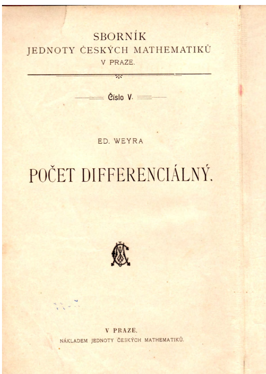
Z historie výuky infinitezimálního počtu 2

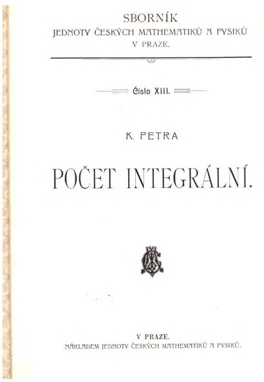
DAG HRUBÝ

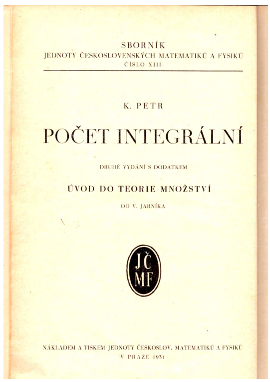
Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Tento text navazuje na článek [1], v jehož závěru bylo připomenuto vydání knihy Eduarda Weyra *Počet differenciálný* v roce 1902. Protože brzy po vydání této knihy Eduard Weyr zemřel (1903), nedošlo k vydání počtu integrálního, jak měl Weyr v úmyslu.

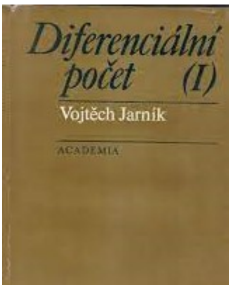
Knihu *Počet integrální*, která měla být pokračováním knihy Eduarda Weyra napsal na podnět JČMF *Karel Petr* (1868–1950). Byla vydána v roce 1915 nákladem JČMF. Jako zajímavost uvádím, že na straně 101 této učebnice se objevují následující pojmy: *konečné množství čísel, horní hranice množství číselného, dolní hranice množství číselného*. Zřejmě se jedná o první uvedení pojmu *množství* v učebnici matematické analýzy. Z toho lze usuzovat, že v roce 1915 byl pojem *die Menge (množina)* překládán do češtiny jako *množství*. Petrova kniha byla podruhé vydána v roce 1931, opět nákladem JČMF. Součástí tohoto druhého vydání je dodatek s názvem *Úvod do teorie množství*, který napsal, na žádost Karla Petra, Vojtěch Jarník. Jak uvádí v předmluvě Karel Petr, jedná se o první výklad teorie množství v české řeči.

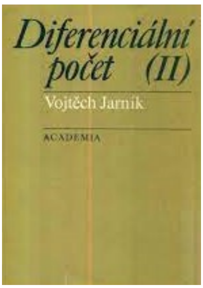






První vysokoškolskou učebnici, která se soustavně zabývá teorií množin napsal *Eduard Čech* (1893–1960). Kniha *Bodové množiny* byla vydána nákladem JČMF (Jednota československých matematiků a fysiků) v roce 1936. Na rozdíl od Vojtěcha Jarníka už nepoužívá pojem *množství*, ale pojem *množina*. Podle Karla Havlíčka (*Cesty moderní matematiky*, Horizont Praha 1976) se slovo *množství* špatně skloňuje a proto čeští matematici volili slovo *množina*, jehož pády jsou jasněji odlišeny koncovkami. V roce 1926 vychází nákladem JČMF kniha *Úvod do počtu diferenciálního*, kterou napsal *Miloš Kössler* (1884–1961). V předmluvě Kössler uvádí, že v knize jsou vynechány téměř všechny aplikace diferenciálního počtu v geometrii, fyzice a jiných přírodních vědách a odkazuje čtenáře na učebnici *Základy matematiky ke studiu věd přírodních a technických*, kterou napsal *Jan Vojtěch* (1879–1953). Vojtěchova kniha vyšla v sedmi vydáních v letech 1916 až 1946, dotisky posledních vydání v roce 1949. Jako pokračování Kösslerovy knihy vychází v roce 1938, nákladem JČMF, kniha *Úvod do integrálního počtu*, kterou napsal *Vojtěch Jarník* (1897–1970). V roce 1942 vydává JČMF v edici *Cesta k vědění, sv. 20* publikaci *Co je a nač je vyšší matematika?*, kterou napsal *Eduard Čech* (1893–1960). Úvodní část této knihy je věnována pojmu funkce, druhá část se zabývá spojitostí, limitou a derivací funkce, třetí část je věnována integrálu a poslední část se zabývá metodou postupného půlení, obecnými vlastnostmi spojitých funkcí a derivace a důkazem existence integrálu. Po válce, v roce 1946, vychází Jarníkův *Úvod do počtu diferenciálního*. Pokračováním této knihy je *Úvod do počtu integrálního*, který vychází v roce 1948. Tato kniha je podstatným rozšířením Jarníkovy knihy stejného názvu z roku 1938. Z učebnic vydaných v roce 1946 a 1948 vznikly postupně čtyři slavné Jarníkovy učebnice *Diferenciální počet I.* (7. vydání v roce 1984), *Diferenciální počet II.* (4. vydání v roce 1984), *Integrální počet I.* (6. vydání v roce 1984), *Integrální počet II.* (3. vydání v roce 1984).





V dalším textu se zaměřím na středoškolské učebnice matematiky, které byly vydány ještě v době Rakousko–Uherska. Jak bylo uvedeno v článku [1], infinitezimální počet se stal součástí osnov matematiky středních škol až po roce 1908 v důsledku Marchetovy reformy. V rámci této reformy byly vydány nové osnovy pro gymnázia, reálky, reálná gymnázia a reformní reálná gymnázia. První učebnice podle těchto nových osnov byly vydány v roce 1910. Dříve, než se k nim vyjádřím, rád bych připomněl některé publikace, které se zabývají infinitezimálním počtem a byly vydány před rokem 1908. V roce 1864 vyšla kniha *Přídavek k Algebře pro vyšší gymnasia* [2], kterou napsal *Václav Šimerka*, farář ve Slatině. Šimerkova kniha *Přídavek k Algebře pro vyšší gymnasia* je první česky psanou publikací, která obsahuje diferenciální a integrální počet. Původně byl tento text součástí jeho učebnice *Algebra čili počtářství obecné pro vyšší gymnasia* [3]. Na této knize začal pracovat na gymnáziu v Českých Budějovicích, kde působil v letech 1853–1862 jako suplent. Jeho šance na ustanovení c. k. profesorem byla na gymnáziu malá. Důvodem byly, jak uvádí K. Čupr [4], třenice mezi českou a německou národností a Šimerkova svobodomyslnost. Na svou vlastní žádost se stal 20. července 1862 farářem ve Slatině u Žamberka. Rukopis knihy *Algebra čili počtářství obecné pro vyšší gymnasia* odevzdal v květnu 1861 c. k. místodržitelství se žádostí, aby byl přijat za školní knihu. Po roce dostal rukopis zpět spolu se čtyřmi recenzemi. Jedna z nich, jak uvádí K. Čupr [4], od profesora Jandečky z Hradce Králové, byla velmi pochvalná, další dvě se držely ve vědeckých mezích, ale čtvrtá od německého profesora Macka z Malostránského gymnázia v Praze překypovala žlučí, bezpochyby proto, že kniha od Čecha sepsána byla. Ministerstvo souhlasilo s tím, aby rukopis měl právo učebné knihy, ale bez diferenciálního a integrálního počtu. Žáci by tím prý byli přetíženi. Šimerka se proto rozhodl vydat infinitezimální počet samostatně. Původně měl vydat tuto knihu knihtiskař Augusta z Litomyšle, se kterým Šimerka vše projednal na podzim 1862. Rukopis byl vytištěn, ale bez tří prvních archů, protože v tiskárně neměli zlomkové písmo. Brzy na to udělal Augusta bankrot a ujel do Ameriky. Šimerka zatím našel prostřednictvím G. Skřivana, profesora na pražské technice (spolupracovník F. J: Studničky), jiného nakladatele, dr. E. Grégra, který knihu *Přídavek k Algebře pro vyšší gymnasia* v roce 1864 vydal. K. Čupr v roce 1914 napsal [4]: „Pokus Šimerkův nelze nazvati zdařilým, jest příliš stručný a učený, než aby mu středoškolský student mohl porozuměti. Ani výběr látky není šťastně volen, jest jí příliš mnoho. Z každé stránky jest patrno, že jest to učebnice knižní, nezaložená na zkušenosti získané ve škole.“ Z druhé strany je nutno poznamenat, že Šimerka svojí knihou předběhl dobu.

Václav Šimerka

Josef Úlehla

Pozoruhodnou událostí v roce 1906, týkající se infinitezimálního počtu, bylo vydání knihy *Infinitesimální počet*, kterou napsal *Josef Úlehla* [5], významný moravský pedagog, učitel na obecních a měšťanských školách. Josefem Úlehlou a jeho knihou se zabývá ve své práci Lukáš Vízek [6]. Připomínám, že v roce 1906 byly k dispozici česky psané učebnice matematické analýzy F. J. Studničky a E. Weyra, které však byly určeny pro studium na vysokých školách. Pro středoškoláky existovala pouze neschválená učebnice V. Šimerky, kterou pokládá J. Úlehla za příliš stručnou. Podle L. Vízka [6] Úlehlova kniha nevyvolala zájem odborné matematické veřejnosti, nebyly zaznamenány ani žádné rekace ze strany Jednoty českých matematiků, jejímž byl činným členem. L. Vízek dohledal pouze tři nepodepsané recenze a to v časopisech *Komenský, Škola měšťanská a Pedagogické rozhledy*. Úlehlova kniha se dočkala druhého vydání a to v roce 1944 [7]. Z této knihy jsem vybral následující úlohu:

Hodnota zlomku $\frac{0}{0}$

Zlomek $y = \frac{x^4-81}{4x^2-36}$ bude pro $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$ míti hodnoty $y = 2\frac{1}{4}, 2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{4}, \frac{0}{0}, 6\frac{1}{4}, \ldots$ Viděti, že y také pro $x = 3$ má určitou hodnotu. Kterou? y jest zlomek, jehož čitatel a jmenovatel jsou funkce proměnné x. Smíme psáti $y = \frac{fx}{Fx}$. Hodnota tohoto zlomku se nezmění, zvětší-li se čitatel i jmenovatel o veličinu nekonečně malou, o svůj diferenciál. Pak bude $y = \frac{fx+dfx}{Fx+dFx}$, a když se stane, že bude $fx = 0$ i $Fx = 0$, bude $y = \frac{dfx}{dFx} = \frac{f'xdx}{F'xdx} = \frac{f'x}{F'x}$. Zde je $fx = x^4 - 81$, $f'x = 4x^3$, $Fx = 4x^2 - 36$, $F'x = 8x$. Pro $x = 3$ jest pak $y = \frac{x^2}{2} = \frac{9}{2}$.

I když není cílem tohoto článku věnovat se německy psaným textům, učiním jednu výjimku. Významným středoškolským profesorem, který působil na německých školách v Prostějově, Olomouci a ve Vídni byl *Ludwig Erik Tesař* (1879–1968), někdy také Tesar. Studoval matematiku a fyziku na technice a univerzitě ve Vídni. Vedle matematiky a fyziky se zabýval teorií umění, kulturní kritikou a psal sociálně-filozofické eseje. Byl respektovanou osobností v oblasti reformní pedagogiky a členem spolku *Deutsche Mittelschule für Nordmähren in Olmütz*. V době, kdy vyučoval matematiku a fyziku na německé reálce v Olomouci (K. k. deutsche Staats–Realschule, Olmütz) napsal knihu [8], která se zabývá diferenciálním a integrálním počtem. Podrobnou recenzi této knihy napsal B. Bydžovský pro *Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky*, Vol. 36 (1907), No. 2, 157–160. Své názory na zavedení infinitezimálního počtu do středních škol vyjádřil Tesař v článku [9].

Ludwig Tesař

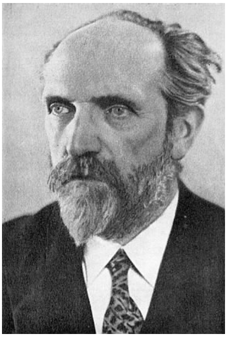
Před Marchetovou reformou patřila mezi nejznámější učebnice *Algebra vyšším třídám středních škol českých*, kterou napsal *Emanuel Taftl* (1842–1920). Tato kniha se dočkala sedmi vydání (1883, 1885, 1887, 1892, 1901, 1903, 1907). Poslední tři přepracoval *Hynek Soldát* (1850–1915). V této učebnici a v učebnici *Algebra pro vyšší reálky* z roku 1892, kterou napsal *František Hoza* (1843–1914) jsou zmíněny pojmy maximum a minimum v souvislosti s kvadratickou rovnicí. Pojem funkce nebyl do výuky matematiky v té době ještě zaveden. Z Taftlovy učebnice z roku 1907 jsem vybral následující úlohy:

1. Danou délku a rozděliti je na dvě úsečky tak, aby součet jich čtverců byl veličinou stálou (s^2). Jak dlouhé jsou úsečky ty? Kdy bude součet čtverců nejmenší?

2. Do trojúhelníku o podstavě a a výšce v vepsán jest obdélník, jehož plocha je q^2, tak, že jedna jeho strana je na podstavě trojúhelníka. Které jsou strany obdélníka? Kdy bude obdélník obsahem největší?

3. Který obdélník má při určitém obvodu ($2s$) největší plochu, a který při určité ploše (a^2) nejmenší obvod?

Po roce 1908 se do vydávání nových učebnic matematiky výrazně zapojila Jednota českých matematiků. Na návrh Karla Petra a Bohumila Kučery byly zřízeny dvě komise, matematická a fyzikální, které se poprvé sešly 26. dubna 1909. Jejich hlavním úkolem bylo vybrat autory nových učebnic a zajistit jejich přísné recenzní řízení. Za autory učebnic matematiky byli vybráni: *Bohumil Bydžovský* (1880–1969), *Ladislav Červenka* (1874–1947), *Jan Vojtěch* (1879–1953), *Miloslav Valouch* (1878–1952).



Bohumil Bydžovský

Miloslav Valouch

Jan Vojtěch

V letech 1910–1912 byly vydány na základě nových osnov z let 1908–1909 následující učebnice matematiky:

BYDŽOVSKÝ, Bohumil. *Arithmetika pro IV. a V. třídu gymnasií a reálných gymnasií.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 11. června 1910, č. 16.102. Praha: Jednota českých mathematiků, 1910.

BYDŽOVSKÝ, Bohumil. *Arithmetika pro IV. třídu škol reálných.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 14. května 1910, č. 15.654. Praha: Jednota českých mathematiků, 1910.

BYDŽOVSKÝ, Bohumil. *Arithmetika pro VI. a VII. třídu gymnasií a reálných gymnasií.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 27. února 1911, č. 6903. Praha: Jednota českých mathematiků, 1911.

BYDŽOVSKÝ, Bohumil. *Arithmetika pro V. až VII. třídu reálek.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 16. března 1911, č. 8667. Praha: Jednota českých mathematiků, 1911.

ČERVENKA, Ladislav. *Arithmetika pro I. třídu středních škol.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 22. dubna 1910, č. 11.267. Praha: Jednota českých mathematiků, 1910.

ČERVENKA, Ladislav. *Arithmetika pro II. třídu středních škol.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 27. srpna 1910, č. 30.330. Praha: Jednota českých mathematiků, 1910.

ČERVENKA, Ladislav. *Arithmetika pro III. třídu středních škol.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 11. května 1911, č. 20847. Praha: Jednota českých mathematiků, 1911.

VOJTĚCH, Jan. *Geometrie pro IV. třídu gymnasií.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 11. června 1910, č. 20.212. Praha: Jednota českých mathematiků, 1910.

VOJTĚCH, Jan. *Geometrie pro IV. třídu reálek.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 11. června 1910, č. 23.224. Praha: Jednota českých mathematiků, 1910.

VOJTĚCH, Jan. *Geometrie pro V. třídu gymnasií.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 8. října 1910, č. 32.418. Praha: Jednota českých mathematiků, 1910.

VOJTĚCH, Jan. *Geometrie pro V. třídu reálných gymnasií.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 8. října 1910, č. 32.418. Praha: Jednota českých mathematiků, 1910.

VOJTĚCH, Jan. *Geometrie pro V. třídu reálek.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 4. ledna 1911, č. 49.813. Praha: Jednota českých mathematiků, 1911.

VOJTĚCH, Jan. *Geometrie pro VI. třídu gymnasií a reálných gymnasií.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 20. března 1911, č. 5701. Praha: Jednota českých mathematiků, 1911.

VOJTĚCH, Jan. *Geometrie pro VI. třídu reálek.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 20. března 1911, č. 11.731. Praha: Jednota českých mathematiků, 1911.

VOJTĚCH, Jan. *Geometrie pro VII. třídu gymnasií a reálných gymnasií.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 10. ledna 1912, č. 49.187. Praha: Jednota českých mathematiků, 1912.

VOJTĚCH, Jan. *Geometrie pro VII. třídu reálek.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 10. ledna 1912, č. 49.187. Praha: Jednota českých mathematiků, 1912.

VALOUCH, Miloslav. *Měřictví pro I. třídu středních škol.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 9. června 1910, č. 23.488. Praha: Jednota českých mathematiků, 1910.

VALOUCH, Miloslav. *Měřictví pro II. třídu gymnasií a reálných gymnasií.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 29. srpna 1910, č. 34.312. Praha: Jednota českých mathematiků, 1910.

VALOUCH, Miloslav. *Měřictví pro II. třídu škol reálných.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 29. srpna 1910, č. 34.312. Praha: Jednota českých mathematiků, 1910.

VALOUCH, Miloslav. *Měřictví pro III. třídu gymnasií a reálných gymnasií.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 11. července 1911, č. 28009. Praha: Jednota českých mathematiků, 1911.

VALOUCH, Miloslav. *Měřictví pro III. třídu škol reálných.* Schváleno výnosem ministerstva kultu a vyučování 11. července 1911, č. 28009. Praha: Jednota českých mathematiků, 1911.

Tyto učebnice se staly nejpoužívanějšími učebnicemi na gymnáziích a reálkách až do roku 1950. Vedle těchto učebnic byly vydávány tzv. pomocné knihy, které podle výnosu ministerstva kultu a vyučování ze dne 18. března 1912, č. 13 237 nepotřebují schválení ministerstva. Matematiky se týkají následující publikace:

BYDŽOVSKÝ, Bohumil a Jan VOJTĚCH. *Mathematika pro nejvyšší třídu gymnasií a reálných gymnasií.* Praha: Jednota českých mathematiků, 1912.

BYDŽOVSKÝ, Bohumil a Jan VOJTĚCH. *Mathematika pro nejvyšší třídu reálek.* Praha: Jednota českých mathematiků, 1912.

BYDŽOVSKÝ, Bohumil a Jan VOJTĚCH. *Sbírka úloh z matematiky.* Praha: Jednota českých mathematiků, 1912. Sbírka byla vydána jv roce 1948 ve 4. vydání za spolupráce Stanislava Teplého a Františka Vyčichla pod názvem *Sbírka úloh z matematiky pro IV.–VIII. třídu středních škol.*

Protože nás zajímá učivo, které se týká infinitezimálního počtu, vybral jsem ukázku z učebnice B. Bydžovského *Arithmetika pro V. až VII. třídu škol reálných* (1911). Na stranách 122–124 je kapitola s názvem *Sečna, tečna paraboly.*

Buďtež oba body M, M_1 dány na parabole o rovnici $y = ax^2 + bx + c$. Budiž $x_1 = x + \Delta x, y_1 = y + \Delta y$, t. j. $\Delta x = x_1 - x$, $\Delta y = y_1 - y$. Pokládejme (x, y) za pevné hodnoty; pak Δx je přírůstek proměnné, Δy příslušný přírůstek její funkce. Směrnice přímky určené body M, M_1 je $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ t. j. rovna podílu obou přírůstků. Ježto body M, M_1 leží na parabole, vyhovují jejich souřadnice rovnici paraboly, t. j. $y = ax^2 + bx + c, y_1 = ax_1^2 + bx_1 + c$. Odečtením obdržíme

$$y_1 - y = \Delta y = a(x_1^2 - x^2) + b(x_1 - x) = a\Delta x(x + x_1) + b\Delta x.$$

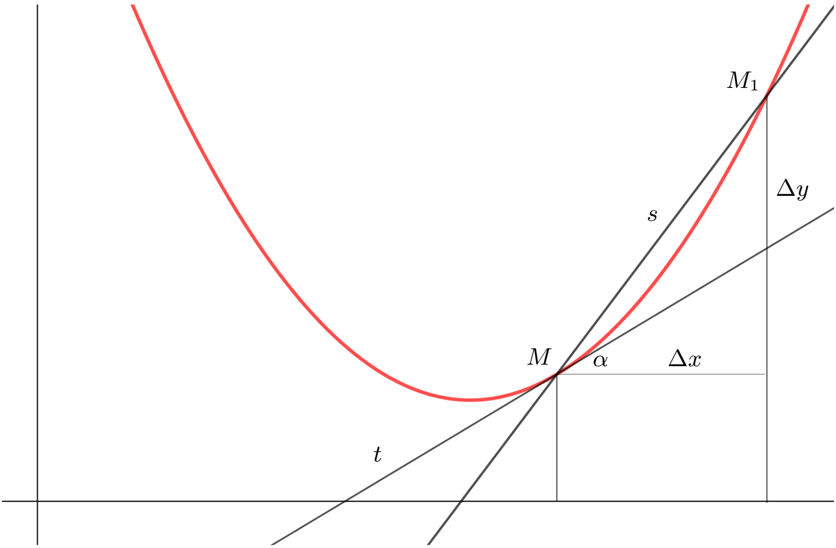
Dosadíme-li do výrazu pro směrnici:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = a(x + x_1) + b = 2ax + b + \Delta x.$$

Představme si, že bod M_1 se pohybuje po parabole a blíží se bodu M *neomezeně*, t. j. tak, že délka obloučku MM_1 se stává menší než délka libovolně malá. Pak přimka MM_1 se otáčí kol bodu M a blíží se přitom neomezeně určité *mezné* poloze, ve které ji nazýváme – jak známo – tečnou. Zároveň Δx se blíží neomezeně 0 a totéž se děje s Δy; avšak poměr $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ značí stále směrnici sečné, a když sečna se blíží k tečné, blíží se tento poměr určité m e z n é hodnotě, totiž směrnici tečné. Avšak z hořejší rovnice vysvítá, že když Δx se blíží k 0, blíží se $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ hodnotě $2ax + b$; je tedy $\operatorname{tg} \alpha = 2ax + b$ *směrnice tečné*. Pravíme, že výraz $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ blíží se *mezi (limitě)* rovné $2ax + b$, když Δx se blíží nulle; píšeme

$$\lim_{\Delta x = 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2ax + b$$

a čteme: *limes* $\frac{\Delta y}{\Delta x}$*, když* Δx *se blíží nulle* (stručněji, avšak méně přesně: pro $\Delta x = 0$).



Obr. 1

Porovnáme-li výsledek této úvahy s výsledkem odst. 120 (v tomto odstavci byla zkoumána funkce $y = ax^2 + bx + c$ a výraz $2ax + b$ označen jako derivace kvadratické funkce), můžeme vyslovit větu: *Derivace kvadratické funkce pro určitou hodnotu proměnné je rovna směrnici tečné v příslušném bodu paraboly funkci graficky znázorňující.* Výraz $\lim \frac{\Delta y}{\Delta x}$ označujeme stručně y'; jinak také $\frac{dy}{dx}$, při čemž však tento výraz nutno pokládati zase za pouhý znak, nikoliv za zlomek, jehož čitatel by byl dy atd. Tvarem zlomku označujeme právě, že tento výraz vznikl jako mez zlomku $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Vzhledem k tomu bývá derivace nazývána také *differenciálným poměrem.*

Pozorného čtenáře může překvapit, že žádná z výše uvedených učebnic nemá v názvu, že je určena pro reformní reálné gymnázium. Vysvětlení je poměrně jednoduché. I když existence těchto gymnázií byla možná od roku 1908, tak před první světovou válkou byla v Čechách, na Moravě a ve Slezsku jen dvě německá reformní reálná gymnázia (Nový Bohumín, Vrchlabí). Třetí reformní reálné gymnázium, rovněž německé, vzniklo v Jeseníku v roce 1918 [10].

Po roce 1918 postupně docházelo k tvorbě učebnic od dalších autorů. Mezi známější patřili *Karel Šilháček* 1882–1957), *Hynek Sechovský* (1882–1935), *Josef Vinš* (1872–1956), *Jindřich Muk* (1871–1945), *Stanislav Teplý* (1878–1929), *František Vyčichlo* (1905–1958). Učivo z infinitezimálního počtu bylo zastoupeno jak v učebnicích aritmetiky, tak v učebnicích geometrie. Ke změnám došlo v souvislosti s vydáním nových osnov středních škol v roce 1933 (Dérerova reforma). Výuka infinitezimálního počtu byla omezena na reformní reálná gymnázia a reálky.

Literatura

[1] *Hrubý, D.*: Z historie výuky infinitezimálního počtu. MFI, roč. 30 (2021), č. 2, s. 96–105.

[2] *Šimerka, V.*: Přídavek k Algebře pro vyšší gymnasia. Dr. E. Grégr, Praha, 1864.

[3] *Šimerka, V.*: Algebra, čili, Počtářství obecné pro vyšší gymnasia. Dr. E. Grégr, Praha, 1863.

[4] *Čupr, K.*: Málo známé jubileum. Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. 43 (1914), č. 3–4, s. 482–489.

[5] *Úlehla, J.*: Počet infinitesimální. Dědictví Komenského, Praha, 1906.

[6] *Vízek, L.*: Život a dílo Josefa Úlehly. Disertační práce. Univerzita Karlova, MFF, Katedra didaktiky matematiky, Praha, 2017.

[7] *Úlehla, J.*: Vyšší matematika bez učitele. Počet infinitesimální. Česká grafická unie, Praha, 1944.

[8] *Tesar, L.*: Elemente der Differential und Integralrechnung. Hilfsbuch für den mathematischen Unterricht zum gebrauche an höheren Lehranstalten. B. G. Teubner, Leipzig, 1906.

[9] *Tesar, L.*: Zur Frage der Behandlung der Infinitesimalrechnung im Mittelschulunterricht. Zeitschrift für das Realschulwesen, 30, 1905.

[10] *Bulíř, M.*: Gymnázia a školy gymnaziálního typu. Retrospektiva let 1788–1990. Český statistický úřad, Praha, 1992.