z Přírodovědecké fakulty MU v Brně snažili přesvědčit učitelskou veřejnost o nedostatcích učebnic a o potřebě vytvořit učebnice nové. Postrecenze byly vypracovány na všechny učebnice tematické řady učebnic pro gymnázium, avšak jejich uveřejnění nemělo žádný ohlas a většina autorů učebnic postrecenze ani nezaznamenala. Jedinou reakcí je článek *K. Bartušky* a *E. Svobody* [5], kterým se autoři učebnice molekulové fyziky a termiky vyrovnali s řadou neopodstatněných výtek v postrecenzi *A. Laciny* [6]. Současně se v tomto příspěvku ohradili proti autoritativnímu a konfrontačnímu způsobu, kterým jsou některé postrecenze napsány. Nejpatrnější je to u postrecenze učebnice mechaniky, jejíž autorkou je *J. Musilová* [7]. Celkový ráz postrecenze charakterizuje závěr, který stojí za citaci: „... knihu nelze bez požadavku významného přepracování doporučit nejen k samostatnému studiu, ale ani k opakování a prohloubení znalostí, které studenti získají na základě výkladu učitele.“¹⁾

Od autorky tak kategorického výroku bychom očekávali, že má nějakou vizi kvalitnějšího projektu, popř. poukáže na učební texty, které lépe naplňují vzdělávací úkoly ve výuce fyziky. Nic takového se nestalo. A situace se nezměnila ani v průběhu uplynulých dvaceti let. Žádná koncepční studie, žádný nový projekt ani učební text, ačkoliv k tomu byla autorka v citovaném příspěvku [5] přímo vyzvána. Jen neustálé opakování stejných výtek soustředěných na několik málo problémů, které většina učitelů ani jako nějaké zásadní problémy nevnímá (např. průměrná rychlost, valivý odpor nebo kyvadlo). Uvážíme-li tlak na redukci učiva v rámci připravované revize RVP, jsou témata recenze zcela mimo trend většího důrazu na poznatky odpovídající vědeckotechnickému rozvoji současné společnosti.

Aktuální stav letité kritiky představuje text [8], kde se autorka znovu pozastavuje nad údajným monopolem tematické řady učebnic fyziky pro gymnázium. Podle recenze je tomu tak proto, že „jsou opatřeny tzv. ministerskou doložkou, která je staví do takřka výlučné oficiální pozice“. Toto

¹⁾Podle žebříčku Svazu českých knihkupců a nakladatelů se učebnice Mechanika v týdnu od 9.–15. září 2019 umístila mezi deseti nejprodávanějšími knihami naučné literatury v ČR.

nesmyslné tvrzení vyvrací např. počet souborů učebnic pro ZŠ z různých (aktuálně šesti) vydavatelství, které schvalovací doložku MŠMT rovněž získaly. Stejně tak má schvalovací doložku elektronická učebnice fyziky pro SŠ, vzniklá v rámci projektu učitelů Olomouckého kraje ELUC [9].

Z tohoto hlediska neexistuje žádná překážka, která by bránila v tvorbě nových učebních textů i pro výuku dílčích témat učiva fyziky. Překážkou není ani Školský zákon, který umožňuje, aby školy kromě učebnic a učebních textů se schvalovací doložkou používaly i další učebnice a učební texty, pokud splňují podmínky stanovené zákonem (viz § 27, odst. 2). Je však třeba si uvědomit, že stát vydavatelům neposkytuje žádnou dotaci, jako tomu bylo v minulosti. Není tedy možné přijímat podnikatelské riziko vydáváním publikací nezkušených autorů, aniž by prokázali svoje kompetence třeba jen pracemi menšího rozsahu.

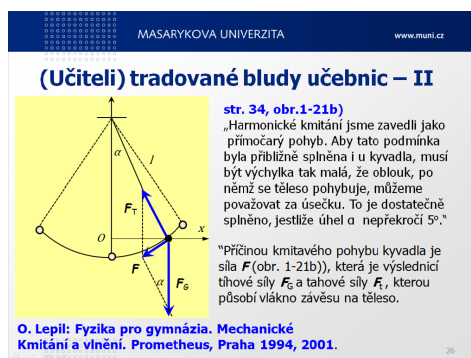
Pokusy vytvořit nové učebnice pro gymnázium zde byly, ale skončily právě učebním textem z mechaniky. Proč tomu tak je, o tom si čtenář může udělat úsudek sám. Příkladem může být projekt *L. Sklenáka* a *D. Dvořáka*, který měly tvořit čtyři učebnice (Mechanika, Termodynamika, Elektřina a magnetismus a Optika) a Sbíрка úloh. Jako první vyšla v roce 1997 Mechanika [10]. Je určena pro žáky 1. ročníku střední školy, tedy pro žáky, kteří se na ZŠ setkali s jedinou fyzikální veličinou vektorového charakteru – silou. Hned v úvodní části učebnice, v podkapitole 1.3 Matematický jazyk mechaniky je obsáhle budován vektorový aparát fyziky na úrovni vysokoškolského semináře, včetně vektorové báze souřadné soustavy, normování vektorů, skalárního i vektorového součinu. Není divu, že se učebnice v praxi neprosadila a vydavatel touto knihou celý projekt ukončil.

Znovu se potvrdil již dříve získaný poznatek z ověřování experimentálních učebnic rozsáhlého projektu tvorby federálních učebnic (viz např. závěry z konference z roku 1988 [3]), že nepřiměřený vektorový aparát a přehnaný formalismus středoškolského učiva mechaniky školská praxe nepřijme. Částečně je tento problém popsán také v publikaci [11], která se zabývá obdobnými trendy při výkladu pojmu rychlost.

Kritika J. Musilové se týká hlavně učiva mechaniky. Při každé možné příležitosti však věnuje pozornost také kyvadlu, i když ho RVP pro gymnázium ani nezahrnuje. Učivo o kyvadle je v učebnicích obvykle součástí tematického celku Mechanické kmitání a vlnění, který plnil funkci propeedeutiky k učivu akustiky a optiky a nověji i k učivu o elektromagnetickém kmitání a vlnění. Výklad pohybu kyvadla je prakticky shodný ve většině středoškolských učebnic u nás i v zahraničí. Určitou výjimkou je učebnice

[12], v níž je toto učivo jako zbytečné vypuštěno. Vzhledem k tradici je zařazeno alespoň jako příklad v teoretickém cvičení.

Zdrojem námitek recenzentky je požadavek, aby pohyb kyvadla při libovolné počáteční výchylce byl vždy interpretován jako pohyb po kružnicové trajektorii, tedy jako křivočarý zrychlený pohyb. Každý odlišný výklad je údajně chybný a je označen jako „tradovaný blud“ [13] (obr. 1). O tomto přístupu k výkladu kyvadla, který ani nelze dohledat v učebnicových textech dostupných na webu, můžeme diskutovat, není to však důvod k posměšnému hodnocení metodického postupu, který je v učebnicích dominantní. I když jsem se k tomuto okrajovému tématu středoškolské fyziky již vyjádřil (viz [14]), je zřejmě třeba, ještě jednou se k němu vrátit.



Obr. 1

Kyvadlo

Jednoduché kyvadlo tvoří malé těleso (např. kovová kulička) o hmotnosti m , zavěšené na „nehmotném“ vlákně délky l a v naprosté většině učebnic fyziky slouží od dob Galilea Galileiho jako model mechanického oscilátoru. Cíl výkladu v současnosti je jediný: ukázat, že kyvadlo koná harmonický pohyb, a zjistit, na čem závisí, popř. nezávisí perioda T kmitání. Všechno ostatní je balast, který jen zatěžuje výuku fyziky zbytečnými historismy a vede ji do slepé uličky nezájmu žáků, kteří si kladou oprávněnou otázku: „K čemu mi to bude?“

I když se těleso kmitajícího kyvadla obecně pohybuje po kružnicové trajektorii, výklad vždy směřuje k *linearizaci* jeho pohybu, čili k matematickému popisu pohybu kyvadla jako *lineárního harmonického oscilátoru*. Je to exemplární příklad častého postupu ve fyzice, kdy jsou stanoveny určité omezující podmínky, za kterých se popis složitějšího děje zjednoduší a to přispěje k jeho lepšímu pochopení.

Podívejme se, jak pohyb kyvadla řeší vysokoškolské učebnice. Kmitání kyvadla popisuje diferenciální rovnice, ke které se dospívá velmi jednoduše na základě pohybové rovnice rotačního pohybu

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgl \sin \varphi,$$

kde J je moment setrvačnosti kmitajícího tělesa vzhledem k ose otáčení a φ je okamžitá úhlová výchylka kyvadla. Pravá strana rovnice vyjadřuje moment síly, který vyvolá tíhová síla $F_G = mg$ působící na těleso kyvadla. Poněvadž moment setrvačnosti tělesa redukovaného na hmotný bod ve vzdálenosti l od osy otáčení $J = ml^2$, dostáváme po jednoduché úpravě ihned diferenciální rovnici

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin \varphi = 0.$$

V každé vysokoškolské učebnici se pak dočteme, že tato rovnice je nelineární, nemá jednoduché řešení, kmitání kyvadla není přesně harmonické a perioda kmitání závisí na amplitudě výchylky. Je tedy třeba stanovit podmínku linearizace této rovnice: počáteční výchylka kyvadla musí být tak malá, aby $\sin \varphi \approx \varphi$ (v radiánech). Pak rovnice přejde do tvaru

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l} \varphi = 0,$$

má standardní řešení a je rovnicí netlumeného harmonického kmitání lineárního oscilátoru s úhlovou frekvencí ω a periodou T :

$$\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Ve středoškolské fyzice má výklad kyvadla stejný cíl, jen se k němu dospívá poněkud odlišným způsobem už proto, že úhlové zrychlení vyjádřené druhou derivací okamžité úhlové výchylky je mimo možnosti střední školy. Je třeba si uvědomit, že úhlové zrychlení nikdy nebylo standardním učivem středoškolské fyziky. Jen v učebnici volitelného předmětu [15] je tato veličina definována vztahem $\alpha = \Delta\omega/\Delta t$ v souvislosti s rotací tuhého tělesa.

Kyvadlem se zabývá i pracovní text na webu J. Musilové [16] (název publikace ani autor není uveden). Ve srovnání s většinou vysokoškolských učebnic se v tomto textu složitým postupem řeší pohyb kyvadla s počáteční

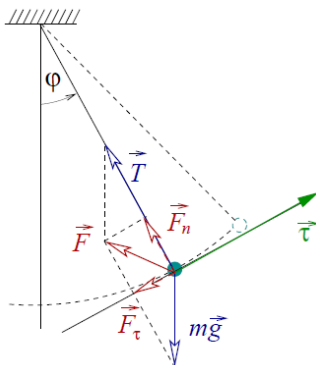
výchylkou $\varphi_0 < 90^\circ$ (viz s. 122–125). Ale student by v textu marně hledal vysvětlení, proč v diferenciální rovnici, k níž výklad směřuje, chybí funkce sinus (obr. 2; triviální chybu v rovnici 2.21 si čtenář jistě opraví sám). Může se tak mylně domnívat, že rovnice platí obecně pro libovolnou počáteční výchylku.

Vyjádření složek zrychlení pomocí úhlové výchylky a jejich derivací dosadíme do (2.14). Vynásobíme-li první rovnici soustavy (2.14) $\cos \varphi$, druhou $\sin \varphi$ a sečteme, vyloučíme tím T a dostaneme

$$l\ddot{\varphi} = -g \sin \varphi \implies \ddot{\varphi} + \sqrt{\frac{g}{l}}\varphi = 0. \quad (2.21)$$

Obr. 2

Od tradiční metodiky výkladu pohybu kyvadla se výklad ve zmíněné publikaci liší právě zdůrazněním, že se jedná o křivočarý pohyb, daný působením sil patrných z obr. 3, ke kterému se váže text na obr. 4.



Obr. 3

Rozkladem vektorové rovnice představující druhý Newtonův zákon do směru tečny a hlavní normály dostaneme

$$ma_\tau = -mg \sin \varphi, \quad ma_n = T - mg \cos \varphi. \quad (2.22)$$

Tečné a normálové zrychlení a_τ a a_n jsou dána vztahy (1.37) a (1.42), tj.

$$\ddot{\varphi} + g \sin \varphi, \quad T = mg \cos \varphi + ml\dot{\varphi}^2.$$

Výsledná síla $\vec{F} = m\vec{g} + \vec{T}$ má tečnou a normálovou složku určenou vztahy (2.22),

$$\vec{F}_\tau = m\vec{a}_\tau = -mg \sin \varphi \vec{\tau}, \quad \vec{F}_n = m\vec{a}_n = (T - mg \cos \varphi) \vec{n}.$$

Obr. 4

Zde je třeba opravit vztah pro tečné zrychlení $a_\tau = l\ddot{\varphi} = -g \sin \varphi$, který je naopak uveden správně u chybně upravené rovnice (2.21). Pokud do vztahu pro normálovou složku F_n dosadíme vztah pro tahovou sílu vlákna T , dostaneme

$$F_n = ml\dot{\varphi}^2 = ml\omega^2 = m\frac{v^2}{l}.$$

To tedy znamená, že normálovou složkou výslednice sil je vlastně dostředivá síla, což je v celém textu studentovi utajeno. Neznámo proč se řeší extrémní případ, kdy je počáteční výchylka kyvadla 90° a v textu je uvedeno, že v těchto krajních bodech „má kulička nulovou rychlost a tedy i nulové normálové zrychlení“. To ovšem platí pro body obratu při libovolné výchylce, protože i z jednoduchého, intuitivně pochopitelného názoru je ihned zřejmé, že při nulové rychlosti kyvadla je nulová i dostředivá síla. Stejně tak je tomu také v případě, kdy je počáteční výchylka kyvadla malá, takže dostředivé zrychlení je zanedbatelné. Tahová síla vlákna je ve všech těchto případech kompenzována složkou tíhové síly do směru normály k trajektorii.

Velikost počáteční výchylky, při níž tato situace nastane, je v publikacích J. Musilové také předmětem posměšné kritiky [13] (obr. 5). Se stejnou ironií bychom se mohli zeptat, proč se v pracovním textu řeší kyvadlo s výchylkou 90° a ne rovnou 180° , což je nesporně fyzikálně zajímavější.



Obr. 5

Rovněž v tomto případě lze diskutovat o mezní hodnotě počáteční výchylky, při níž je rovnice kyvadla standardně řešitelná, kmitání kyvadla je harmonické a odchylka periody kyvadla od teoretické hodnoty má přípustnou hodnotu. Dobře to vystihuje krátký text, převzatý ze světoznámé učebnice *Berkeley Physics Course* [17] (obr. 6).

We now use the Taylor's series expansion [Appendix, Eq. (4)]

$$\sin \psi = \psi - \frac{\psi^3}{3!} + \frac{\psi^5}{5!} - \dots, \quad (6)$$

where the ellipsis ($\dots$) denotes the rest of the infinite series. We see that for sufficiently small ψ (in radians, remember), we can neglect all terms in Eq. (6) except the first one, ψ . You may ask, "How small is 'sufficiently small'?" That question has no universal answer—it depends on how accurately you can determine the function $\psi(t)$ in the experiment you have in mind (this is physics, remember—nothing is perfectly measurable) and on how much you care. For example, for $\psi = 0.10$ rad (5.7 deg), $\sin \psi$ is 0.0998; in some problems "0.0998 = 0.1000" is a poor approximation. For $\psi = 1.0$ rad (57.3 deg), $\sin \psi$ is 0.841; in some problems "0.8 = 1.0" is an adequate approximation.

Obr. 6

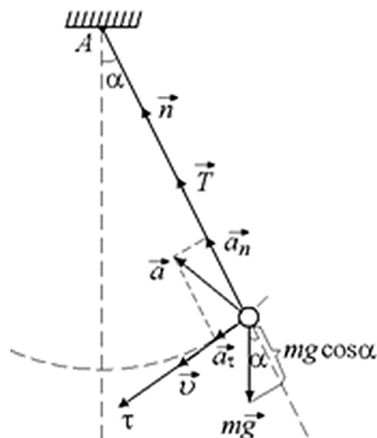
Nahlédnutím do učebnic jiných autorů se snadno přesvědčíme, že nejčastěji se jako podmínka řešitelnosti rovnice kyvadla uvádí právě počáteční výchylka $\varphi_0 \leq 5^\circ$, popř. $0,1 \text{ rad} \approx 5,7^\circ$ nebo jen $\varphi_0 \ll 1 \text{ rad}$. Tak je tomu ve většině našich středoškolských učebnic vydaných v uplynulém století a samozřejmě v mnoha dalších zahraničních učebnicích, třeba v populární a často citované učebnici *Fundamentals of Physics* [18] (obr. 7).

We can simplify Eq. 15-25 if we assume the angle θ is small, for then we can approximate $\sin \theta$ with θ (expressed in radian measure). (As an example, if $\theta = 5.00^\circ = 0.0873$ rad, then $\sin \theta = 0.0872$, a difference of only about 0.1%.) With that approximation and some rearranging, we then have

$$\alpha = -\frac{mgL}{I} \theta. \quad (15-26)$$

Obr. 7

Protože postup výkladu pohybu kyvadla popsáný v publikaci [16] je zcela ojedinělý, naskytá se otázka, zda je ještě někde jinde použita analogická metodika výkladu. S určitým úsilím se podařilo na zahraničním webu najít postup (viz [19]), který je zmíněnému pojetí výkladu do jisté míry blízký, jak se dá usuzovat z obdobného vyobrazení působících sil (obr. 8).



Obr. 8

V samotném textu se však opět setkáváme s podmínkou 5° pro počáteční výchylku kyvadla. Vyústění výkladu v podobě rozhovoru autora s čtenářem uvádím krátkou ukázkou originálního textu, který snad bude srozumitelný i bez znalosti ruského jazyka (obr. 9). Text začíná již uvedenou rovnicí pro tahovou sílu T vlákna a řeší, co je možné v rovnici zanedbat (*пренебречь*) a co zjednodušit (*упростить*).

$$T - mg \cos \alpha = m \frac{v^2}{l}.$$

Теперь на минуту остановимся и подумаем: чем можно пренебречь и что можно упростить, если ограничиться случаем *малых* колебаний, то есть колебаний, происходящих с очень небольшой скоростью вблизи положения равновесия?

Читатель: Если, как Вы говорите, скорость v мала, то квадрат скорости v^2 , наверное, пренебрежимо мал, то есть им можно пренебречь. Тогда $\frac{v^2}{l} \rightarrow 0$.

Автор: А значит, можно считать, что $T - mg \cos \alpha = 0 \Rightarrow T = mg \cos \alpha$!

Obr. 9

Uvedené ukázky znovu potvrzují, že stanovisko, které jsem zaujal v publikaci [14], je správné, výklad v gymnaziální učebnici je obrazně řečeno „lege artis“ a není na něm třeba nic měnit. Současně jsem přesvědčen, že při další inovaci gymnaziálních učebnic kyvadlo definitivně odejde do „fyzikálního nebe“ za svými praotci Galileem a Huygensem. Jedině touto cestou se musí inovace obsahu školské fyziky ubírat, chceme-li najít prostor pro opravdu moderní fyziku.

Potřebuje fyzika nové modernizační hnutí?

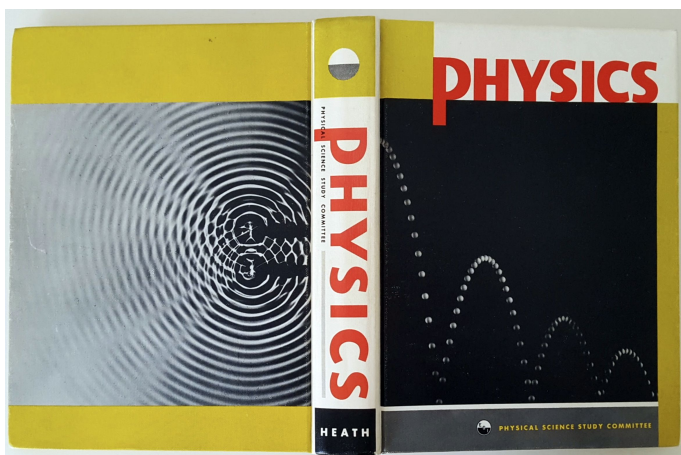
Od vzniku fyziky jako předmětu školního vzdělávání její obsah výrazně ovlivňoval vědeckotechnický pokrok. Vždy však fyzika ve škole za tímto pokrokem zaostávala, přičemž jsme svědky, jak narůstá rozpor mezi tím, co se ve škole vyučuje, a co je pro současnou úroveň praktického využívání fyzikálních poznatků rozhodující. Je např. charakteristické, že na počátku 20. století, krátce po udělení první Nobelovy ceny *W. C. Röntgenovi* v roce 1901, se již v gymnaziálních osnovách fyziky z roku 1904 objevuje heslo „paprsky X“. Je obtížné si představit, že by některý ze současných objevů oceněných Nobelovou cenou bylo možné snadno transformovat do podoby sdělitelné středoškolákoví.

Prohlubující se rozpor mezi stavem fyziky jako vědy a výukou fyziky periodicky podněcoval hledání cest k nápravě tohoto stavu v podobě modernizace fyzikálního vzdělávání. Výrazně se tyto snahy projeví zejména v 60. letech 20. století jako reflexe úspěchů v oblasti letů do vesmíru a nástupu polovodičových technologií a tím podmíněné elektronizace ve všech oblastech společnosti. Ukázalo se, že škola dostatečně nepřipravuje absolventy, aby mohli co nejlépe zvládat nově kladené požadavky. Tato situace vedla k potřebě zásadních přeměn kurikula fyziky, výběru učiva, jeho didaktického zpracování a posílení metod výuky, zaměřených zejména na experimentální činnosti žáků blízké moderním metodám získávání poznatků o přírodě a jejich technologickém využití.

Výsledkem těchto celosvětových snah byl vznik několika velkých, komplexně propracovaných modernizačních projektů výuky fyziky, které mohou být inspirující i pro současnost. Největší popularitu a ohlas získal projekt vytvořený širokým týmem fyziků všech typů škol, sdružených kolem pracovišť MIT (*Massachusetts Institute of Technology*). Z jejich iniciativy vznikla pracovní skupina *Physical Science Study Committee* a podle ní je celý projekt označován jako projekt PSSC [20]. Jednalo se o mimořádně obsáhlý projekt, který vycházel z moderně koncipované učebnice se čtyřmi základními tematickými celky: Vesmír, Optika a vlny, Mechanika, Elektřina a stavba atomu [21] (obr. 10). Projekt zahrnoval také metodickou příručku pro učitele, soubor laboratorních cvičení včetně potřebných pomůcek, doplňující textové materiály, zkušební testy a výukové filmy.

Východiskem pojetí učiva v učebnici projektu PSSC byla kritika překonaného přístupu k výuce fyziky s důrazem na její historické pojetí. Tradiční výuka se opírá především o klasickou newtonovskou mechaniku, která dostatečně nepřispívá k pochopení současných technologií. Ukazuje se, že

výuku fyziky je třeba založit spíše na porozumění obecnějším principům, jako jsou třeba zákony zachování, než na množství matematicky vyjádřených vztahů, určených hlavně k zapamatování. Tomuto pojetí odpovídají i laboratorní práce, zaměřené ve větší míře na objevování, než na jednoduché ověřování jednotlivých poznatků v učivu.



Obr. 10

Zmíněné modernizační hnutí našlo odraz i v našich školách. Z podnětu JČMF byla v roce 1963 svolána celostátní konference, na níž byla konstatována naléhavá potřeba změn nejen ve fyzice, ale také v matematice. Touto konferencí bylo zahájeno velmi plodné období diskusí a výměny názorů na pojetí a potřeby změn ve výuce fyziky. Nové úkoly naznačil v úvodním referátu tehdejší předseda JČMF *prof. Miloslav Valouch*, který také podal první podrobnější informaci o projektu PSSC (viz [22]). Je zajímavé porovnat, jestli se za půl století problémy výuky fyziky nějak změnily.

Aniž bychom podrobněji analyzovali další vývoj a výsledky těchto modernizačních tendencí, můžeme za reflexi světového modernizačního hnutí ve výuce fyziky u nás označit následující:

- Vytvoření uceleného projektu fyziky pro základní fyzikální vzdělávání vybudovaného na integrujících pojmech (látka a těleso, pole, fyzikální veličiny, energie).
- Inovaci vybraných témat středoškolské fyziky:
 - Speciální teorie relativity.
 - Základy kvantové fyziky a fyziky mikrosvěta.

Integrované poznatkové soustavy (silová pole, kmity a vlny).

Doplnění nového tématu učiva elektřiny – polovodiče.

- Nové metody výuky.

Programované učení.

Problémová a skupinová výuka.

- Moderní výukové technologie (zpětná projekce, kazetový film, video).

Je samozřejmé, že tyto modernizační tendence nalézaly uplatnění postupně a v různém rozsahu. Pro středoškolskou výuku fyziky se však nepodařilo vytvořit nově pojatý ucelený projekt fyziky, který by byl obdobou projektu vytvořeného pro základní školu pod vedením *dr. M. Chytilové a doc. R. Kolářové*.

Nyní, po více než padesáti letech si v souvislosti se záměrem revidovat současný RVP pro gymnázium znovu klademe otázku, zda obsah fyzikálního vzdělávání na střední škole odpovídá aktuálním společenským potřebám. Fyzika jako učební předmět v současném pojetí se formovala ve 2. polovině 19. století a postupně si vytvořila určitou strukturu, jejíž vývoj za uplynulých více než sto let je velmi malý (projevuje se hlavně v učivu elektřiny a fyziky mikrosvěta), ale za dobu od zmíněných modernizačních snah je již zanedbatelný. Spíše jsme svědky omezování rozsahu i obsahu výuky.

Zatím co v počátcích fyzikálního vzdělávání bylo možné položit téměř rovnítko mezi fyziku jako vědu a fyziku jako učební předmět, dnes tomu tak už zdaleka není. V minulosti také převažovaly v lidské činnosti profese a pracovní postupy vyžadující např. určité znalosti z mechaniky a termiky (pohyby, vrhy, jednoduché stroje apod.). V dnešním digitalizovaném světě je náplň práce lidí většinou zcela odlišná a na poznatcích z mechaniky a termiky vesměs nezávislá. Např. zákonitosti šikmého vrhu byly klíčovou znalostí v oblasti vojenství, dnešní význam tohoto učiva bych viděl jen v tom, že se na příkladu šikmého vrhu pěkně ilustruje postup při počítačovém modelování pohybů. Další podobných příkladů, které ke škodě věci ve středoškolském učivu přezívají, bychom našli více. Sem samozřejmě patří obsáhle diskutované kyvadlo, kalorimetr, principy různých měřicích přístrojů pro analogové měření fyzikálních veličin a mnoho dalších překonaných poznatků. Značná setrvačnost didaktického systému středoškolské fyziky a lpění na okrajových tématech učiva jeho modernizaci znesnadňuje, ne-li znemožňuje.

Můžeme si tedy položit otázku, co a na jaké úrovni se na středních školách vyučuje. Závazné osnovy učiva již neexistují a minimalizovaný RVP

nelze považovat za relevantní dokument k posouzení této otázky. Pokud by učitel při vytváření vlastních osnov v rámci ŠVP vycházel jen ze závazného dokumentu, kterým je RVP, pak není divu, že téměř veškeré výsledky modernizačního úsilí minulého století jsou vlastně smazány. Připomeňme, že např. poznatky speciální teorie relativity RVP nezahrnuje vůbec a základy elektroniky začínají a končí u polovodičové diody. Odpovědnost za fyzikální vzdělání se tak z centrálních požadavků daných dříve osnovami plně přenáší z hlediska obsahu i metod výuky na učitele. Pokud se s ohledem na výběr učiva reflektujícího převážně fyziku 19. století žák necítí dostatečně připraven k vysokoškolskému studiu tak náročného oboru, jakým je současná fyzika, není divu, že to významným způsobem ovlivňuje zájem o vysokoškolské studium nejen fyziky, ale zejména technických oborů.

Na otázku položenou v úvodu, zda výuka fyziky potřebuje nové modernizační hnutí, lze tedy odpovědět kladně. Kdo však by se měl tohoto náročného úkolu ujmout? Zdálo by se, že nejvhodnějšími řešiteli by byli didaktikové fyziky. I když je u nás několik pracovišť didaktického zaměření, některá i realizující doktorská studia v oblasti fyzikálního vzdělávání, tematika např. doktorských prací, popř. publikací z nich vyplývajících signalizuje zaměření spíše na metody výuky, pokusy s jednoduchými pomůckami, využití IT ve fyzice, různé průzkumy (ne)zájmu žáků o fyziku apod. Bylo by tedy třeba v této oblasti dosáhnout určitých změn a více pozornosti věnovat také obsahové stránce výuky a její inovaci, komparaci zahraničních realizovaných projektů a metodice výkladu nových, netradičních témat učiva.

Omezený rozsah příspěvku neumožňuje detailněji pojednat o tomto aktuálním tématu. Proto stručně naznačím jen tři základní tendence, které by nové modernizační hnutí mělo zahrnovat. Stručně vyjádřeno je to:

- inovace
- integrace
- diferenciac

Při komplexním přístupu k modernizaci fyzikálního vzdělávání se ovšem všechny tři uvedené tendence budou navzájem prolínat.

Inovace znamená v podstatě dvě věci. Provést analýzu tradičního učiva jednak z hlediska současného fyzikálního poznání, jednak z hlediska společenské potřeby jednotlivých poznatků a jejich příspěvku buď ke všeobecnému, nebo odbornému vzdělání žáka. Tato analýza nepochybně ukáže, že v našich učebnicích fyziky je celá řada poznatků, které byly překonány nejen z hlediska vývoje fyziky jako vědecké disciplíny, ale i z hlediska

praxe. Některé příklady byly již uvedeny v předcházející části příspěvku. Tradice však tyto poznatky pevně zakotvuje i do současného didaktického systému fyziky a učitelé se s nimi často neradi loučí. Možné řešení je takové, že jako rozšiřující, čili fakultativně zařazované učivo označíme nejen poznatky náročnější, které výrazněji překračují požadavky RVP, ale i jednoduché poznatky s malým významem pro současné všeobecné vzdělání (namátkou uvedme poznatky o jednoduchých strojích, hydrostatiku, některé poznatky učiva elektrostatiky aj.)

Inovace fyzikálního vzdělávání ovšem zahrnuje také zařazení zcela nových fyzikálních poznatků, zejména těch, které přinášejí široce používané praktické aplikace v různých oborech techniky. Snaha přiblížit obsah výuky fyziky potřebám technické praxe je dána tím, že v klasickém spektru učebních předmětů všeobecně vzdělávací školy není předmět, který by žáka v oblasti základů technických věd vzdělával. Tuto funkci s větším či spíše s menším úspěchem plní fyzika. Jde tedy o přístup, který požaduje, aby výuka fyziky byla předmětem, který vyučuje základy fyzikálně technických věd.

Inovovat lze i dílčí poznatky jejich modernějším pojetím. Příklady najdeme třeba v učivu blízkém soudobým aplikacím elektroniky. Např. tradiční poznatky vakuové elektroniky se postupně redukovaly až na poslední příklad – televizní obrazovku a v novém vydání učebnice tematické řady Elektrina a magnetismus již žádné nejsou. Jiný obdobný příklad se týká fyzikálních základů komunikační techniky a poznatků o přenosu informace analogovým signálem, který byl nahrazen digitálním signálem. S tím souvisí třeba tradiční výklad principu amplitudové modulace a demodulace, který bylo třeba nahradit alespoň naznačením postupu, jak se analogový signál převádí na signál digitální, avšak již jen jako rozšiřující učivo.

Nové vydání učebnice optiky reaguje např. na nástup nových zobrazovacích technologií a revoluční změnu v osvětlovací technice, založené na elektroluminiscenci diod LED, ale opět jen v podobě rozšiřujícího učiva. Problémem je, že moderní aplikace fyzikálních poznatků v technické praxi mají vesměs komplexní charakter. Např. k tomu, abychom mohli žákovi vysvětlit princip zobrazování technologií LCD, potřebujeme jak poznatky tradiční (polarizace světla, aditivní mísení barev), tak poznatky nové, pro něž se ještě ve středoškolském učivu nenašlo místo (kapalné krystaly). Kromě toho mohou být stejné technické aplikace založeny na odlišných principech. Např. v dataprojektoru, který z učebnice optiky vytlačil klasický diaprotektor, se využívají dvě podstatě odlišné technologie – trans-

misní a reflektivní. Podobně je tomu u digitálního fotoaparátu s čipem CCD, který je součástí každého mobilu nebo tabletu. Podobných příkladů je ovšem mnohem víc a inovační snahy zde budou narážet na řadu omezení, daných možná i nechutí učitelů opustit tradiční, ale překonané poznatky.

Vývoj fyziky je dnes velmi diferencovaný a objevují se celé nové obory fyziky, které mají významné místo ve struktuře fyziky jako vědy. Není to tedy jen několik témat tzv. moderní fyziky, na něž byla zaměřena modernizace fyziky v 60. letech. Vývoj fyzikálního poznání směřuje do stále menších oblastí mikrosvěta či nanosvěta a na druhé straně by výuka fyziky měla zahrnovat také poznatky, které získává pronikáním do stále vzdálenějších oblastí vesmíru. Ale jsou i obory fyziky, které přinášejí odlišný pohled na náš svět smyslům dostupných rozměrů. Příkladem mohou být třeba poznatky o tzv. deterministickém chaosu, které nově nahlížejí na děje běžného života, jako jsou meteorologické jevy nebo vývoj populací živočichů aj.

Didaktika fyziky stojí před stále náročnějším úkolem, kterým je transformace nových poznatků do podoby sdělitelné v přiměřené podobě na úrovni středoškolské výuky. Výběr některých aktuálních témat, s nimiž by středoškolák mohl být seznámen, nabízí jako pomůcku pro učitele publikace [23]. Nejnověji jsou vybraná zajímavá témata k dispozici žákům v elektronickém doplňku Přehledu středoškolské fyziky, který je jako CD s názvem *Přehled PLUS* součástí dotisku 5. vydání. Jsou to témata: Gravitace vlny: Einsteinovo báječné poselství, Modelování fyzikálních dějů, Osvětlovací technika, Komunikační technologie, Obrazovky a displeje, Nanotechnologie, Aplikace fyziky v lékařství, Standardní model částicové fyziky. K informaci o této nové elektronické publikaci se ještě vrátíme v samostatném příspěvku.

Inovací tedy rozumím jakousi inventuru obsahu školské fyziky, jeho kritickou analýzu a takový výběr učiva, který by byl v korelaci se současnými požadavky na všeobecné vzdělání. Asi do budoucna nebude možné vybrat od všeho „něco málo“, ale bude zřejmě nutné opustit historicky vzniklé uspořádání tematických celků v didaktickém systému fyziky od mechaniky až po fyziku mikrosvěta.

Integrace představuje spojení fyzikálního vzdělávání s ostatními přírodními vědami, což je myšlenka, o níž se u nás poměrně intenzivně uvažovalo již v 70. letech diskusí o tzv. integrované přírodovědě. Domnívám se, že tato myšlenka je znovu aktuální, ale v integraci by měl být určitý posun, spočívající v posílení vztahu přírodovědného vzdělávání směrem k tech-

nickým vědám. Zatím se vesměs uvažuje vzájemná integrace poznatků fyziky, chemie a biologie. Jako nedostatek chápu skutečnost, že fyzika ve svém obsahu v podstatě supluje vzdělání žáků ve vztahu k tak významným technickým odvětvím, jako je elektronika, energetika, dopravní technika, nové konstrukční materiály atd. Podrobněji o integračních tendencích a možných didaktických systémech integrované přírodovědy pojednává publikace [24].

Diferenciace fyzikálního vzdělávání představuje třetí směřování modernizace výuky. Ta by se měla odvíjet od určité úrovně základního vzdělání a umožňovala by žákům na úrovni středoškolského vzdělávání volit vlastní vzdělávací cesty a odpovídat více za svůj osud. Přitom by existovala i varianta diferenciace *na nulu*, v níž by se student spokojil jen se základní úrovní přírodovědného vzdělání tak, aby si vytvořil odpovídající přírodovědný obraz světa.

Vymezení nutného minima poznatků, které by splňovaly cílový požadavek vytvoření fyzikálního (popř. přírodovědného) obrazu světa, je obtížný problém, obvykle řešený stanovením tzv. základního nebo kmenového učiva. V současnosti by takto vymezené minimum ve formě očekávaných výstupů a klíčových témat učiva měl stanovit obsah vzdělávacího oboru Fyzika v RVP. Ten je však poznamenán snahou o maximální redukci obsahu RVP a nastavuje tuto hranici v některých tématech příliš nízko.

Cesty rozvoje schopností žáků ve fyzice a obecněji v přírodovědném vzdělávání jsou rovněž velmi diferencované. Je úkolem didaktiků i učitelů fyziky, aby se jimi intenzivněji než dosud zabývali a podíleli se zejména na vytváření nových projektů fyzikálního vzdělávání. Tak náročný úkol není ovšem řešitelný v krátké době, v níž by měla být provedena revize RVP. Je iluzí, že změnou RVP dojde samovolně k jakési „revoluci“ ve školství, že se omezí biflování a posílí tvořivost žáků atd. Chybějí projekty a jejich konkrétní realizace, které by učiteli v tomto směru podaly pomocnou ruku a nevycherpávaly jeho omezené časové možnosti hledáním nových cest „metodou pokusu a omylu“. Obdobně, jako tomu bylo při tvorbě federálních učebnic, by se tímto úkolem měla zabývat širší pracovní skupina, která by se soustředila na vytvoření nového, optimálně koncipovaného projektu. Ten by pak byl nabídnut učitelské veřejnosti jako alternativa a bude na učitelích, zda ho přijme pro svůj ŠVP.

Literatura

- [1] *Lepil, O.*: K vývoji učebnic fyziky pro střední školu gymnaziálního typu. MFI, roč. 22 (2013), č. 4, s. P16. Dostupné na: http://mfi.upol.cz/files/2204/mfi_2204_p16_p30.pdf
- [2] *Lepil, O.*: K novému pojetí vyučování fyzice na gymnáziu. Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, roč. 27 (1982), č. 3, 178. Dostupné na: http://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/139698/PokrokyMFA_27-1982-3_7.pdf
- [3] *Lepil, O.*: Výuka fyziky na gymnáziu. Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, roč. 34 (1989), č. 4, 246. Dostupné na: http://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/139152/PokrokyMFA_34-1989-4_6.pdf
- [4] *Svoboda, E.*: Názory učitelů na gymnáziu na současnou výuku. MFI, roč. 8 (1999), č. 8, s. 471.
- [5] *Bartuška, K., Svoboda, E.*: K postrecenzi učebnice Fyzika pro gymnázia – Molekulová fyzika a termika. MFI 10 (2000), č. 3, s. 149.
- [6] *Lacina, A.*: Postrecenze učebnice „Fyzika pro gymnázia – Molekulová fyzika a termika“. Školská fyzika, roč. 6 (2000), č. 2, verze SŠ, s. 85.
- [7] *Musilová, J.*: Postrecenze učebnice „Fyzika pro gymnázia – Mechanika“. Školská fyzika, roč. 6 (2000), č. 2, verze SŠ, s. 80.
- [8] *Musilová, J.*: Gymnaziální učebnice mechaniky 1993–2018. Dostupné na: <http://www.physics.muni.cz/~janam/download/Recenze-Mechanika-final.pdf>
- [9] <http://eluc.kr-olomoucky.cz>
- [10] *Sklenák, L., Dvořák, D.*: Fyzika pro střední školy. Mechanika, Fortuna, Praha 1997.
- [11] *Lepil, O., Svoboda, E.*: Poznámky k pojmu rychlost ve středoškolské fyzice. MFI, roč. 22 (2013), č. 4, s. P47. Dostupné na: http://mfi.upol.cz/files/2204/mfi_2204_p47_p59.pdf
- [12] *Lepil, O., Houdek, V., Pecho, A.*: Fyzika pro III. ročník gymnázií. SPN, Praha 1986.
- [13] http://www.physics.muni.cz/~janam/ppt_presentations.php
- [14] *Lepil, O.*: Poznámka k silám působícím na kyvadlo. MFI, roč. 25 (2016), č. 4, s. 276. Dostupné na: http://mfi.upol.cz/files/25/2504/mfi_2504_276_286.pdf
- [15] *Lepil, O. a kol.*: Vybrané kapitoly z fyziky. SPN, Praha 1987.
- [16] <http://www.physics.muni.cz/~janam/download/Nastrahy-text-2.pdf>
- [17] *Crawford, F. S.*: Waves. Berkeley Physics Course – Volume 3. McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.

- [18] *Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.*: Fundamentals of Physics. 9th ed., John Wiley & Sons, 2011.
- [19] <https://helpiks.org/7-83511.html>
- [20] https://en.wikipedia.org/wiki/Physical_Science_Study_Committee
- [21] Physics, Physical Science Study Committee. D. C. Heath & Co, Boston, 1960.
- [22] *Valouch, M. A.*: Snahy o modernizaci vyučování fyziky v zahraničí. Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, roč. 9 (1964), č. 2, s. 99–112. Dostupné na: <https://dml.cz/handle/10338.dmlcz/137659>
- [23] *Lepil, O. a kol.*: Fyzika aktuálně – příručka nejen pro učitele. Prometheus, Praha, 2009.
- [24] *Lepil, O.*: Přírodovědné integrované výukové projekty I. In: Integrovaná přírodověda, UP Olomouc, 2006.
Dostupné na: <http://www.science.upol.cz/prirodoveda.pdf>

Sbírka úloh z fyziky pro základní školy a víceletá gymnázia aneb Fyzikální nápadník v novém kabátě

DANA MANDÍKOVÁ¹ – VLASTA KARÁSKOVÁ

¹Matematicko-fyzikální fakulta UK, Praha

V roce 2011 vydalo nakladatelství Prometheus první díl sbírky fyzikálních úloh „Fyzikální nápadník 1“ [1]. Motivem k jejímu napsání bylo, dát žákům a jejich učitelům náměty k fyzikálnímu bádání vycházející z běžných životních situací a napomoci tomu, aby žáci neodcházeli ze školy s tím, že fyzikální poučky platí jen ve školních lavicích, ale naučili se hledat fyzikální zákonitosti i ve svém okolí. Následovat měly dva další díly. K tomu již ale zejména z ekonomických důvodů nedošlo.

Po několika letech se plány na vydání sbírky znovu obnovily a v letošním roce se je podařilo konečně dotáhnout do konce. Sbíрка vyšla v jedné knize pokrývající obsah učiva základní školy a nižších stupňů víceletých gymnázií. Tištěná část obsahuje zadání úloh a přiložené CD pak výsledky a komentáře k řešení úloh.

Na přání nakladatelství vyšla publikace jen pod názvem *Sbíрка úloh z fyziky pro základní školy a víceletá gymnázia* [2]. Původní myšlenka autorek ale zůstala zachována. Sbíрка obsahuje především úlohy, které vycházejí z běžných životních situací a pobízejí řešitele k větší samostatnosti při vyhledávání informací v literatuře i na internetu, vymýšlení různých způsobů řešení úloh i experimentování. Součástí sbírky je rovněž řada námětů na provádění pokusů, pozorování a realizaci fyzikálních projektů. K řešení zadaných problémů je třeba používat vědomosti z různých vyučovacích předmětů. Při pokusech se uplatní i manuální dovednosti žáků.



Sbíрка je členěna do kapitol, které obsahují poznatky týkající se jednotlivých oblastí fyziky. Každá kapitola pak obsahuje úlohy početní a problémové, náměty na jednoduché pokusy, následují návrhy na laboratorní práce a projekty.

Co ve sbírce najdete

První část tvoří již vydaný první díl, který obsahuje v kapitole *Fyzikální veličiny* úlohy, které se týkají fyzikálních měření – Délka, Objem, Hmotnost, Hustota, Čas, Teplota a Síla. Následuje kapitola Grafy a úlohy,

kde jde o to, aby se žáci naučili orientovat v různých typech grafů, uměli z nich číst, interpretovat údaje a naučili se také grafy sestavovat. Část *Různé úlohy* se pak týká používání fyzikálních veličin a jejich jednotek, se kterými se setkáme u nás i v zahraničí, v současnosti i minulosti.

FYZIKÁLNÍ VELIČINY

Ukázky úloh

1. 40 Zahrajte si na obchodní inspekci. Vezměte prázdnou láhev např. od limonády či od piva o známém objemu (objem je napsán na obalu). Odměřte odměrným válcem tento objem vody a nalijte ji do láhve. Na láhev nakreslete rysku v místě, kam sahá voda. Zkontrolujte, jestli u ostatních naplněných láhví je objem správně.

1. 49 Odhadněte, kolika litry vody se osprchujete, a pokuste se její objem změřit. Popište, jak jste postupovali.

P2 Fyzikální koláč – Ukázka projektu

Úkol: Podle předpisu, který si vyberete, upečte koláč a měřte všechny fyzikální veličiny, které jsou uvedeny dále. Pracovat můžete ve škole, ve dvojicích nebo sami doma (za dozoru dospělých). Naměřené hodnoty zapisujte do tabulky.

Čas: Změřte dobu přípravy, předehřátí trouby, pečení, úklidu, celkovou pracovní dobu.

Hmotnost: Zvažte veškeré potřebné potraviny.

Objem: Odměřte objem použitých potravin (mléko, olej, ...).

Délka: Změřte rozměry hotového koláče.

Pro zajímavost si запиšte teplotu předehřáté trouby a teplotu trouby během pečení.

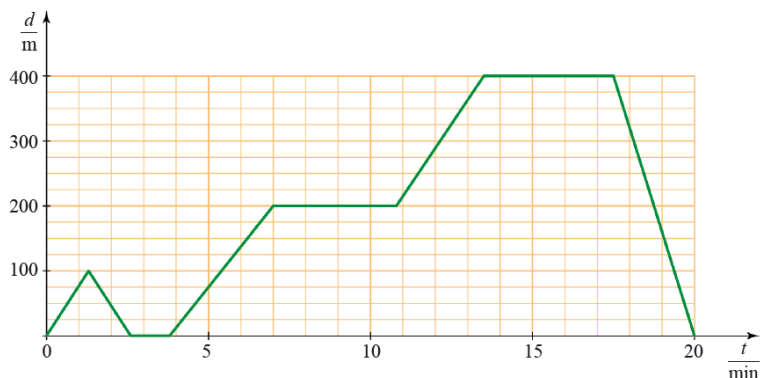
Vyčíslete celkové náklady na koláč. Najděte v pekařství obdobný koláč a zjistěte jeho přibližné rozměry a cenu. Porovnejte vaše náklady na jednu porci s cenou v pekařství.

GRAFY A ÚLOHY

Ukázky úloh

2.26 Maminka poslala Aničku do obchodu vzdáleného 400 m pro chleba, cukr a polárkový dort. V grafu na obr. 2.26 je zachyceno, jak se s časem

měnila vzdálenost Aničky od domova. Popište, jak probíhala cesta Aničky na nákup, a vymyslete ke grafu nějaký příběh.



Obr. 2.26

Druhá, nejobsáhlejší část obsahuje úlohy z *Mechaniky*. V této části v samostatných kapitolách žáci mohou zkoumat a popisovat pohyb, zabývat se rychlostí, rovnoměrným a nerovnoměrným pohybem, skládáním sil, třením. Dále tato část nabízí zamyšlení nad Newtonovými zákony, padáním těles, těžištěm a jednoduchými stroji. Závěrečné kapitoly části Mechanika provedou žáky tématy práce, výkon a energie, tlak, kapaliny a plyny.

MECHANIKA

Ukázky úloh

3.31 Odhadněte, jakou rychlostí běžně chodíte. Kolikrát jste rychlejší než hlemýžď, který leze rychlostí 1,5 mm/s, a než želva lezoucí rychlostí 20 mm/s? Je moucha letící rychlostí 5 m/s rychlejší než vy? Jestliže ano, tak kolikrát? Předjedete ji na kole?

3.54 Změřte: a) jakou průměrnou rychlostí uběhne váš kamarád 100 m, b) jakou průměrnou rychlostí přejede tramvaj nebo autobus most (můžete vyslat kamaráda, aby se podíval řidiči na tachometr a údaje porovnat). Popište, jak jste postupovali.

3.68 Karlík, který jede s tatínkem v autě po okresní silnici a má zvláště rád fyziku, začal počítat ubíhající patníky a měřit čas a zjistil, že patníky

vzdálené 100 m míjejí každé tři sekundy. Dokázal z toho spočítat rychlost auta a řekl tatínkovi, že jede moc rychle. Měl pravdu?

3.100 Nakreslete sílu, kterou působí ruka na klíč v jednotlivých situacích. V čem se síly liší a jaký mají účinek?



Obr. 3.100

3.145 Jaká je výsledná síla působící na auto v následujících situacích?

- a) Auto stojí.
- b) Auto jede stálou rychlostí směrem k západu.
- c) Auto se rozjíždí směrem k severu.
- d) Auto jedoucí směrem k jihu začne brzdit a zpomalovat.

3.218 Kterým způsobem z obr. 3.218 plechovku snáze otevřeme? Vysvětlete proč. Zkuste si to – ulomené nehty vám dorostou.



Obr. 3.218

3.282 Určete přibližně svůj výkon při vyběhnutí schodů z přízemí do prvního patra školní budovy. Veličiny, které potřebujete znát, odhadněte nebo změřte

P3 Semafor a lidé – Ukázka projektu

Úkol: V bydlíšti nebo v místě školy si najdete semafor u přechodu pro chodce. Za pomoci dospělých, z důvodu vaší bezpečnosti, změřte šířku silnice v místě přechodu nebo odměřte šířku silnice na www.mapy.cz. Technické předpisy ji stanovují minimálně 3 m na jeden jízdní pruh. Ve zvoleném dni měřte čas, po který svítí na semaforu zelená. Vypočítejte rychlost, jakou se musí pohybovat chodci, aby bezpečně přešli na druhou stranu silnice. Změřte čas, který potřebuje k přejití silnice starší člověk a maminka

s malými dětmi a kočárkem; určete rychlost jejich pohybu. Porovnejte zjištěné výsledky a vyhodnoťte, zda je interval nastavený na semaforu dostatečně dlouhý, aby se mohli všichni chodci cítit na přechodech bezpečně. Doporučení – projekt můžete uskutečnit ve spolupráci s Policií ČR nebo městskou policií.

P1 Spotřeba vody – Ukázka projektu

Měřte každý den, po dobu alespoň jednoho týdne, spotřebu vody ve vaší domácnosti a zapisujte ji do tabulky. Vypočtete průměrnou týdenní spotřebu vody na jednoho člena rodiny. Zjistíte, kolik platíte za 1 m³ spotřebované vody a kolik korun tedy každý z vás vydá přibližně měsíčně za vodu.

Na Mechaniku navazuje *Termika*, která je méně obsáhlá, zato nabízí šest laboratorních prací a tři návody na zajímavé projekty.

TERMIKA

Ukázky úloh

4.5 Proč obvykle ohříváme vodu v hrnci zdola a ne shora? Je to výhodnější?

4.13 Když byl Pepík u babičky na chalupě, všiml si, že občas dá před obědem hrnec s rýží nebo mísu s knedlíky pod peřinu, aby rychle nevystydlý. Překvapilo ho ale, když mu babička v létě poradila, aby si pod peřinu strčil polárkový dort, který si chtěl sníst s kamarádem, jenž měl přijít až za chvíli. Posuďte, zda byla babiččina rada dobrá.

LP2 Chladnutí vody – Ukázka laboratorní práce

Úkol: Proměřte, jak rychle chladne voda v nádobě bez pokličky a v nádobě s pokličkou.

Provedení:

1. Promyslete, jak budete postupovat a postup запиšte. Rozmyslete si, co budete měřit a jak často, co by se při jednotlivých měřeních nemělo měnit a jaké pomůcky budete potřebovat.

2. Naměřené hodnoty запиšte do tabulky a potom vyneste do grafu. Nezapomeňte v tabulce napsat, co a v jakých jednotkách měříte, u grafu pak zvolte vhodné měřítko a popište osy.

3. Popište výsledky svého měření. Zamyslete se, co vše mohlo ovlivnit přesnost měření.

Následuje *Elektrina a magnetismus* členěná na elektrostatiku, elektrické obvody a výkon elektrického proudu, magnetické jevy a elektromagnetické jevy. Zvláště zadání úloh z elektrostatiky a magnetických jevů budou žáky vybízet k provádění jednoduchých a přitom názorných pokusů. Jejich provedení a objasnění řešení umožní řešitelům hlubší vhled do studované problematiky.

ELEKTŘINA A MAGNETISMUS

Ukázky úloh

5.7 Máte dvě plechovky. Jedna z nich je nabitá a druhá ne. Vymyslete co nejvíce způsobů, jak zjistit, která je nabitá a která ne. Své návrhy vyzkoušejte.

5.42 Zjistěte, jak je rozvedena elektrina ve vašem domě či bytě. Najděte, kde je rozvodná skříň, pojistky, hlavní vypínač. Bydlíte-li v domě s více byty, najděte, kde jsou rozvodné skříně pro jednotlivé byty.

Poznamenejte si, kolikery pojistky nebo jističe máte, a jaké spotřebiče jsou přes ně připojeny. Nechejte si ukázat, jak se pojistky vyměňují nebo jističe nahazují.

Bydlíte-li na vesnici, najděte, kde je nejbližší transformátor a odkud k němu vede vedení.

5.62 Jak byste zjistili, který ze dvou magnetů je silnější? Navrhněte a vyzkoušejte co nejvíce způsobů.

LP4 Elektrické a magnetické vlastnosti hliníku, mědi a ocele – Ukázka laboratorní práce

Úkol: Porovnejte elektrické a magnetické vlastnosti drátů z hliníku, mědi a ocele.

1. Zjistěte jejich elektrický odpor. Podmínka – dráty mají stejnou délku a průměr.

2. Přitahují se trvale s magnetem, nebo jen za určitých podmínek? Za jakých? V závěru shrňte odpovědi na otázky v zadání.

Sbírka pokračuje částí *Optika*, ve které v úlohách žáci navštíví rostlinnou i živočišnou říši, prostudují zrcadlo na křižovatce a vrátí se do laboratoře, kde budou sledovat vlastnosti a užití čoček. Nevynechají při svém bádání ani dalekohled a fotoaparát.

OPTIKA

Ukázky úloh

6.5 Vysvětlete, proč vidíte předměty kolem sebe, např. obrázek v knížce. Nakreslete, jak postupuje světlo, a vyznačte směr chodu paprsků v situaci na obr. 6.5.



Obr. 6.5

6.26 Dejte na dno hrnku minci a podívejte se přes jeho okraj tak, aby vám minci právě zakryl a neviděli jste ji (obr. 6.26). Pak požádejte kamaráda, aby do hrnku opatrně naléval vodu. Popište a vysvětlete, co se stalo, a znázorněte to obrázkem.

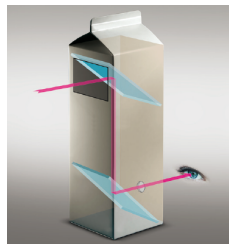


Obr. 6.26

LP3 Periskop – *Ukázka laboratorní práce*

Úkol 1: Máte k dispozici dvě rovná zrcátka. Vymyslete, jak je nastavit, abyste s jejich pomocí viděli za roh.

Úkol 2: Vyrobtě si podle obrázku jednoduchý periskop z krabice od mléka.



Obr. 6 LP3

Každý, kdo si rád pohrává s pokusy, si užije úkoly v části *Akustika*. Řešitelé si vyrobí různé frkačky i jednoduché hudební nástroje. Budou přemýšlet o vlivu zvuku na zdraví lidí. Zjistí, k čemu nám v různých situacích sluch slouží. Zamyslí se nad zvuky ve škole, v přírodě i ve vesmíru.

AKUSTIKA

Ukázky úloh

7.3 Vyzkoumejte, na čem závisí výška zvuku. Opřete konec pravítka o stůl a brkněte na jeho volný konec, jak ukazuje obr. 7.3. Pak postupně zkraťte přečnívající část a porovnejte výšku zvuku, kterou při brnkání slyšíte. Sledujte také, jak rychle konec pravítka kmitá.



Obr. 7.3

7.9 Proč komár „píská“ a čmelák „bručí“?

P5 Ticho – *Ukázka projektu*

Úkol:

1. Zjistěte, jak naše společnost pomáhá nedoslýchavým a neslyšícím lidem, jaké mají možnosti uplatnění v běžném životě.
2. Zjistěte, jaké jsou příčiny nedoslýchavosti a hluchoty.
3. Zjistěte funkci a princip naslouchátek pro nedoslýchavé.

Jaderná energie provede žáky od stavby atomu, přes periodickou soustavu prvků až k jaderným elektrárnám. Podívají se také do historie zkoumání jaderné energie. V závěru žáci najdou dvanáct návodů na projekty, s nimiž se mohou dostat až do CERNU.

JADERNÁ ENERGIE

Ukázky úloh

8.11 Jaderná elektrárna Temelín vyrobí asi 15 TWh elektrické energie za rok.

- a) Spočítejte, kolik energie je to za minutu.
- b) Zjistěte, kolik tabulek čokolády byste museli sníst, aby vám dodaly stejné množství energie.
- c) Zeptejte se, jakou máte doma průměrnou měsíční spotřebu elektrické energie. Na jak dlouho by vaší rodině energie dodaná Temelínem za minutu vydržela?

P9 Přežití – Ukázka projektu

Úkol:

1. V knihovně si půjčte knihu napsanou ze vzpomínek lidí, kteří přežili výbuch atomové bomby v Hirošimě nebo v Nagasaki.
2. Zpracujte referát s úryvky z knihy a přednešte ho ve třídě.

V závěrečné části *Meteorologie, Země a vesmír* se žáci seznámí s různými typy mraků, budou sledovat počasí, popřemýšlí o teplotní inverzi, mohou diskutovat o rotaci Země. Úlohy nabídnou možnost zabývat se planetami sluneční soustavy z různých úhlů pohledu. Řešitelé se při plnění úkolů určitě nebudou nudit.

METEOROLOGIE, ZEMĚ A VESMÍR

Ukázky úloh

9.7 Pro výkon některých povolání je důležité znát předpověď počasí. Ve třídě diskutujte o tom, která povolání to jsou, co z předpovědi a proč je k jejich výkonu potřeba vědět.

P1 Porovnáváme roční období – Ukázka projektu

Úkol:

1. Zapisujte vždy ve stejnou hodinu $3 \times$ denně teplotu vzduchu po dobu jednoho týdne. Naměřené hodnoty vynášejte do grafu.
2. Vypočítejte pro zvolené hodiny průměrnou teplotu za zvolený týden.
3. Měření opakujte alespoň ve dvou ročních obdobích.
4. Výsledky porovnejte.

P4 Měsíc na Měsíci – Ukázka projektu

Úkol: Po dobu jednoho měsíce pozorujte tvar Měsíce. Do tabulky zapisujte datum s tvarem Měsíce. Doporučení: pozorujte Měsíc pokud možno denně, např. od jednoho úplňku k dalšímu úplňku apod. (celý lunární měsíc).

Na přiloženém CD pak nabízíme naše řešení úloh či alespoň jejich náznaky a komentáře k nim, u početných úloh zde naleznete výsledky. Určitě vás ale mnohde napadnou i jiná správná řešení a odpovědi. Budeme rády, když nám svá řešení i případné výhrady k těm našim pošlete. Jsme si vědomy, že nikdo není neomylný a neví všechno, tedy ani autorky této sbírky.

Komu je sbírka určena

Sbírka úloh je určena pro samostatnou práci zájemců o přírodní vědy ze základních škol i nižších ročníků víceletých gymnázií. Vyučující fyziky i matematiky (kap. Grafy, Pohyb a síla) mohou sbírku použít k zadávání domácí práce žáků, pracovat s úlohami v hodinách nebo z těchto úloh sestavit prověrky učiva.

Naším cílem bylo dát inspiraci pro práci ve vyučování s méně tradičními úlohami, aby se žáci učili dívat se kolem sebe očima fyzika–badatele. Snáze si potom vysvětlí sami různé situace i nenadálé příhody v životě, se kterými se běžně setkávají. Při diskuzích se žáci učí spolupráci a vzájemnému respektu jiného názoru i práci s různými zdroji odborných informací.

Všem uživatelům přejeme hodně příjemných chvil strávených při domácím i školním bádání ve světě „Fyzikálního nápadníku“.

Literatura

- [1] *Karášková, V., Mandíková, D., Kroupová, B.*: Fyzikální nápadník 1. Sbírka úloh pro základní školy a víceletá gymnázia. 1. vyd., Prometheus, Praha, 2011.
- [2] *Mandíková, D., Karášková, V., Kroupová, B.*: Sbírka úloh pro základní školy a víceletá gymnázia. 1. vyd., Prometheus, Praha, 2019.

Moderní layout webových stránek

MARTIN TRNEČKA

Přírodovědecká fakulta, Univerzita Palackého, Olomouc

Layout webové stránky

Tvorba webových stránek byla vždy specifickou oblastí informatiky, kterou významně ovlivnilo posledních 30 let dramatického vývoje Internetu a technologií s ním spojených. Typickým rysem je např. neustálý vývoj nových webových specifikací (standardů), které se snaží, byť omezeně, reagovat na potřeby v oblasti webových technologií a tvorby webových stránek. Znalosti tvorby webových stránek proto velice rychle zastarávají.

Ačkoliv jsou původní technologie a principy do jisté míry stále platné a reálně použitelné, nepoužívání nových metod dramaticky degraduje možnosti tvorby webových stránek. Dalším aspektem je, že znalost pouze základních technologií je velice vzdálená reálné praxi, která často moderní technologie integruje již v jejich raných fázích vývoje. V dnešní době se naprosto běžně používají webové specifikace, které nejsou dokončené.¹⁾

Při běžné výuce na středních školách jsou nové webové technologie často opomíjeny. Toto opomíjení má celou řadu důvodů. Nové technologie jsou obvykle velice složité a přesahují to, co bývá označováno jako „základy tvorby webových stránek“. K tomu přidejme absenci kvalitní české literatury, fakt, že staré technologie pořád fungují, a výsledkem je, že se často učí věci, které se v praxi již dlouho nepoužívají.

Jednou z takových oblastí je tvorba layoutu, neboli základního rozvržení webové stránky. V této oblasti se dlouho nedělo nic nového. První změny

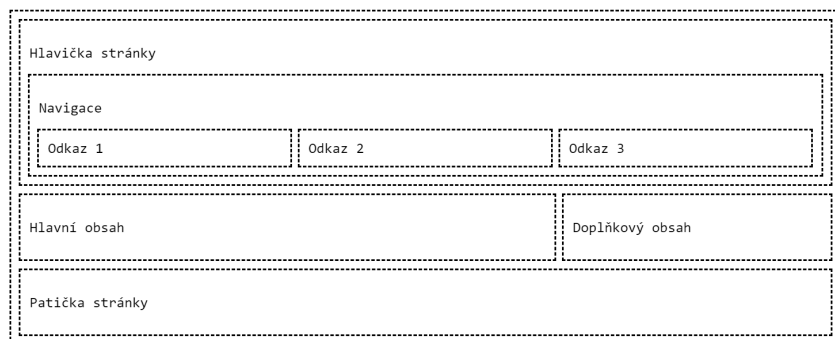
¹⁾ Webové specifikace procházejí dlouhým procesem vývoje. Například, vývoj specifikace jazyka HTML 5 trval 10 let. Aby webové prohlížeče držely krok s dobou, běžně implementují rozpracované verze webových specifikací, jež jsou dostupné na stránkách World Wide Web konsorcia (W3C), které webové specifikace vyvíjí.

přišly s potřebou responzivního zobrazování²⁾, ale jednalo se o změny spíše kosmetické. Vývoj šel dál a zastaralé technologie nedokázaly plnit požadavky na vzhled soudobých webových stránek. Jednu z největších změn v této oblasti způsobily specifikace CSS FlexBox [3] a CSS Grid [4], na které se zaměříme.³⁾ Obě specifikace jsou považovány za revoluci v moderním web designu. Jsou velice komplexní a jejich celkové možnosti dalekosáhle přesahují to, co zde budeme demonstrovat. Byť jsou relativně nové (CSS Flexbox specifikace byla dokončena v listopadu 2018, CSS Grid specifikace v prosinci 2017), dnešní reálná praxe je obě považuje za základní technologie a běžně je používá.

Tento článek není referenční příručkou, ani detailním popisem uvedených specifikací; ukážeme ale, jak mohou usnadnit tvorbu layoutu stránky a odstranit problémy jen obtížně řešitelné pomocí starších technologií. Obě specifikace použijeme naprosto minimalistickým způsobem. Hlavním cílem článku je tak motivovat k zařazení, byť pouze v míře zde uvedené, těchto specifikací do výuky základů tvorby webových stránek. Vše budeme demonstrovat na tzv. dvousloupcovém layoutu, který aktuálně patří mezi nejpoužívanější layouty webových stránek.

Webová stránka před pár lety

Než začneme, vytvoříme si „postaru“ základní webovou stránku, na které budeme demonstrovat použití nových specifikací. Webová stránka bude vypadat následovně.



²⁾Responzivní rozhraní se přizpůsobuje zařízení, na kterém je aktuálně webová stránka zobrazována. Prvopočátky sahají do roku 2007, kdy byl představen první iPhone.

³⁾Názvy specifikací zde uváděné jsou slangové. Oficiální název specifikací je „CSS Flexible Box Layout Module Level 1“ a „CSS Grid Layout Module Level 1“.

Vizuální podoba stránky (veškeré čáry, okraje a popisky) nebude pro naše účely důležitá, důležité bude pouze rozmístění hlavních prvků stránky, tedy hlavičky stránky, navigace, hlavního a doplňkového obsahu a patičky stránky. Dále si uvedeme HTML kód (pro jednoduchost pouze obsah body elementu)

```
1 <body>
2   <div>
3     <header>
4       <p>Hlavička stránky</p>
5       <nav>
6         <p>Navigace</p>
7         <ul>
8           <li>Odkaz 1</li>
9           <li>Odkaz 2</li>
10          <li>Odkaz 3</li>
11        </ul>
12      </nav>
13    </header>
14
15    <main>
16      <p>Hlavní obsah</p>
17    </main>
18
19    <aside>
20      <p>Doplňkový obsah</p>
21    </aside>
22
23    <footer>
24      <p>Patička stránky</p>
25    </footer>
26  </div>
27 </body>
```

a CSS kód, použitý pro vytvoření této stránky.

```
1 header, main, aside, footer, nav, body > div {
2   outline: 2px dashed black;
3   box-sizing: border-box;
4   padding: 10px;
5 }
6
```

```

7 body > div {
8   font-family: monospace;
9   font-size: 1.2rem;
10  color: black;
11  width: 900px;
12  margin: auto;
13 }
14
15 main, aside {
16   margin: 12px 0;
17 }
18
19 main {
20   float: left;
21   width: 580px;
22 }
23
24 aside {
25   float: right;
26   width: 290px;
27 }
28
29 footer {
30   clear: both;
31 }
32
33 nav ul {
34   padding-left: 0px;
35   margin-bottom: 0px;
36 }
37
38 nav ul::after {
39   content: '';
40   clear: both;
41   display: block;
42 }
43
44 nav ul li {
45   float: left;
46   box-sizing: border-box;
47   outline: 2px dashed black;

```

```

48 padding: 10px;
49 list-style-type: none;
50 width: 273px;
51 }
52
53 nav ul li:nth-child(2) {
54 margin-left: 10px;
55 margin-right: 10px;
56 }

```

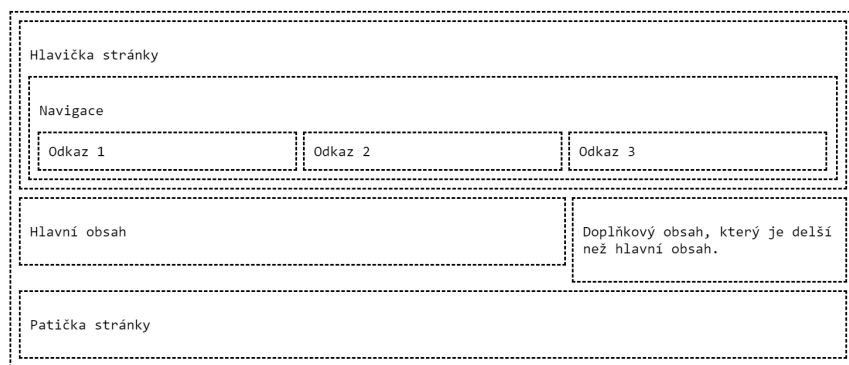
Celý kód je k dispozici na stránce <https://codepen.io/trnecka/pen/eXEGBa>. Nyní se na zdrojový kód stránky podíváme podrobněji. V případě HTML kódu (a tudíž ani v případě CSS) nejsou použity atributy `id` a `class` pro identifikaci elementu. Ačkoliv by v tomto případě bylo možné je použít, typickou začátečnickou chybou je jejich nadužívání. To vede zejména u rozsáhlejších projektů ke špatnému CSS kódu, který se obtížně udržuje.⁴⁾

Uvedený CSS kód je velice jednoduchý a jedná se o standardní a v minulosti běžně používané řešení. Jedinou výjimkou by mohlo být modernější použití pseudo-elementu `::after` (CSS pravidlo na řádcích 38–42) pro ukončení obtékání. Základní layout stránky je vytvořen pomocí obtékání prvků (vlastnost `float`). Pomocí stejné vlastnosti je rozmístěna i navigace stránky. Pro jednoduchost je stránka navržena na fixní šířku 900px. Ačkoliv to na první pohled nemusí být zcela zřejmé, toto řešení má několik úskalí. Prvním úskalím je nastavení vlastnosti `width` na hodnotu 273px na řádku 50. Pokud spočítáme šířku všech rodičovských elementů, což je velice jednoduché, jelikož jsme si vše usnadnili použitím `box-sizing: border-box`, zjistíme, že celková šířka je 899px, což je o jeden pixel méně. Pokud se podíváme na výslednou stránku na zařízení s vyšším rozlišením, například na retina displeji, je tento chybějící pixel⁵⁾ zřetelně vidět (pravý okraj u elementu obsahujícího text **Odkaz 3** je větší než ostatní okraje). Problémem je, že tato situace se nedá jednoduše vyřešit. Pokud navýšíme šířku elementů na hodnotu 274px, elementy se již nevejdou na řádek a navigace se zalomí na dva řádky. Jediným řešením je ústupek z šířky 900px.

⁴⁾ Definice špatného CSS kódu neexistuje. Obecně je za špatný CSS kód považován kód, který je redundantní a špatně se udržuje. Naopak správný CSS kód je popsán celou řadou CSS metodiky (například BEM metodika).

⁵⁾ Je zapotřebí si uvědomit, že se jedná o jeden tzv. CSS pixel, který se ve skutečnosti zobrazí v závislosti na použitém zařízení jako více hardwarových pixelů.

Dalším problémem tohoto řešení je nevyváženost elementů obsahujících hlavní a doplňkový obsah stránky. Velikost těchto elementů je nyní určena jejich obsahem (nyní obsahují pouze element `p` s textem). Pokud jednomu z nich změníme (zvětšíme) obsah, bude tento element vyšší než druhý element. Ačkoliv to nemusí být patrné, jedná se o zcela zásadní problém. Pokud bychom chtěli, aby tyto elementy měly nějaké pozadí, a chtěli bychom layout využívat univerzálně, tedy například obsah těchto elementů by se načítal dynamicky z databáze, tak tyto elementy nebudou nikdy stejně vysoké. V takovém případě by se na stránce objevilo bílé místo pod elementem s menší výškou tak, jak je to ukázáno na následujícím obrázku.



Tento problém se opět nedá jednoduše vyřešit. Nastavení minimální výšky elementů pomocí `min-height` nelze použít, pokud by byl obsah jednou hodně dlouhý a jindy zase velice krátký. Jediným způsobem je vytvoření pomocného rodičovského elementu, který bude obsahovat námi požadované pozadí ve formě grafiky (například jednopixelový pruh, který se bude opakovat).

V neposlední řadě je celkové řešení pomocí obtékání obtížné pro nezkušené tvůrce webových stránek. Špatné ukončení obtékání často způsobuje v lepším případě deformaci celého layoutu, která se projeví okamžitě, nebo chyby v CSS, které nejsou vidět okamžitě, ale projeví se až v pozdější fázi, kdy je velice těžké je odhalit. Jednu z těch záluďnějších chyb bychom mohli vytvořit změnou CSS selektoru `nav ul::after` na `nav::after`. Tím element `ul` získá výšku `0px`, jeho obsah je ale stále viditelný. Dodejme, že chyby při použití obtékání jsou jedny z nejčastějších chyb v CSS obecně.

CSS FlexBox

Nyní se podíváme, jak nám mohou nové CSS specifikace usnadnit tvorbu layoutu a vyřešit výše popsané problémy. Nejprve si ukážeme řešení chybějícího pixelu v navigaci. K tomuto účelu nám poslouží CSS specifikace FlexBox. Jak její název napovídá, jedná se o způsob vytváření elementů s flexibilními rozměry. Rozměry za nás automaticky počítá webový prohlížeč, nemusíme se o ně proto starat. V našem případě upravíme následující dvě CSS pravidla, zbylá CSS pravidla zůstávají beze změny:

```
1 nav ul {
2   padding-left: 0px;
3   margin-bottom: 0px;
4   display: flex;
5 }
6
7 nav ul li {
8   float: left;
9   box-sizing: border-box;
10  outline: 2px dashed black;
11  padding: 10px;
12  list-style-type: none;
13  flex-grow: 1;
14 }
```

Změna spočívá v přidání `display: flex;`. Nastavením této vlastnosti se říká, že daný element bude obsahovat elementy, jejichž rozměry budou počítány automaticky. V terminologii CSS FlexBox specifikace se jedná o tzv. kontejner. Jelikož v našem případě jsou všechny položky tohoto kontejneru stejně velké, určíme, že mají zabírat stejnou část pomocí vlastnosti `flex-grow: 1;`. Vlastnost `flex-grow` udává, o kolik se má zvětšit daný element oproti dalším elementům, které jsou spolu s ním rozmístěny v kontejneru. Pokud tedy máme 3 elementy s `flex-grow: 1;`, bude mít každý z nich nastavenou stejnou šířku. Pokud bychom například elementu obsahujícímu text [Odkaz 2](#) nastavili `flex-grow: 2;`, bude jeho šířka stejná, jako součet šířek zbylých dvou elementů.

Výsledná stránka je téměř identická s naším ukázkovým příkladem. Rozdíl je to, že chybějící pixel není vůbec patrný. Výhodou tohoto řešení je značná univerzálnost. Pokud bychom se rozhodli změnit jakýkoliv rozměr, všechny zbylé rozměry budou automaticky přepočítány. V původním řešení by bylo zapotřebí tyto rozměry přepočítat manuálně.

Tímto ale CSS FlexBox zdaleka nekončí. Umožňuje například změnu pořadí elementů, různá zarovnání, a to včetně horizontálního zarovnání na střed, které bez této specifikace nelze udělat, a další. Přehled všech možností je k dispozici např. v [1]. Pro úplnost dodejme, že po výše popsané úpravě CSS pravidlo

```
1 nav ul::after {
2   content: ' ';
3   clear: both;
4   display: block;
5 }
```

již nemá význam a můžeme ho smazat.

FlexBox nám může pomoci vyřešit i druhý problém (nevyváženost elementů) v původním kódu. Toto řešení uvedeme pouze pro zajímavost. Později uvidíme, že FlexBox se pro tento účel příliš nehodí.

Nejdříve je zapotřebí přidat do HTML kódu nový element, který bude představovat kontejner a bude obsahovat elementy **main**, **aside** a **footer**. Pro tento účel použijeme element **div**, který umístíme bezprostředně za element **header**. Následně upravíme CSS pravidla takto:

```
1 main {
2   flex-basis: 580px;
3 }
4
5 aside {
6   flex-basis: 290px;
7 }
8
9 footer {
10  flex-grow: 1;
11 }
12
13 header + div { /* nový element */
14   display: flex;
15   flex-wrap: wrap;
16   justify-content: space-between;
17 }
```

Nový element nám poslouží jako kontejner, nastavíme mu tedy vlastnost **display: flex;**. Elementům **main** a **aside** určíme jejich velikost pomocí vlastnosti **flex-basis**, která udává šířku elementů. Díky této

vlastnosti nebude šířka elementu vypočítána automaticky. Kontejneru nastavíme vlastnost `justify-content: space-between;`, která udává, že první položka kontejneru nebude mít levý okraj a poslední položka kontejneru nebude mít pravý okraj. Velikost zbylých mezer bude vypočítána automaticky. Elementy `main` a `aside` jsou nyní vyvážené a jejich výška se automaticky počítá podle většího z nich. Stejně jako v předchozím případě je patička stránky přes její celou šířku, čehož je docíleno pomocí `flex-grow: 1;`. Patička stránky je umístěna pod elementy `main` a `aside`, jelikož tyto elementy vyplňují celou šířku stránky (mají nastavenou hodnotu `flex-basis`). K zalomení obsahu kontejneru dojde automaticky.⁶⁾ Kompletní ukázka použití CSS FlexBox specifikace je k dispozici na stránce <https://codepen.io/trnecka/pen/RXjZZp>.

CSS Grid

Obecně je FlexBox výhodné použít vždy, když potřebujeme automaticky určit velikost nebo rozmístění elementů na webové stránce. V případě nevyváženosti elementů `main` a `aside` je použití FlexBoxu poněkud násilné. Tyto elementy mají pevnou šířku a automaticky je počítána pouze mezera mezi těmito elementy a šířka elementu `footer`, která by ze své podstaty být počítána nemusela.

Mnohem lepší řešení nám nabízí specifikace CSS Grid, která umožňuje vytvoření layoutu webové stránky pomocí rozmístění prvků do dvoudimenzionální mřížky. V dřívějších dobách se často pro vytvoření layoutu webové stránky používala tabulka (element `table`), do jejichž políček se vkládaly jednotlivé prvky stránky. Tento způsob tvorby⁷⁾ je již dlouhou dobu překonaný a navíc v dnešní době nesprávný. Nicméně myšlenka rozmístit elementy do políček mřížky je elegantní a především v klasické grafice a typografii. Bez nadsázky je CSS Grid specifikace považována za jednu z nejlepších CSS specifikací vůbec, protože přináší něco, co bylo vždy potřeba, něco co skutečně funguje.

Základem práce s CSS Grid je vytvoření dvourozměrné mřížky a následné rozmístění prvků do této mřížky. Způsobů, jak vytvořit mřížku,

⁶⁾ Pro řízení zalomení obsahu kontejneru slouží vlastnost `flex-wrap`, která má implicitně nastavenou hodnotu `wrap`. Proto tuto vlastnost nemusíme v CSS kódu uvádět.

⁷⁾ Dodejme, že použití tabulky pro layout stránky bylo motivováno potřebou vytvářet komplikované layouty. K tomuto účelu neměl být element `table` nikdy použit. Přestože to specifikace jazyka HTML nedoporučovala, stal se tento způsob jedním z nejpopulárnějších vůbec.

nabízí specifikace opravdu velké množství a to včetně jejího automatického generování. Náš ukázkový příklad bychom mohli upravit následovně:

```
1 body > div {
2   width: 900px;
3   margin: auto;
4   font-size: 1.2rem;
5   display: grid;
6   grid-template-columns: 580px 290px;
7   grid-template-rows: auto;
8   grid-column-gap: 10px;
9 }
```

Elementu `body > div` nastavíme vlastnost `display: grid;`, čímž určíme, že tento element bude obsahovat mřížku. Mřížku následně určíme pomocí `grid-template-columns: 580px 290px;` a `grid-template-rows: auto;`. Tímto vytvoříme mřížku, která bude mít dvě buňky na řádku o příslušných velikostech a tolik řádků kolik bude zapotřebí (hodnota `auto`). Dále určíme mezery mezi jednotlivými políčky `grid-column-gap: 10px;`. Tím máme mřížku vytvořenou a můžeme ji použít.

Nyní můžeme rozmístit do mřížky jednotlivé elementy. Například následující CSS kód říká, že element `header` bude zabírat celý řádek naší mřížky:

```
1 header {
2   grid-column-start: 1;
3   grid-column-end: 3;
4   grid-row-start: 1;
5   grid-row-end: 2;
6 }
```

V tomto případě se odkazujeme na jednotlivé čáry, které mřížku tvoří. Ty jsou automaticky číslovány zleva doprava (svislé čáry) a shora dolů (vodorovné čáry). Navíc je možné použít i zpětné indexování. Například `grid-column-end: -1;` odkazuje na svislou čáru, která je nejvíce vpravo. Totéž platí pro vodorovné čáry. Zápis si můžeme usnadnit pomocí

```
1 header {
2   grid-column: 1 / 3;
3   grid-row: 1 / 2;
4 }
```

nebo

```
1 header {  
2   grid-area: 1 / 1 / 2 / 3;  
3 }
```

Všechny tři způsoby jsou ekvivalentní.

CSS specifikace umožňuje jednotlivé čáry pojmenovat a v zápisu používat jejich jména, což je praktické především u komplikovaných layoutů. Navíc je možné pojmenovávat jednotlivé oblasti a odkazovat se na ně. Tento způsob použití CSS Grid patří mezi nejpoužívanější. Zkusíme jej tedy použít v našem případě. CSS kód upravíme takto.

```
1 body > div {  
2   width: 900px;  
3   margin: auto;  
4   font-size: 1.2rem;  
5   display: grid;  
6   grid-template-columns: 580px 290px;  
7   grid-template-rows: auto;  
8   grid-column-gap: 10px;  
9   grid-template-areas: "hlavicka_hlavicka"  
10                        "hlavni_doplnkovy"  
11                        "paticka_paticka";  
12 }
```

`grid-template-areas` umožňuje pojmenovat jednotlivá políčka mřížky. Stejně názvy pak určují, že políčka tvoří jednu větší oblast. Na tyto oblasti je možné se odkázat pomocí vlastnosti `grid-area`. Jednotlivé prvky rozmístíme následovně:

```
1 main {  
2   grid-area: hlavni;  
3 }  
4  
5 aside {  
6   grid-area: doplnkovy;  
7 }  
8  
9 footer {  
10  grid-area: paticka;  
11 }
```

Elementy `main` a `aside` jsou vyvážené, jelikož tvoří řádek mřížky, jehož výška je určena větším z nich. Ukázka použití CSS Grid na našem příkladu je k dispozici na stránce <https://codepen.io/trnecka/pen/aeVVbY>.

Celkově je rozmístění elementů do mřížky velice jednoduché. Ta nejzajímavější část CSS Grid specifikace se týká vytváření mřížky. Úplný přehled o možnostech lze nalézt v [2].

Pár praktických poznámek

Ukázali jsme, že CSS FlexBox bylo možné použít pro rozmístění všech elementů na stránce. Stejně tak je možné použít CSS Grid a rozmístit všechny prvky. V našem případě by ale toto řešení bylo obtížné, jelikož šířka položek v navigaci není shodná s šířkou hlavního ani doplňkového obsahu. Není tedy možné je umístit do pravidelné mřížky. To je ale naprosto v pořádku. Specifikace CSS FlexBox a CSS Grid nejsou určeny k tomu, aby se pomocí nich vytvářel celý layout stránky a standardně se používají v symbióze. Zatímco CSS Grid je výhodné použít pro rozmístění hlavních částí stránky, CSS FlexBox je výhodné používat na obsah těchto hlavních částí. Ideální řešení našeho příkladu využívá CSS FlexBox pro navigaci stránky a CSS Grid pro celkový layout stránky.

Přirozenou otázkou je, zda má v dnešní době stále své uplatnění starý způsob používající vlastnost `float`. Pravdou je, že pro vytváření layoutu se tento způsob používá stále méně a během pár let pravděpodobně zcela vymizí. Na druhou stranu je však umístění prvku pomocí `float` nenahraditelné a CSS FlexBox nebo CSS Grid jej nedokáže zastoupit. Typickým příkladem jsou situace, kdy chceme umístit plovoucí obrázek do textu.

Jako poslední zmiňme použitelnost specifikací. CSS Flexbox i CSS Grid jsou dokončené specifikace, které mají dobrou podporu⁸⁾ v moderních webových prohlížečích. Jediným zásadnějším problémem je podpora těchto specifikací v prohlížeči Internet Explorer 11, který patří stále k používaným prohlížečům. Ačkoliv tento prohlížeč obě specifikace podporuje, implementace CSS FlexBox obsahuje řadu chyb a v případě CSS Grid je podporována pouze starší verze specifikace. Dodejme, že všechny ukázky prezentované v článku především z důvodů jejich jednoduchosti, jsou funkční i v tomto prohlížeči.

Na závěr ještě uveďme, že v přípravě je již druhá verze specifikace CSS Grid [5], která bude mimo jiné umožňovat vnořit jednu mřížku do druhé.

⁸⁾ Aktuální stav je k dispozici na <https://caniuse.com/>.

Závěr

Ukázali jsme, jak jednoduchým a minimalistickým způsobem použít dvě nové specifikace při návrhu základního layoutu webové stránky. Vše bylo demonstrováno na univerzálním a v praxi často používaném příkladu tak, aby bylo možné snadno zařadit specifikace CSS FlexBox a CSS Grid do výuky. Pro úplnost dodejme, že soudobý web design je běžně používá. Z tohoto důvodu si obě specifikace zaslouží zařadit do výuky základů tvorby webových stránek, byť nebudou plnohodnotně popsány všechny jejich rozsáhlé možnosti.

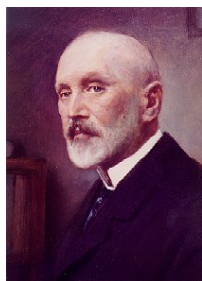
Literatura

- [1] <https://css-tricks.com/snippets/css/a-guide-to-flexbox/>
- [2] <https://css-tricks.com/snippets/css/complete-guide-grid/>
- [3] <https://www.w3.org/TR/css-flexbox-1/>
- [4] <https://www.w3.org/TR/css-grid-1/>
- [5] <https://www.w3.org/TR/css-grid-2/>

Z HISTORIE

Loránd Eötvös: maďarský vědec a sportovec, který jezdil přednášet fyziku na koni

BOHUMIL TESAŘÍK



Patrně nejznámějším maďarským fyzikem byl jeden z nejlepších experimentátorů přelomu 19. a 20. století baron LORÁND EÖTVÖS DE VÁSÁROSNAMENY, od jehož úmrtí letos uplynulo sto let. Mezinárodně známým se stal nejen díky svým vědeckým pracím v oblasti povrchového napětí kapalin a inovátorskými pokusy při zkoumání gravitace, ale také pro svoje sportovní úspěchy.

Narodil se v Budíně 27. července revolučního roku 1848 v rodině známého maďarského liberálního politika, básníka a spisovatele, barona *Józsefa Eötvöse* (1813–1871), který se vedle dobových románů („Pod Dóžovou zástavou“, „Dědinský notář“) věnoval tvorbě mnoha odborných právnických, sociálních a historických studií. Jeho předkové pocházeli ze Slovenska – děd Ignác se narodil roku 1786 v Šahách a praděd Ignác roku 1763 v Košicích. Protože Loránd vyrůstal v tvůrčím intelektuálním prostředí, není divu, že již během studií na piaristickém gymnáziu psal verše, inspirované poezií maďarského básníka *S. Petöfiho*, německých básníků *J. Goetha*, *F. Schillera* a *H. Heineho*. Současně se zajímal o přírodu a přírodní vědy a již v době středoškolských studií pomáhal při pokusech univerzitnímu profesorovi experimentální fyziky a konstruktérovi přístrojové techniky *Štefanu A. Jedlíkovi* (1800–1895), vědci slovenského původu.

Po maturitě se sice v roce 1865 zapsal na přání rodičů na Právnickou fakultu budapeštské univerzity, avšak přednášky jej neuspokojovaly a zejména po návštěvě Itálie, kde se nadchnul osobností a dílem Galileia Galileiho, záhy začal studovat matematiku a chemii u slovenského matematika a inženýra *O. Petzvala* (1809–1883) a aplikovanou fyziku a konstrukci přístrojů (zejména optických) u jeho známějšího bratra *J. M. Petzvala* (1807–1891). V roce 1867 odešel za dalším vzděláním na univerzitu do Heidelbergu, kde tehdy působila řada vynikajících vědců: fyziku studoval u *G. Kirchhoffa* (1824–1887), chemii u *R. Bunsena* (1811–1899) a přírodní vědy a filozofii u *H. Helmholtze* (1821–1894). Po ukončení studií a krátkém pobytu na univerzitě v pruském Königsbergu obhájil v roce 1870 na své alma mater disertační práci a vrátil se zpět do vlasti, kde o rok později získal doktorát. Po zbytek života působil na budapeštské univerzitě – nejdříve jako docent a od roku 1872 jako řádný profesor experimentální fyziky. V roce 1878 převzal katedru experimentální fyziky, kde vystřídal již zmíněného Š. Jedlíka. Na jeho počest byla v roce 1950 tato nejstarší a nejvýznamnější maďarská univerzita (založená jezuity v roce 1635 jako první uherská univerzita původně v Trnavě) nazvána *Eötvös Loránd University*. Jméno Eötvös nese také kráter na odvrácené straně Měsíce.



Socha Loránda Eötvöse na univerzitě (zdroj: <https://www.tripadvisor.com/>)

V roce 1885 Eötvös experimentálně objevil a matematicky popsal závislost povrchového napětí kapalin (kapilární konstanty) na teplotě (*Eötvösův zákon*). Jeho nejvýznamnějším přínosem do pokladnice světové vědy je však důkaz rovnosti setrvačné a tíhové hmotnosti, provedený s vysokou přesností pomocí torzních vah. Pro řešení problematiky zemského magne-

tismu a tíhového pole vyvinul přístroj, kterým je možné určit velikost i směr horizontálního gradientu tíhového zrychlení (jeho dnes již nezákonnou jednotkou je eötvös (E), v soustavě SI je jednotkou dráhové změny velikosti zrychlení s^{-2} , přičemž převodní vztah je $1 \text{ E} = 10^{-9} \text{ s}^{-2}$) a křivostní charakteristiku hladinové polohy.

O mimořádné přesnosti jeho měření svědčí fakt, že v roce 1962 se při použití nejmodernějších metod snížila relativní chyba na 10^{-11} , zatím co Eötvös dosáhl roku 1909 relativní chyby $5 \cdot 10^{-9}$. Při měření tíhového zrychlení na pohybující se lodi na moři a v letadlech je brána v úvahu tzv. Eötvösova oprava. Jeho jméno je v historii zeměměřičství často uváděno v souvislosti se vznikem nové samostatné vědy – geofyziky, která zkoumá fyzikální vlastnosti Země nebo jejích částí. Pomocí torzních vah provedl vysoce přesná měření, pomocí kterých dokázal působení Coriolisovy síly – setrvačné síly působící na tělesa, která se pohybují v rotující neinerciální vztažné soustavě tak, že se mění jejich vzdálenost od osy otáčení. Tato síla hraje podstatnou roli na Zemi díky její rotaci kolem vlastní osy, ale projevuje se zejména u dlouhodobých pohybů. Ekvivalence tíhové a setrvačné hmotnosti se *Albertu Einsteinovi* (1879–1955) stala východiskem pro budování obecné teorie relativity. Po všeobecném přijetí této teorie napsal Einstein Eötvösovi děkovaný dopis za jeho experimenty.

L. Eötvös nebyl jen významným vědcem světového formátu (mj. obdržel čestné doktoráty Královské pruské akademie věd, Jagellonské univerzity v Krakově a Norské královské univerzity), ale také uznávanou společenskou osobností. Roku 1873 byl zvolen dopisujícím členem Uherské akademie věd, o deset let později se stal řádným členem a v letech 1889–1894 byl jejím presidentem. Významně se podílel na zlepšení úrovně maďarského školství. Krátkou dobu (1894–1895) zastával funkci ministra školství a náboženství, ale jeho snahy o zavedení pokrokové školské reformy se mu nepodařilo uskutečnit. Založil Maďarskou matematickou a fyzikální společnost, podporoval vydávání vědeckých časopisů a odborné literatury. Po celý život měl velmi dobrý vztah k různým pohybovým aktivitám. Často říkal, že je pyšnější na své sportovní úspěchy než na své vědecké objevy. Především byl vášnivým horolezcem a je po něm dokonce pojmenována hora v Dolomitech. Rád fotografoval a ze svých expedic pořídil stovky stereoskopických snímků. Pozornost budila také jeho další záliba – jezdectví na koni. Každý den na něm absolvoval patnáctikilometrovou cestu do zaměstnání. Celý život prožil v Budapešti, kde také před sto lety 8. dubna 1919 zemřel a je pochován na hřbitově Kerepesi.

Mezinárodní olympiáda v informatice IOI 2019

PAVEL TÖPFER

Matematicko-fyzikální fakulta UK, Praha



**IOI 2019 • BAKU
AZERBAIJAN**

Letošní 31. ročník Mezinárodní olympiády v informatice IOI 2019 se konal ve dnech 4. 8.–11. 8. 2019 v Ázerbájdžánu v hlavním městě Baku. Na organizačním zajištění se podílela místní státní univerzita ADA University, která byla založena v Baku nově až v roce 2006.

Vlastní soutěž probíhala na okraji města v moderní sportovní hale nazvané Národní gymnastická aréna. V nedalekém ubytovacím areálu Athletes Village byli ubytováni všichni soutěžící, do haly na soutěž tak mohli snadno dojít pěšky bez zbytečných dlouhých přesunů. Vedoucí delegací a hosté byli ubytováni odděleně v luxusním hotelu Boulevard Hotel Baku na břehu Kaspického moře. Ten byl od místa konání soutěže vzdálen asi čtvrt hodiny jízdy autobusem. V konferenční části hotelu probíhala také všechna jednání mezinárodní jury.

Na letošní mezinárodní informatické olympiádě soutěžili žáci z 87 zemí z celého světa. To je přesně stejný počet zemí jako v loňském roce. Z každé země se mohou zúčastnit čtyři soutěžící a dva vedoucí, celkově letos soutěžilo 327 studentů. Naše české družstvo bylo sestaveno na základě výsledků ústředního kola 68. ročníku Matematické olympiády kategorie P a dvou denního výběrového soustředění, které se konalo v dubnu v prostorách Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze. Družstvo bylo

tvořeno těmito vítězi ústředního kola MO-P:

Michal Jireš, absolvent G F. M. Pelcla v Rychnově nad Kněžnou

Jiří Kalvoda, student Gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně

Josef Minařík, absolvent Gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně

Radek Olšák, absolvent Mensa gymnázia v Praze 6

Vedoucími české delegace na IOI 2019 byli *doc. RNDr. Tomáš Pitner*, *Ph.D.* z Fakulty informatiky Masarykovy univerzity v Brně a *doc. RNDr. Pavel Töpfer*, *CSc.* z Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze.

Již tradičně se naši účastníci IOI na soutěž předem připravovali společně s reprezentanty vybranými pro CEOI (Středoevropská olympiáda v informatice) na týdenním přípravném soustředění. Letošní soustředění CPSPC se konalo na přelomu června a července v Polsku na Fakultě matematiky, informatiky a mechaniky Varšavské univerzity. Jako obvykle bylo společné pro soutěžící z Čech, Polska a Slovenska, netradičními hosty letošního přípravného soustředění byli soutěžící z pořadatelské země IOI, tedy z Ázerbájdžánu.

V neděli účastníci postupně přilétali do Baku, odpoledne si mohli odpočinout po cestě a hned v podvečer byl pro zájemce připraven první krátký výlet spojený s prohlídkou nejzajímavějších míst města. V pondělí se konalo seznámení se soutěžním prostředím a počítači, následované slavnostním zahájením v Kongresovém centru. Vedoucí se dále účastnili několika zasedání jury věnovaných schválení pravidel soutěže a překladu zadání úloh prvního soutěžního dne do národních jazyků. V úterý probíhal první soutěžní den a souběžně s ním mezinárodní konference pro vedoucí národních delegací. Středa byla odpočinkovým dnem, kdy všichni účastníci navštívili historické centrum města Baku a místní muzeum koberců. Večer pak vedoucí výprav schválili a překládali zadání úloh na středu, tedy na druhý soutěžní den. Ve čtvrtek se opět soutěžilo a na pátek byl připraven druhý celodenní výlet. Při něm jsme navštívili přírodní rezervaci Yanardag, historickou etnografickou rezervaci ve vesnici Gala a chovatelskou stáj koní Elite Horse Club na okraji Baku, kde pro nás místní připravili ukázkové vystoupení jezdců a koní. Večer ještě následoval společný kulturní program. V sobotu dopoledne proběhla jednání mezinárodní jury, na nichž byly potvrzeny výsledky soutěže, prezentovány zprávy za minulý rok, schválen rozpočet na další rok a zvoleni noví zástupci do mezinárodních řídicích orgánů olympiády. Odpoledne byla soutěž zakončena slavnostním vyhlášením výsledků v konferenčním sále kulturního centra Heydara Aliyeva.

Vlastní soutěž IOI probíhá podobným způsobem, jako praktická část ústředního kola naší Matematické olympiády kategorie P. Každý soutěžící má přidělen osobní počítač, na kterém řeší zadané algoritmické úlohy. V každém ze dvou soutěžních dnů jsou zadány tři úlohy a soutěžící mají na jejich vyřešení vymezen čas 5 hodin. Úlohy je třeba dovést až do tvaru odladěného programu, hotové programy se odevzdávají k vyhodnocení prostřednictvím soutěžního prostředí. Odevzdané programy se průběžně testují pomocí předem připravených sad testovacích dat. Prováděné testy jsou navíc omezeny časovými a paměťovými limity, aby se kromě otestování správnosti odlišila časová i paměťová efektivita algoritmu použitého jednotlivými účastníky soutěže. Při testování každé úlohy se používají sady testovacích dat různé velikosti, takže teoreticky správné řešení založené na neefektivním algoritmu stihne včas dokončit výpočet pouze pro některé menší testovací vstupy. Takové řešení je potom ohodnoceno dílčím počtem bodů. Krátce po odevzdání vypracovaného programu do vyhodnocovacího systému se soutěžící dozví hodnocení svého řešení a má pak ještě možnost řešení opravit a odevzdat ho znovu. Jedná se o podobný systém, jaký používáme v posledních letech u nás v Matematické olympiádě kategorie P pro praktické úlohy domácího a ústředního kola. Diváci mohou během soutěže sledovat i průběžnou výsledkovou listinu, tu ale soutěžící nevidí.

Každá ze šesti soutěžních úloh je hodnocena maximálně 100 body, takže celkem bylo možné získat až 600 bodů. Letošním absolutním vítězem se stal stejně jako v loňském ročníku soutěže student Benjamin Qi z USA, který získal 547,09 bodu. Na základě přesně stanovených pravidel se na IOI podle dosažených bodů rozdělují medaile. Některou z medailí obdrží nejvýše polovina účastníků soutěže, přičemž zlaté, stříbrné a bronzové medaile se rozdělují v poměru 1 : 2 : 3 s ohledem na to, aby soutěžící se stejným bodovým ziskem získali stejnou medaili. Na letošní IOI bylo uděleno celkem 163 medailí, z toho 28 zlatých, 54 stříbrných a 81 bronzových.

Výsledky našich soutěžících: 33. Jiří Kalvoda, 400,70 bodu, stříbrná medaile, 72. Josef Minařík, 341,33 bodu, stříbrná medaile, 124. Michal Jireš, 286,08 bodu, bronzová medaile, 268. Radek Olšák, 133,20 bodu.

Zisk dvou stříbrných a jedné bronzové medaile je pro nás velmi dobrým výsledkem a zlepšením oproti loňskému roku, kdy naši soutěžící na IOI získali tři bronzové medaile. Nejúspěšnější zemí se čtyřmi zlatými medailemi se tentokrát stalo Rusko, dalšími nejúspěšnějšími zeměmi byly Čína a USA, obě se třemi zlatými a jednou stříbrnou medailí. Mezinárodní olympiáda v informatice je výhradně soutěží jednotlivců a oficiální pořadí zúčastně-

Reprezentační družstvo České republiky bylo sestaveno na základě výsledků dosažených v ústředním kole 68. ročníku Matematické olympiády kategorie P a dvoudenního výběrového soustředění, kam byli všichni úspěšní řešitelé ústředního kola MO-P pozváni. Výběrové soustředění se konalo v dubnu v prostorách Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze. Na celosvětovou informatickou olympiádu IOI 2019 (Ázerbájdžán, Baku) byli vysláni čtyři nejlepší studenti, pro účast na CEOI 2019 byli vybráni další čtyři nejlepší soutěžící z těch, kteří ještě nejsou v maturitním ročníku. Naši mladší soutěžící tak dostali příležitost získat na CEOI cenné zkušenosti, které mohou následně využít při úspěšné reprezentaci České republiky na IOI v příštím roce. Letos se CEOI zúčastnili tito studenti:

Jonáš Havelka, student gymnázia Jírovcova, České Budějovice

Václav Janáček, student gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně

Jan Kaifer, student gymnázia Jana Keplera v Praze 6

Michal Pácal, student gymnázia Jiřího z Poděbrad v Poděbradech

Vedoucími české delegace byli *doc. Mgr. Zdeněk Dvořák, Ph.D.* a *Filip Bialas*, oba z Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze.

Vlastní soutěž se tradičně odehrává v průběhu dvou soutěžních dnů. V každém dni soutěžící řeší tři úlohy, na které mají vždy pět hodin času. Večer před soutěží vedoucí všech delegací společně schválí soutěžní úlohy navržené pořadatelskou zemí, upraví podle potřeby jejich formulace a přeloží je pak do mateřského jazyka svých studentů. Čeští studenti tedy dostali jak anglickou, tak i českou verzi zadání úloh.

Každý soutěžící pracuje na přiděleném osobním počítači s nainstalovaným soutěžním prostředím, které umožňuje vyvíjet a testovat programy a odesílat je k vyhodnocení. Výsledné programy jsou testovány pomocí připravené sady testovacích dat a se stanovenými časovými limity. Tím je zajištěna nejen kontrola správnosti výsledků, ale pomocí časových limitů se také odliší kvalita použitého algoritmu. Při testování každé úlohy se používají sady testovacích dat různé velikosti a různé složitosti, takže teoreticky správné řešení založené na neefektivním algoritmu zvládne dokončit výpočet pouze pro některé, menší a jednodušší, testy. Takové řešení je potom ohodnoceno částečným počtem bodů.

Soutěž byla již tradičně doplněna také zajímavým doprovodným programem. Hned po slavnostním zahájení se všichni účastníci mohli seznámit nejen s počítači a se soutěžním prostředím, ale také s historickým centrem města Bratislavy. Odpoledne po prvním soutěžním dnu všichni společně navštívili zábavný vědecký park Aurelium. Mezi oběma soutěžními dny

byl ponechán jeden volný den na výlety. Dopoledne měli účastníci olympiády možnost volby mezi turistickým výletem do hor na Devinskou kobylu, návštěvou botanické zahrady a návštěvou muzea dopravy. Odpoledne se pak všichni společně vypravili na hrad Devín.

Poslední den proběhlo slavnostní zakončení soutěže s vyhlášením výsledků. Každá ze soutěžních úloh byla hodnocena maximálně 100 body, takže celkově bylo teoreticky možné získat až 600 bodů. To se letos nikomu nepodařilo, úlohy byly poměrně náročné, takže i celkový vítěz Tóth Balázs z Maďarska získali pouze 374 bodů. Úspěšnější polovina soutěžících dostává na CEOI medaili, přičemž zlaté, stříbrné a bronzové medaile se rozdělují v přibližném poměru 1 : 2 : 3. Na CEOI 2019 bylo uděleno celkem 5 zlatých, 9 stříbrných a 14 bronzových medailí. Středoevropská olympiáda v informatice je soutěží jednotlivců, žádné pořadí zúčastněných zemí v ní není vyhlašováno.

Naši reprezentující dosáhli následujících výsledků: 31. Jonáš Havelka, 157 bodů, 41. Jan Kaifer, 121 bodů, 46. Michal Pácal, 99 bodů, 49. Václav Janáček, 71 bodů. Nikdo z našich studentů tedy nezískal medaili.

Veškeré informace o soutěži, texty soutěžních úloh i podrobné výsledky soutěžících lze nalézt na Internetu na adrese <https://ceoi.sk/>.

Následující 27. ročník Středoevropské olympiády v informatice CEOI 2020 se bude konat v Maďarsku ve městě Nagykanizsa ve dnech 29. 6. až 5. 7. 2020. V roce 2021 by se měla CEOI konat v Chorvatsku.

60. mezinárodní matematická olympiáda

MICHAL ROLÍNEK

Institut Maxe Plancka, Tübingen

Mezinárodní matematická olympiáda se uskutečnila letos v červenci ve Velké Británii, a to již potřetí ve své historii. Soutěž hostilo studentské město Bath na jihozápadě Anglie a zúčastnilo se jí 621 soutěžících ze 112 zemí. Naši studenti dovezli čtyři bronzové medaile.

Jako první na místo přijeli vedoucí národních delegací, jejichž hlavním úkolem bylo z 32 připravených návrhů rozdělených do čtyř kategorií (algebra, kombinatorika, geometrie a teorie čísel) vybrat šestici úloh pro soutěž a shodnout se na bodovacích schématech k jednotlivým úlohám. Zadání vybraných úloh naleznete na konci této zprávy.

Soutěžící a pedagogičtí vedoucí přijeli do Británie o tři dny později. Ubytování byli na kolejích místní univerzity, kde také 16. a 17. července proběhla samotná soutěž. Soutěžící měli každý den 4,5 hodiny na řešení tří obtížných úloh. Za každou úlohu mohli získat až 7 bodů. Připomeňme, že zhruba polovina soutěžících si z olympiády doveze medaili, přičemž počet udělených zlatých (G), stříbrných (S) a bronzových (B) medailí je v přibližném poměru 1 : 2 : 3.

Českou republiku reprezentovali *Matěj Doležálek* z Gymnázia Dr. A. Hrdličky v Humpolci, *Karel Chwistek* z Mendelova Gymnázia v Opavě, *Václav Janáček* z gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně, *Lenka Kopfová* z Mendelova Gymnázia v Opavě, *Josef Minařík* z gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně a *Dominik Stejskal* z gymnázia v Krnově. Vedoucím týmu byl *Michal Rolínek*, Ph.D., z Institutu Maxe Plancka v Tübingenu a pedagogickým vedoucím *Josef Tkadlec* z IST Austria.

Přehled výsledků našich soutěžících uvádíme v tabulce:

Umístění	Body za úlohu						Cena
	1	2	3	4	5	6	
168.–213. Matěj Doležálek	7	1	0	7	7	0	22 B
168.–213. Lenka Kopfová	7	1	0	7	7	0	22 B
214.–244. Josef Minařík	7	0	0	7	7	0	21 B
245.–255. Václav Janáček	7	0	1	5	7	0	20 B
386.–401. Karel Chwistek	4	0	0	0	7	0	11 HM
402.–416. Dominik Stejskal	3	0	0	0	7	0	10 HM
Celkem	35	2	1	26	42	0	106

Český tým získal čtyři bronzové medaile (Matěj, Vašek, Lenka a Pepa) a dvě čestná uznání (Karel a Dominik), která se udělují za úplné vyřešení alespoň jedné úlohy. V neoficiálním pořadí států obsadila ČR 46. místo. Tento výsledek sice není oslnivý, je ale třeba dodat, že český tým zazářil při řešení páté soutěžní úlohy, za níž získal maximální možný počet 42 bodů. To se mimo první patnáctku podařilo již jen Německu a Kanadě.

Pro zajímavost uvádíme i výsledky slovenských soutěžících v samostatné tabulce:

Umístění	Body za úlohu						Body	Cena
	1	2	3	4	5	6		
55.–64. Michal Staník	7	1	7	7	7	0	29	S
168.–213. Martin Melicher	7	1	0	7	7	0	22	B
245.–255. Matej Urban	7	0	0	6	7	0	20	B
256.–266. Dávid Pásztor	7	2	0	5	5	0	19	B
345.–360. Marián Poturnay	7	0	0	0	7	0	14	HM
402.–416. Samuel Krajči	1	0	1	1	7	0	10	HM
Celkem	36	4	8	26	40	0	114	

Co se týče ostatních států, o prvenství se podělili tradiční giganti USA a Čína s jednobodovým náskokem před Jižní Koreou. Olympiáda se vydařila polskému týmu, který nejenže skončil již druhý rok po sobě v první desítkce, ale také dosáhl nebývalého úspěchu v individuální soutěži; Jan Fornal získal plný počet 42 bodů, a stal se tak (spolu s dalšími pěti soutěžícími) absolutním vítězem soutěže. Kompletní výsledky jsou dostupné na adrese: https://www.imo-official.org/year_country_r.aspx?year=2019

Celkové pořadí zúčastněných zemí, získané body a medaile:

	G	S	B	body		G	S	B	body
ČLR	6	0	0	227	Írán	1	2	3	145
USA	6	0	0	227	Kanada	1	1	4	144
Jižní Korea	6	0	0	226	Francie	0	2	4	142
KLDR	3	3	0	187	Mongolsko	1	1	3	141
Thajsko	3	3	0	185	Itálie	0	2	4	140
Rusko	2	4	0	179	Peru	0	3	1	137
Vietnam	2	4	0	177	Brazílie	0	2	4	135
Singapur	2	4	0	174	Turecko	1	1	3	135
Srbsko	3	1	2	171	Filipíny	0	1	5	129
<i>Polsko</i>	1	3	2	168	Německo	1	0	3	126
Maďarsko	1	3	2	165	Saudská Arábie	0	1	4	124
Ukrajina	1	4	1	165	Norsko	0	1	3	122
Japonsko	2	2	2	162	Bělorusko	0	2	2	119
Indonésie	1	4	1	160	Estonsko	0	1	4	118
Indie	1	4	0	156	Hongkong	0	1	3	117
Izrael	1	3	2	156	Nizozemsko	0	1	4	117
Rumunsko	1	2	3	155	<i>Slovensko</i>	0	1	3	114
Austrálie	2	1	3	154	Řecko	0	1	2	112
Bulharsko	0	5	1	152	Mexiko	0	1	3	111
Velká Británie	1	2	3	149	Chorvatsko	0	0	3	110
Tchaj-wan	1	2	3	148	Španělsko	0	0	5	110
Kazachstán	0	2	4	146	Slovinsko	0	2	1	109

	G	S	B	body		G	S	B	body
Gruzie	0	1	4	108	Albánie	0	0	0	37
Česká republika	0	0	4	106	Island	0	0	0	37
JAR	0	0	4	106	Panama (4)	0	0	1	37
Dánsko	0	1	2	105	Kostarika	0	0	0	34
Arménie	0	2	1	104	Pákistán (5)	0	0	1	34
Moldavsko	0	1	1	100	Trinidad	0	0	0	34
Ázerbájdžán	0	0	3	98	a Tobago				
Litva	0	0	3	96	Černá Hora (5)	0	0	0	33
Argentina	0	0	3	95	Ekvádor (5)	0	0	0	32
Portugalsko	0	1	1	93	Uruguay (5)	0	0	0	29
Macao	0	0	3	92	Kuba (2)	0	0	0	23
Švédsko	1	0	1	92	Chile (4)	0	0	0	20
Sýrie	0	1	1	92	Kyrgyzstán	0	0	0	19
Nový Zéland	0	0	2	89	Paraguay	0	0	0	18
Švýcarsko	0	0	3	89	Irák	0	0	0	17
Rakousko	0	0	4	84	Nepál	0	0	0	17
Bosna a Hercegovina	0	0	0	84	Nikaragua (2)	0	0	0	17
Tádžikistán	0	1	1	82	Egypt (4)	0	0	0	12
Uzbekistán	0	0	1	81	Ghana (4)	0	0	0	11
Maroko	0	0	1	80	Myanmar	0	0	0	11
Finsko	0	1	1	78	Kambodža	0	0	0	10
Kolumbie	0	0	2	77	Bolívie	0	0	0	9
Bangladéš	0	0	1	76	Lucembursko	0	0	0	9
Belgie	0	1	1	75	Dominikánská republika (5)	0	0	0	5
Srí Lanka	0	0	1	73	Uganda	0	0	0	5
Malajsie	0	0	2	71	Guatemala (3)	0	0	0	4
Irsko	0	1	0	61	Honduras (3)	0	0	0	3
Lotyšsko	0	0	0	56	Portoriko (1)	0	0	0	3
Turkmenistán	0	0	0	53	Tanzánie	0	0	0	3
Tunisko	0	0	0	48	Venezuela (2)	0	0	0	3
Kypr	0	0	0	47	Botswana (2)	0	0	0	2
Makedonie	0	0	0	47	Angola (2)	0	0	0	0
Alžírsko (5)	0	0	1	46	Keňa (2)	0	0	0	0
Salvádor (4)	0	0	2	45	Spojené arabské emiráty	0	0	0	0
Kosovo	0	0	0	43					

Je potěšující, že česká stopa byla na soutěži viditelná nejen mezi soutěžícími. Průvodcem českého týmu byl *Pavel Turek* (zlatý medailista z Brazílie z roku 2017), jako koordinátor se do soutěže zapojil *Vojtěch Dvořák* (držitel čestného uznání z Thajska z roku 2015) a zlaté medaile, jakožto zástupce sponzora, předával *Tomáš Protivínský* (bronzový medailista z poslední MMO ve Velké Británii z roku 2002).

Příští 61. ročník Mezinárodní matematické olympiády proběhne v ruském Petrohradu.

Závěrem uvádíme texty soutěžních úloh (v závorce je uvedena země, která úlohu navrhla).

1. Je dán ostroúhlý trojúhelník ABC s opsanou kružnicí Γ . Nechtě $\mathbb{Z}$ značí množinu celých čísel. Určete všechny funkce $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ takové, že pro libovolná celá čísla a, b platí

$$f(2a) + 2f(b) = f(f(a + b)).$$

(*Jihoafrická republika*)

2. Na stranách BC a AC trojúhelníka ABC leží po řadě body A_1 a B_1 . Body P a Q jsou zvoleny postupně uvnitř úseček AA_1 a BB_1 tak, že přímka PQ je rovnoběžná se stranou AB . Dále P_1 je bod na přímce PB_1 , pro nějž platí, že B_1 leží uvnitř úsečky PP_1 a zároveň $|\sphericalangle PP_1C| = |\sphericalangle BAC|$. Podobně bod Q_1 leží na přímce QA_1 tak, že A_1 leží uvnitř úsečky QQ_1 a zároveň platí $|\sphericalangle CQ_1Q| = |\sphericalangle CBA|$.

(*Ukrajina*)

3. Na sociální síti s 2019 uživateli jsou některé dvojice uživatelů přátelé, přičemž přátelství jsou vždy vzájemná. Vztahy v této síti se mohou měnit opakovaným provedením následující operace:

Tři uživatelé A, B, C splňující, že A se přátelí s B i C a zároveň že B a C nejsou přáteli, změní svá přátelství tak, že B se spřátelí s C a zároveň A ukončí svá přátelství s B i s C . Všechna ostatní přátelství zůstanou beze změn.

Na začátku je v síti 1010 uživatelů, z nichž každý má 1009 přátel, a 1009 uživatelů, z nichž každý má 1010 přátel. Ukažte, že existuje vhodná posloupnost uvedených operací, po jejímž provedení nemá žádný uživatel sítě více než jednoho přítele.

(*Chorvatsko*)

4. Nalezněte všechny dvojice kladných celých čísel (k, n) splňujících

$$k! = (2^n - 1)(2^n - 2)(2^n - 4) \cdots (2^n - 2^{n-1}).$$

(*Salvador*)

5. Banka města Bath vydává mince, na jejichž jedné straně je vyraženo písmeno H a na té druhé pak písmeno T . Pepa si n takových mincí postavil do řady zleva doprava a opakoval následující operaci: Ukazuje-li alespoň jedna mince H , pak Pepa obrátí k -tou minci zleva, kde k je počet mincí ukazujících H . Ukazují-li všechny mince písmeno T , posloupnost operací končí. Například pro $n = 3$ a počáteční konfiguraci THT by Pepa postupně získal $THT \rightarrow HHT \rightarrow HTT \rightarrow TTT$ a po těchto třech operacích by skončil.
- (a) Ukažte, že pro libovolnou počáteční konfiguraci je Pepa nucen skončit po konečném počtu kroků.
- (b) Pro každou počáteční konfiguraci C označme $L(C)$ počet operací, které Pepa provede, než je nucen skončit. Např. $L(THT) = 3$ a $L(TTT) = 0$. Pokud spočítáme hodnotu $L(C)$ pro každou z 2^n počátečních konfigurací, jaký bude aritmetický průměr všech spočítaných hodnot? (USA)
6. Necht I je střed kružnice ω vepsané ostroúhlému trojúhelníku ABC , v němž $|AB| \neq |AC|$. Body dotyku kružnice ω se stranami BC , CA a AB označme postupně jako D , E a F . Kolmice na přímkou EF vedená bodem D protne kružnici ω podruhé v bodě R . Dále pak P je druhý průsečík AR s kružnicí ω . Konečně označme Q druhý průsečík kružnic opsaných trojúhelníkům PCE a PBF .
- Dokažte, že průsečík přímek DI a PQ leží na kolmici vedené bodem A k přímce AI . (Indie)



MATEMATIKA – FYZIKA – INFORMATIKA
Časopis pro výuku na základních a středních školách
Ročník XXVIII (2019)

MATEMATIKA

T. Hrdlička, J. Švrček: O spirální podobnosti (s. 1) – *L. Honzík, J. Hora*: Dvě netradiční užití Hornerova schématu (s. 11) – *V. Moravcová, J. Robová, K. Pazourek*: Procházky (nejen) po krychli (s. 18) – *D. Vojtovičová*: Mezipředmětové vztahy v matematice (s. 30) – *J. Blažek, P. Leischner*: Jak souvisí Apolloniový kružnice s elipsou? (s. 81) – *L. Juklová, J. Švrček*: Důkazy a důkazové úlohy v planimetrii (s. 92) – *P. Surynková*: Geometrie pohybu I: Trajektorie bodů (s. 161) – *J. Blažek, P. Leischner*: Kuželosečky a Apolloniový kružnice (s. 175) – *Surynková, P.*: Geometrie pohybu II: Obálky křivek (s. 241) – *Š. Gergelitsová, T. Holan*: Problém s poštou (s. 250) – *P. Leischner*: Pes Elvis a piráti (s. 253) – Zajímavé matematické úlohy (s. 39, 102, 186, 261)

FYZIKA

R. Holubová: Využití mezipředmětových vztahů k motivaci žáků (s. 45) – *L. Dvořák, Z. Kamarádová*: Udělejte si sami: jednoduché aplikace polovodičů (nejen) pro ZŠ (s. 55) – *A. Kuřová, Č. Kodejška*: Videoexperimenty jako motivační prvek ve výuce fyziky (s. 105) – *M. Klátil, D. Jezbera*: Rentgenové záření ve škole i mimo školu 1 (s. 115) – *E. Svoboda*: Nové definice základních jednotek SI (s. 190) – *Č. Kodejška*: Náhrada Ruhmkorffova induktoru zdroji vysokého napětí (s. 201) – *M. Klátil, D. Jezbera*: Rentgenové záření ve škole i mimo školu 2 (s. 207) – *O. Lepil*: Učebnice fyziky a výuka na střední škole (s. 264) – *D. Mandíková, V. Karásková*: Sbírka úloh z fyziky pro základní školy a víceletá gymnázia aneb Fyzikální nápadník v novém kabátě (s. 283)

INFORMATIKA

P. Töpfer: Aritmetický průměr posloupnosti (Úlohy z MO kategorie P, 37. část) (s. 67) – *F. Frank, J. Frank*: Podpora informatického myšlení s využitím Lego robotů (s. 74) – *R. Bělohávek*: Fuzzy logika (s. 127) – *L. Spíchal*: Rozklad zlomků na zlomky kmenné pomocí Geogebra a softwaru SAS/STAT (s. 215) – *P. Töpfer*: Navlékání korálek (Úlohy z MO kategorie P, 38. část) (s. 229) – *M. Trněčka*: Moderní layout webových stránek (s. 294)

Z HISTORIE

B. Tesařík: Loránd Eötvös: maďarský vědec a sportovec, který jezdil přednášet (s. 307)

ZPRÁVY

J. Švrček: Ústřední kolo 68. ročníku Matematické olympiády kategorie A (s. 150) – *P. Töpfer*: Ústřední kolo 68. ročníku Matematické olympiády kategorie P (s. 154) – *L. Richterek*: Celostátní kolo Fyzikální olympiády 2019 (s. 157) – *J. Švrček*: 8. Evropská dívčí MO (EGMO) (s. 236) – *P. Töpfer*: Mezinárodní olympiáda v informatice IOI 2019 (s. 310) – *P. Töpfer*: Středoevropská olympiáda v informatice CEOI 2019 (s. 313) – *M. Rolínek*: 60. mezinárodní matematická olympiáda (s. 315)