Příloha časopisu
MATEMATIKA – FYZIKA – INFORMATIKA
Ročník 31 (2022), číslo 4

Úlohy I. kola (domácí část) 64. ročníku FO (kategorie A–G)

http://fyzikalniolympiada.cz/

1. Tepelný stroj s obráceným Carnotovým cyklem

Tepelný stroj pracuje podle ideálního obráceného Carnotova cyklu. Odebírá přitom teplo chladiči, ve kterém jsou $m_1 = 3,0$ kg vody o teplotě $t_1 = 30$ °C, a předává teplo ohřívači, který obsahuje $m_2 = 1,0$ kg vody zahřáté na teplotu varu $t_2 = 100$ °C.

a) Kolik vodní páry vznikne v ohřívači, klesne-li teplota vody v chladiči na 0 °C? Jakou práci W_1 přitom musí vykonat motor, který tepelný stroj udržuje v chodu?

b) Jaká bude teplota chladiče, když se všechna voda v ohřívači přemění v páru?

c) S jakou účinností pracuje tepelný stroj?

Průběh změny teploty vody v chladiči můžeme ve fázích, kdy se teplota mění, považovat za lineární. Pro účinnost obráceného Carnotova cyklu platí

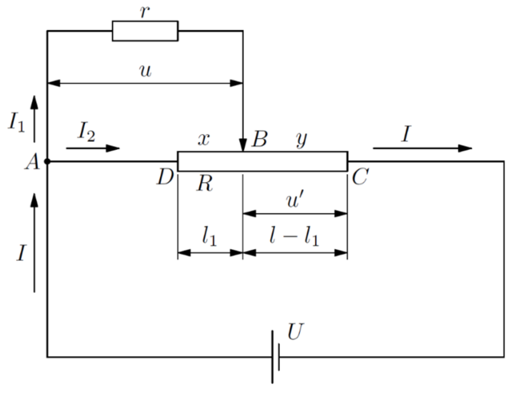
$$\eta = \frac{W}{Q_2} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2},$$

kde W je práce, kterou musí dodat motor tepelného stroje, Q_1 je teplo odebrané chladiči a Q_2 teplo odevzdané ohřívači.

Měrná tepelná kapacita vody $c_1 = 4{,}2\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, měrná tepelná kapacita ledu $c_2 = 2{,}1\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_t = 334\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$, měrné skupenské teplo vypařování vody $l_v = 2\,260\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$.

2. Reostat

Posuvný reostat o odporu R je zapojen jako potenciometr na konstantní napětí U. Paralelně k části reostatu o odporu x je zapojen spotřebič o odporu r (obr. 1).



Obr. 1

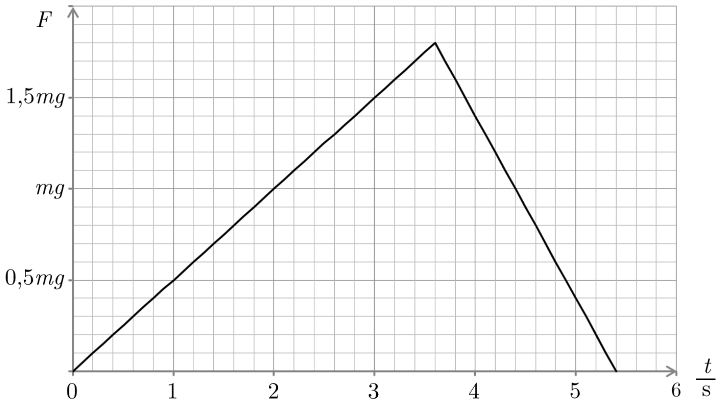
a) Stanovte hodnotu nerozvětveného proudu I.
b) Stanovte závislost napětí u na odporu r.
c) Jak velký je odpor x, je-li $u = \frac{U}{2}$, a jaký je v tomto případě proud I?
d) Je možno za odpor r použít spotřebič 110 V/242 W, je-li posuvný reostat R (150 Ω, 2,5 A) zapojen na konstantní napětí $U = 220$ V?

3. Raketa modeláře

Modelář vyvinul raketový model, jehož závislost tahové síly na čase udává graf. Raketa startuje svisle vzhůru a pohybuje se po přímočaré trajektorii. Pro popis pohybu zvolme osu y orientovanou svisle vzhůru s počátkem v místě startu. Odpor vzduchu zanedbejte.

Sestrojte na časovém intervalu od okamžiku zážehu do okamžiku dopadu rakety na zem závislost $a = a_y(t)$ souřadnice zrychlení rakety na čase, závislost $v_y = v_y(t)$ souřadnice rychlosti rakety na čase a závislost $y = y(t)$ souřadnice okamžité výšky rakety na čase.

Grafy je možné seskupit do jednoho obrázku. Na každém úseku odvoďte analytickou funkci (funkční předpis) veličiny, pro jednoduchost je možné každý časový interval začínat nulovým časem. Tahová síla je uvedena v násobku tíhové síly mg, kde $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.



Obr. 2

4. Záchyt neutronu

Záchytem pomalého neutronu jádrem lithia vznikne jádro tritia a jádro hélia:

$$^1_0n + {}^6_3\mathrm{Li} \rightarrow {}^3_1\mathrm{H} + {}^4_2\mathrm{He},$$

přičemž uvolněná jaderná energie $\Delta E = 4{,}8$ MeV se projeví jako kinetická energie vzniklých jader. Kinetická energie částic vstupujících do reakce je zanedbatelná. Hmotnosti jader považujte za přímo úměrné počtu nukleonů.

a) Určete v jednotkách MeV kinetickou energii E_1 jádra tritia a kinetickou energii E_2 jádra helia.
b) Určete velikost rychlosti rychleji letícího jádra. Řešte klasicky a relativisticky, výsledky vzájemně porovnejte a porovnejte je s rychlostí světla ve vakuu. Za hmotnost nukleonu považujte přibližnou hodnotu $m_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.

5. Optika

Svazek rovnoběžných paprsků vyvolá při kolmém dopadu na plochu osvětlení E_0. Tento svazek dopadá kolmo na podstavu o poloměru R skleněného válce s indexem lomu n. Druhá podstava válce je zbroušena do kuželové plochy, jejíž povrchové přímky svírají s podstavou velmi malý úhel φ.

a) Určete funkční závislost $S = S(x)$ plošného obsahu světelného obrazce na stínítku na vzdálenosti x stínítka od vrcholu kuželové plochy.
b) Stínítko umístíme kolmo k ose válce v místě, kde má světelná stopa nejmenší rozměr (nejmenší obsah). Určete funkční závislost $E = E(r)$ osvětlení stínítka na vzdálenosti r od osy x. Určete též osvětlení okraje a středu světelné stopy.

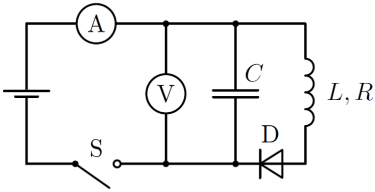
Můžete využít vztah $\sin a \cong a$ pro $|a| \ll 1$.

6. Experimentální úloha: Měření indukčnosti cívky

Úkoly:

a) Sestavte obvod podle obr. 3. Použijte zdroje o napětí přibližně 5 V (například plochou baterii), cívku 1200 závitů z rozkladného transformátoru, výkonovou diodu, stejnosměrný ampérmetr, stejnosměrný voltmetr, kvalitní kondenzátor o kapacitě alespoň 8 μF (ne elektrolytický) a páčkový spínač. Měření proveďte:
   - na cívce s uzavřeným jádrem,
   - na cívce s rovným jádrem,
   - na cívce bez jádra.

   Kapacitu kondenzátoru změřte některou běžnou metodou (např. pomocí voltmetru a ampérmetru v obvodu střídavého proudu). Voltmetr by měl mít co největší odpor a rozsahy, např. 20 V a 200 V.
b) Při sepnutém spínači změřte proud I procházející cívkou a napětí U_1 na kondenzátoru. Pak přepněte voltmetr na vyšší rozsah (používáte-li ručkový přístroj, změňte také jeho polaritu) a rozepněte spínač. Dojde k překmitnutí obvodu LC a na kondenzátoru se objeví velké napětí opačné polarity, které se bude zvolna zmenšovat v důsledku vybíjení kondenzátoru přes voltmetr. Změřte napětí U_2 bezprostředně po rozepnutí spínače. Pro každý typ cívky měření několikrát zopakujte .
c) Odvoďte vztah pro výpočet indukčnosti cívky z kapacity C kondenzátoru, napětí U_1, U_2 a proudu I. Ztráty energie během překmitnutí na odporu cívky a na diodě zanedbejte.
d) Vypočtěte indukčnosti cívky s uzavřeným jádrem, s rovným jádrem a bez jádra.



Obr. 3

7. Krychle v pohybu

Plná homogenní krychle o hmotnosti m a délce hrany d stojí na hraně v rovnovážné poloze vratké. Nepatrným impulzem se začne kolem hrany překlápět, přičemž během celého pohybu zůstává otočná hrana fixována k podložce.

a) Určete závislost úhlové rychlosti ω na úhlu otočení φ.

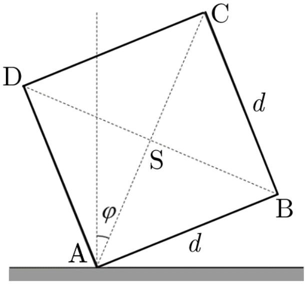
b) Určete závislost normálového zrychlení a_n a tečného zrychlení a_t protilehlé hrany krychle (v průmětu bodu C) na úhlu φ a jejich maximální hodnoty $a_{n,\max}$, $a_{t,\max}$.

c) Určete závislost úhlové rychlosti ω na úhlu otočení φ, jestliže hrana nebude na podložku fixována a podložka bude dokonale hladká (součinitel smykového tření mezi krychlí a podložkou je nulový).

d) Určete v případě c) velikost dopadové rychlosti sousední hrany (v průmětu bodu B).

Moment setrvačnosti plné homogenní krychle o hmotnosti m a délce hrany d vzhledem k ose procházejí hmotným středem a kolmé ke dvojici vzájemně rovnoběžných stěn je $J_{\mathrm{S}} = \frac{1}{6}md^2$.

Na obrázku je průmět krychle v okamžité poloze určené úhlem φ během jejího pohybu.



Obr. 4

Úlohy 1. kola 64. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

1. Akcelerometr

Pro měření zrychlení pohybu tělesa, které se pohybuje po vodorovné podložce podél osy x, můžeme použít akcelerometr, který má tvar U-trubice (obr. 1) částečně zaplněné vodou nebo jinou kapalinou se zanedbatelnou viskozitou. Vodorovná základna U-trubice má délku l, která je mnohem větší, než průměr trubice. Oba horní konce U-trubice jsou otevřené a postranní ramena trubice jsou dostatečně dlouhá, takže kapalina nepřeteče. Pokud je těleso v klidu, sahá kapalina v postranních ramenech do výšky h. Při rovnoměrně zrychleném pohybu tělesa v kladném směru osy x se hladina v jednom z ramen zvýší o Δh,ve druhém ramenu se o stejnou hodnotu sníží.

a) Ve kterém rameni se hladina zvýší? Vyjádřete zvýšení hladiny Δh jako funkci velikosti zrychlení a tělesa při rovnoměrně zrychleném pohybu. Zvažte i možnost, že zrychlení bude tak velké, že hladina kapaliny se z jednoho sloupce přesune do vodorovné části trubice. Také pro tento případ vyjádřete Δh jako funkci a. Řešte obecně.

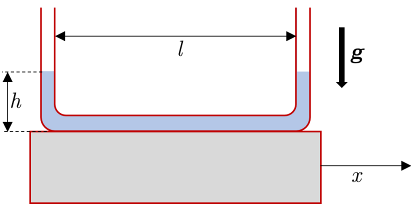
b) Pro zrychlení v mezích od 0 do 11 $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ nakreslete graf závislosti zvýšení hladiny Δh na velikosti zrychlení a tělesa.

Dále budeme uvažovat podobné zařízení, které má pouze jedno rameno nahoře otevřené a spodní vodorovná část trubice bude z druhé strany uzavřená (obr. 2).

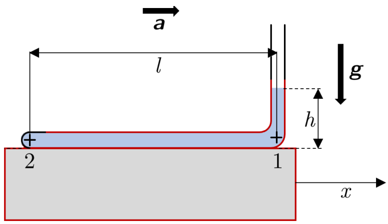
c) Jaký bude tlak kapaliny v místě ohybu trubky (1) a jaký bude tlak kapaliny v místě, kde je trubice uzavřená (2), pohybuje-li se trubice se zrychlením a doprava? Řešte obecně.

d) Trubice se pohybuje doleva. Při jakém zrychlení a_1 se kapalina přestane dotýkat uzavřeného konce trubice? Řešte obecně a pak určete číselnou hodnotu a_1, jestliže kapalinou v trubici je voda.

Pro číselné vyjádření pracujte s hodnotami: $l = 1{,}0$ m, $h = 0{,}20$ m, $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, hustotou vody $\rho_v = 1{,}00 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ a atmosférickým tlakem $p_a = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa.



Obr. 1



Obr. 2

2. Hranolek na kruhové desce

Kruhová vodorovná deska s poloměrem $R = 0{,}25$ m se může otáčet kolem své svislé rotační osy. Pružina s tuhostí $k = 5{,}0\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$ a délce $l_0 = 5{,}0$ cm je upevněna jedním koncem k ose rotace a její radiálně orientovaná osa je vzhledem k desce nehybná. Na druhém konci pružiny je upevněn hranolek o hmotnosti $m = 0{,}10$ kg, jehož rozměry jsou v porovnání s délkou pružiny zanedbatelné (obr. 3). Rovina desky je ve výšce $H = 0{,}80$ m nad zemí.

a) Deska je nejprve v klidu. Vzdálenost hranolku od osy postupně zvětšujeme. Až do vzdálenosti $l_1 = 7{,}0$ cm zůstává hranolek v klidu, teprve při této vzdálenosti se pohne směrem ke středu kotouče. Určete součinitel tření f mezi deskou a hranolkem.

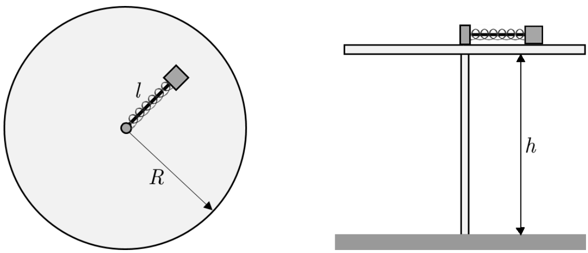
b) Deska se nyní otáčí s úhlovou frekvencí $\omega_1 = 5{,}0\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$. Nakreslete společný graf závislosti velikostí setrvačné odstředivé síly a síly pružnosti na vzdálenosti l od osy otáčení.

c) V jakých vzdálenostech od osy otáčení (l_2 nejblíže k ose, l_3 nejdále od osy) se nyní může hranolek nacházet v klidu vzhledem k desce?

Předpokládejme nyní, že deska je hladká a tření můžeme zanedbat.

d) S jakou úhlovou frekvencí ω_2 se musí deska otáčet, aby se hranolek dostal až na její okraj?

e) Hranolek, nacházející se na okraji otáčející se desky, se náhle uvolní. V jaké vzdálenosti od půdorysu desky dopadne hranolek?



Obr. 3

Řešte nejprve obecně, pak pro zadané hodnoty. Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, součinitel smykového tření v části a), b) a c) považujte za stálý. Při obecném řešení předpokládejte, že úhlová rychlost splňuje podmínku $k > m\omega^2$.

3. Válec s pískem

Válcová nádoba uzavřená víkem má průměr d, výšku h a hmotnost m. Do nádoby můžeme nasypat jemný písek do libovolné výšky v ($0 < v \leq h$). Písek ve zcela zaplněné nádobě má hmotnost M. Nádobu postavíme na protiskluzovou rovinnou podložku s měnitelným úhlem sklonu α vzhledem k vodorovné rovině. Nádoba je vždy uzavřená víkem a rovná hladina písku zůstává rovnoběžná s víkem a s dnem nádoby. Tloušťka pláště, dna a víka je všude stejná a je zanedbatelná vzhledem k rozměrům nádoby.

a) Jaký může být nejvýše úhel α_0 sklonu podložky, aby se prázdná nádoba s víkem na podložce nepřekotila?
b) Jaký může být nejvýše úhel α_1 sklonu podložky pro danou výšku v_1 hladiny písku, aby se nádoba s pískem nepřekotila?
c) Určete, při jaké výšce $v_{\max}$ hladiny písku můžeme podložku maximálně naklonit, aniž by došlo k převrácení nádoby. Jaký úhel $\alpha_{\max}$ bude této výšce odpovídat?

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $d = 10$ cm, $h = 40$ cm, $m = 0{,}25$ kg, $M = 5{,}5$ kg, $v_1 = 28$ cm.

4. Srážka s družicí

Družice obíhá kolem Země po kružnici o neznámém poloměru r. Oběžná doba družice je T_1. V téže rovině se po elipse pohybuje těleso z kosmického smetí. Perigeum tělesa je ve vzdálenosti r a apogeum ve vzdálenosti $5r/3$ od středu Země. V perigeu dojde ke srážce obou těles, přičemž vektory rychlosti mají stejný směr.

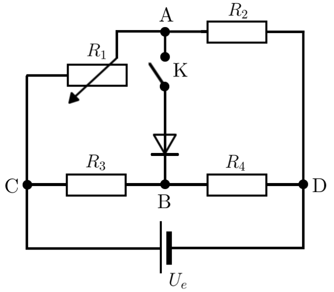
Každou ze čtyř částí řešte nejprve obecně a pak pro číselné hodnoty: $T_1 = 7{,}20 \cdot 10^3$ s, $GM = 3{,}99 \cdot 10^{14}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-1}}$, kde G je gravitační konstanta a M hmotnost Země. Gravitační potenciální energie tělesa o hmotnosti m ve vzdálenosti r od středu Země při volbě nulové hladiny v nekonečnu je dána vztahem $E_\mathrm{p} = -\dfrac{GMm}{r}$.

a) Určete poloměr r.
b) Určete rychlost družice v_k.
c) Určete oběžnou dobu T_2 kosmického smetí.
d) Určete relativní rychlost v_r kosmického smetí vzhledem k družici v okamžiku srážky.
e) Na základě výsledku úlohy d) posuďte, zda může smetí družici poškodit.

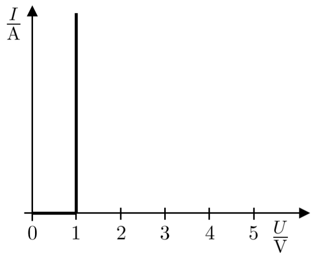
5. Můstek s diodou

Ve schématu na obr. 4 je obvod, který se skládá z ideálního zdroje o elektromotorickém napětí $U_e = 10$ V, z rezistorů R_1 jehož odpor se může měnit v rozmezí 0 až 60 Ω, $R_2 = 12\ \Omega$, $R_3 = 8\ \Omega$, $R_4 = 2\ \Omega$ a diody, jejíž voltampérová charakteristika je na obr. 5. Prahové napětí diody je $U_0 = 1$ V.

a) Jaký proud I_3 poteče rezistorem R_3 při otevřeném klíči?
b) Jaký musí být odpor R_1, aby diodou při uzavření klíče procházel proud?
c) Při jaké hodnotě R_1 bude mít ztrátový výkon na diodě hodnotu $P = 1{,}25$ W? Jaké jsou v tomto případě hodnoty proudů v obvodu?



Obr. 4



Obr. 5

6. Praktická úloha: Měření elektrochemického ekvivalentu mědi

Teorie: Prochází-li elektrický proud nádobou s roztokem síranu měďnatého (modré skalice) $CuSO_4$ a měděnými elektrodami, anoda se rozpouští a na katodě se naopak vylučuje velmi čistá měď. Podle 1. Faradayova zákona pro elektrolýzu je hmotnost m vyloučené látky přímo úměrná prošlému náboji Q:

$$m = AQ = AIt.$$

Konstanta úměrnosti A je elektrochemický ekvivalent vylučované látky, v daném případě dvojmocné mědi.

Provedení úlohy: Použijeme školní soupravu pro pokusy z elektrolýzy (hranatá kádinka, dva držáky elektrod, elektrody). Do kádinky nalijeme roztok 0,5 molu modré skalice v 0,5 litru vody. Měděné elektrody očistíme smirkovým papírem a tu, kterou použijeme jako katodu, pečlivě zvážíme. Sestavíme soupravu tak, aby elektrody byly vzájemně rovnoběžné a ponořené části elektrod měly plošný obsah alespoň 25 cm^2. (Počítáme jen stranu přivrácenou k druhé elektrodě.) Soupravu připojíme k regulovatelnému zdroji stejnosměrného napětí nebo přes vhodný reostat ke zdroji stálého stejnosměrného napětí a po dostatečně dlouhou dobu (alespoň jednu hodinu) udržujeme stálý proud 0,5 A. Po vypnutí proudu vyjmeme katodu, opláchneme ji a osušíme proudem horkého vzduchu (neotíráme). Suchou elektrodu znovu zvážíme.

Úkol: Z hmotnosti mědi vyloučené na katodě a náboje, který prošel elektrolytem, určete elektrochemický ekvivalent mědi. Zhodnoťte přesnost měření a odhadněte možnou chybu výsledku. Výsledek porovnejte s tabulkovou hodnotou.

7. Tři rotující tělesa

Tři tělesa, každé o hmotnosti $m = 0,1$ kg, jsou spojena podle obrázku 6 pevnými tyčemi zanedbatelné hmotnosti o délce $l = 0{,}2$ m a připevněna v bodě 4 k pevné ose. Spodní těleso se může během rotace po ose volně (bez tření) pohybovat. Celý systém byl uveden do rotace kolem pevné osy, procházející bodem 4 a druhým tělesem.

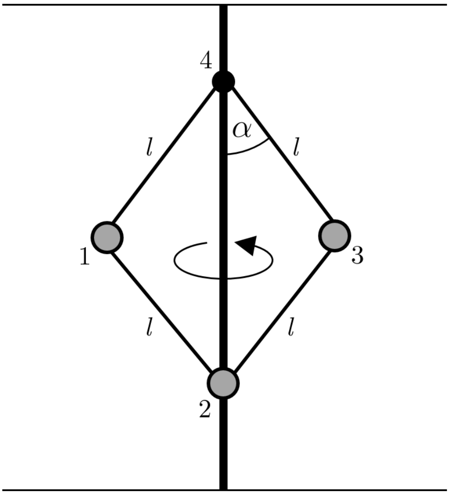
a) Jakými silami T_1 jsou při otáčení namáhány pevné tyče mezi body 1 a 2 a mezi body 2 a 3, jestliže se při rotaci pevné tyče odklonily od svislého směru o úhel $\alpha = 45°$?

b) Jakými silami T_2 jsou při tomto otáčení namáhány pevné tyče mezi body 1 a 4 a mezi body 3 a 4?

c) Jakou rychlostí se pohybují tělesa 1 a 3?

d) Jaká práce W musela být vynaložena na roztočení soustavy?

Rozměry těles a tření v kloubech jsou zanedbatelné. Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Řešte vždy nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty.



Obr. 6

Úlohy 1. kola 64. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

V úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Uhlovodík

V uzavřené nádobě o objemu $V = 125\ \mathrm{dm^3}$ se nachází plynný uhlovodík neznámého druhu o hmotnosti $m = 350\ \mathrm{g}$, který má při teplotě $T = 326\ \mathrm{K}$ tlak $p = 172\ \mathrm{kPa}$.

a) Určete hmotnost atomů uhlíku a hmotnost atomů vodíku v nádobě.

b) Určete počet atomů uhlíku a počet atomů vodíku v nádobě. Potřebné hodnoty vyhledejte v tabulkách.

2. Lanovkou na Zugspitze

Na nejvyšší horu Německa byla v roce 2017 postavena nová kabinová lanovka. Údolní stanice lanovky je v nadmořské výšce 998,5 m, horní stanice ve výšce 2 943,75 m. Obsazená kabina lanovky má hmotnost 25 t. Každá kabina je usazena na dvou nosných lanech o průměru 72 mm. Nosná lana jsou vedena přes jedinou, 127 m vysokou podpěru. Cestovní rychlost lanovky je $10{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Z bezpečnostních důvodů musí kabina 100 m před minutím podpěry začít snižovat svoji rychlost na $8{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ se zrychlením $0{,}25\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, aby 20 m za podpěrou začala zrychlovat se stejným zrychlením a dosáhla opět cestovní rychlosti. Se stejným zrychlením se pohybuje kabina lanovky, i když brzdí před údolní nebo vrcholovou stanicí.

Délka lan pod podpěrou je přibližně 1 254 m, nad podpěrou 3 213 m. Jádrem každého lana je skleněné jádro, které slouží k přenosu dat mezi údolní a vrcholovou stanicí. Proto je střední hustota materiálu každého lana $7{,}6\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$.

a) Určete dobu jízdy lanovky z údolní do vrcholové stanice.

b) Jakou tažnou silou je namáháno upevnění každého lana v horní stanici, víme-li, že na ukotvení působí tažná síla rovná 5/6 tíhy části lana nad opěrným sloupem a tíhy lanovky?

c) Jaká musí být mez pevnosti lana, je-li součinitel bezpečnosti roven 5?

3. Kalorimetr s ledem

Do kalorimetru s tepelnou kapacitou $C = 120\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$, ve kterém je $m_1 = 250\ \mathrm{g}$ vody o teplotě $t_1 = 15\ \mathrm{^\circ C}$ vhodíme kousek ledu o teplotě $t_2 = -18\ \mathrm{^\circ C}$, ve kterém zamrzla ocelová kulička o hmotnosti $m_2 = 5{,}0\ \mathrm{g}$. Hmotnost ledu bez kuličky je $M = 120\ \mathrm{g}$.

a) Jaký je objem V kousku ledu i s kuličkou? Jaká část tohoto objemu je na začátku pokusu nad vodní hladinou?

b) Jaký bude stav soustavy po ustavení tepelné rovnováhy? Jaký je nyní objem V' kousku ledu s kuličkou? Bude nyní led s kuličkou plovat na hladině? Zůstane-li led s kuličkou plovat na vodní hladině, jaká část tohoto objemu bude nad vodní hladinou?

Hustota vody $\rho_v = 1{,}0 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, hustota oceli $\rho = 7{,}8 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, hustota ledu $\rho_l = 0{,}92 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, měrná tepelná kapacita vody $c_v = 4{,}2\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, měrná tepelná kapacita ledu $c_l = 2{,}1\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, měrná tepelná kapacita oceli $c_2 = 0{,}45\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_t = 332\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1}}$.

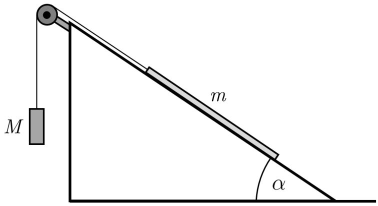
4. Deska na nakloněné rovině

Na nakloněné rovině s úhlem sklonu $\alpha = 45°$ leží deska o hmotnosti $m = 1{,}0$ kg (obr. 1). Součinitel tření mezi nakloněnou rovinou a deskou je $f = 0{,}2$. Ze středu horní hrany desky je vedena lehká pevná nit přes kladku na vrcholu nakloněné roviny. Na konci nitě je závaží hmotnosti M.

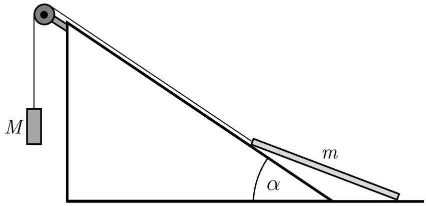
a) Jaká může být největší a nejmenší hmotnost závaží M, aby deska byla na nakloněné rovině v klidu?

b) Jaká může být největší a nejmenší hmotnost závaží M, bude-li deska opřena horní hranou o nakloněnou rovinu a spodní hrana desky bude ležet na hladké vodorovné rovině (obr. 2)?

Tření v ose kladky zanedbáme. Nit je rovnoběžná s nakloněnou rovinou.



Obr. 1



Obr. 2

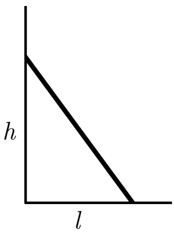
5. Praktická úloha: Smykové tření

Teorie: Těleso (pravítko) začne po nakloněné rovině klouzat, je-li splněna podmínka

$$f = \operatorname{tg} \alpha. \qquad (1)$$

Těleso (pravítko) opřené o stěnu (dřevěné pravítko – obr. 3) začne klouzat v okamžiku, kdy je splněna podmínka

$$f_1 = \frac{l}{2h + fl}, \qquad (2)$$



Obr. 3

kde h je vzdálenost horního konce tělesa od vodorovné podložky, l je vzdálenost dolního konce tělesa od kolmice spuštěné z horního konce tělesa na podložku, f je součinitel tření mezi tělesem a svislou stěnou (dřevěným pravítkem) a f_1 je součinitel tření mezi stolní deskou a pravítkem.

Úkoly:

a) Odvoďte vztahy (1) a (2).

b) Nejprve určete součinitel f mezi dřevěným a plastovým pravítkem tak, že na dřevěné pravítko položíte pravítko plastové a zvětšujete úhel sklonu tak dlouho, dokud se horní pravítko nerozjede. Změřením výšky horního konce pravítka nad podložkou a základny (nebo délky) nakloněné roviny pak určíte $\operatorname{tg}\alpha$. Proveďte celkem nejméně 5 měření, vypočítejte odchylku a relativní odchylku měření.

c) Dřevěné pravítko upevněte ve svislé poloze do stojanu a opřete o něj plastové pravítko (obr. 4). Najděte polohu, při které plastové pravítko začne klouzat po desce stolu a zaznamenejte údaje h a l. Měření proveďte nejméně 5×; do vztahu (2) dosazujte za f průměrnou hodnotu vypočtenou v části b).

Měření opakujte tak, že polohu pravítek vyměníte. Plastové pravítko můžete nahradit kovovým pravítkem nebo jiným vhodným předmětem podobného tvaru (např. kovovou pákou ze soupravy pro mechaniku). V obou případech vypočítejte odchylku a relativní odchylku měření.

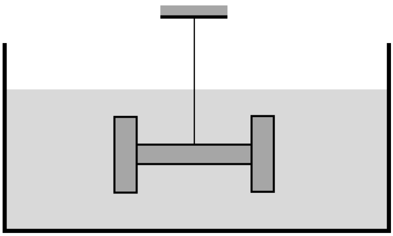
6. Činka ve vodě

Těleso, které má tvar činky, se skládá z válcové tyče o poloměru $r = 5{,}0$ cm, dlouhé $l = 15$ cm a dvou kotoučů s poloměrem $R = 10$ cm o výšce $d = 2{,}0$ cm (obr. 5). Hustota tyče je $\rho_t = 1{,}5\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}}$, hustota kotoučů je $\rho_k = 2{,}2\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}}$. Těleso je zavěšeno v těžišti tak, že osa válce a kotoučů je vodorovná. Hustota vody $\rho_v = 1{,}0\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}}$.

a) Jaká síla působí na závěs ve vzduchu?

b) Jaká síla působí na závěs, je-li celé těleso ponořeno ve vodě?

c) Jak daleko od konce tyče musíme těleso zavěsit, aby jeho osa byla zase vodorovná, když se jeden z kotoučů ve vodě odlepí? Jaká síla teď bude napínat závěs?



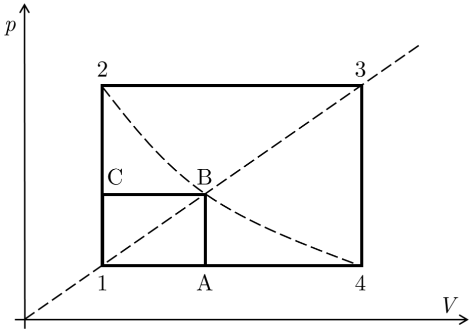
Obr. 4

7. Kruhový děj

S ideálním plynem s dvouatomovými molekulami byl proveden kruhový děj 1-2-3-4-1 (obr. 5). Během jednoho cyklu přijal plyn od ohřívače teplo Q.

Jaké teplo Q_1 přijme plyn od ohřívače při jednom cyklu 2-3-4-A-B-C-2, víme-li, že teplota $T_3 = 4T_1$ a bod 2, bod 4 a bod B leží na stejné izotermě? Přímka spojující body 1, B a bod 3 prochází počátkem. Určete teploty $T_2 = T_4 = T_B$ a teploty T_C a T_A.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $T_1 = 300$ K a $Q = 25$ kJ. Vnitřní energie plynu s dvouatomovými molekulami je $U = \frac{5}{2}nRT$.



Obr. 5

Úlohy 1. kola 64. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

V úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Běžecký závod

Na čtyřistametrovém atletickém oválu proběhl závod v běhu na 1 500 m. Závodník Tempík vbíhal do posledního kola s dosavadní průměrnou rychlostí $6{,}00\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, poslední kolo proběhl průměrnou rychlostí $6{,}13\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Závodník Rychlý měl při vbíhání do posledního kola dosavadní průměrnou rychlost $5{,}82\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, avšak v posledním kole dosáhl průměrné rychlosti $6{,}61\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

a) Rozhodněte na základě výpočtu, který závodník proběhl cílem dříve.
b) S jakým časovým náskokem vbíhal závodník Tempík do posledního kola?
c) Vyhledejte např. na internetu české rekordy v běhu na 400 m a v běhu na 1 500 m a určete průměrnou rychlost závodníků a průměrný čas na jedno kolo.

2. Kolotoč

Kolotoč se roztočil z klidu rovnoměrně zrychleným pohybem během tří otáček za dobu $t_3 = 24{,}0$ s, poté se otáčel rovnoměrně.

a) Určete doby T_1, T_2 a T_3 první, druhé a třetí otáčky.
b) Určete periodu T dosaženého rovnoměrného otáčení.

Všechny hledané časy vyjádřete nejprve obecně jako číselný násobek času t_3, poté číselně.

3. Rychlík

Rychlík jede rychlostí $v_0 = 144\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. V jednom okamžiku začne zpomalovat až do zastavení stálou brzdící silou, která tvoří $k = 0{,}075$násobek jeho tíhové síly.

a) Určete brzdnou dráhu s_1 a dobu t_1 brzdění.
b) Rychlík má zastavit na dráze $s_2 = 900$ m před stanicí rovnoměrně zpomaleným pohybem. Určete potřebnou velikost jeho zrychlení a_2 a dobu t_2 brzdění.
c) Sestrojte do téhož obrázku grafy závislosti rychlosti na čase obou pohybů a z grafů ověřte brzdné dráhy.

Úkoly a, b) řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

4. Pád kuličky

Uvnitř stojícího vagónu na vodorovných kolejích je u stropu umístěn elektromagnet, který při sepnutém spínači drží ocelovou kuličku ve výšce $h = 2{,}30$ m nad podlahou. V okamžiku rozpojení obvodu se kulička uvolní a dopadne na podlahu. Určete, jak se změní místo dopadu (vzdálenost a směr) v těchto případech:

a) Vlak jede rovnoměrným pohybem po přímé vodorovné trati rychlostí o velikosti $v = 72\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

b) Vlak brzdí po přímé vodorovné trati, přičemž má stálé zrychlení o velikosti $a_1 = 0{,}60\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$.
c) Vlak se rozjíždí po přímé vodorovné trati, a to se stálým zrychlením o velikosti $a_2 = 0{,}45\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$.
d) Vlak projíždí zatáčku o poloměru $r = 500$ m po vodorovné trati rovnoměrným pohybem rychlostí o velikosti $v = 72\ \mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$.
e) Vlak projíždí zatáčkou o poloměru $r = 500$ m a současně brzdí se zrychlením o stálé velikosti $a_1 = 0{,}60\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$. Kulička je uvolněna v okamžiku, kdy má vlak okamžitou rychlost o velikosti $v = 72\ \mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$.

Zemi považujte za inerciální vztažnou soustavu.

5. Vozíky na nakloněné rovině

Na úseku délky $s = 1{,}75$ m nakloněné roviny pouštíme z klidu dva shodné vozíky a měříme čas, za který daný úsek projedou. Samostatný vozík projede úsek za čas $t_1 = 1{,}0$ s. Převrácený vozík s kolečky vzhůru projede úsek za čas $t_2 = 2{,}0$ s.

a) Vypočtěte úhel α sklonu nakloněné roviny.
b) Vypočtěte součinitel f smykového tření mezi převráceným vozíkem a nakloněnou rovinou.
c) Vypočtěte čas t_3 pro soustavu dvou spojených vozíků, z nichž jeden je převrácen kolečky vzhůru.

6. Praktická úloha: Valící se těleso se sypkou náplní

Budeme zkoumat pohyb rotačního dutého tělesa se sypkou náplní po nakloněné rovině. Jako rotační těleso použijeme např. zavařovací sklenici s víčkem na závit. Vybereme symetrickou sklenici s hladkým povrchem a zbavíme ji etikety. Symetrii sklenice ověříme uvedením do valení po vodorovné ploše: pokud střídavě zpomaluje a zrychluje, má své těžiště mimo rotační osu a není symetrická.

Sklenici naplníme rýží a odměrným válcem změříme objem použité rýže. Postavíme nakloněnou rovinu, na které vyznačíme co nejdále od sebe startovní a cílovou čáru. Startovní polohu sklenice je možné stabilizovat zarážkou, kterou při startu prudkým pohybem odstraníme, aniž bychom sklenici udělili jakýkoliv počáteční impuls.

Objem V náplně měníme po desetině vnitřního objemu V_0 sklenice. Pro každou náplň provedeme 5 měření doby pohybu. Pomocí délky nakloněné roviny a nastavené výšky vypočteme úhel sklonu ve stupních.

Před vlastním měřením je třeba ověřit, zda sklenice při maximálním použitém sklonu nakloněné roviny nebude prokluzovat. K zabránění prokluzování je možné pokrýt povrch nakloněné roviny např. novinovým papírem, který stabilizujeme lepenkou.

Výsledky měření pro každý sklon zapíšeme do tabulky. V případě, že se sklenice neuvede do pohybu, políčko proškrtneme. Do posledního sloupce zapíšeme průměrný čas T. Během měření též pozorujte, co se s rýží uvnitř sklenice děje.

Pomůcky: Sklenice tvaru válce s hladkým povrchem a s víčkem na závit, rýže, odměrný válec, dlouhá nakloněná rovina délky aspoň 150 cm, stopky, délkové měřidlo.

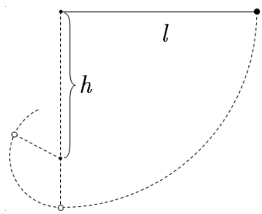
Úhel sklonu:						
$\frac{V}{V_0}$	$\frac{t_1}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_2}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_3}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_4}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_5}{\mathrm{s}}$	$\frac{T}{\mathrm{s}}$
0						
0,1						
0,2						
0,3						
0,4						
0,5						
0,6						
0,7						
0,8						
0,9						
1						

Úkoly:

1) Měření proveďte pro 3 až 4 různé úhly sklonu nakloněné roviny v přibližném rozmezí od 3° do 12°. Výsledky je možné zapisovat do tabulek, jejichž vzor je uveden.
2) Sestrojte v Excelu do jednoho obrázku grafy závislosti doby pohybu na poměrném objemu náplně. Z tabulek do listu Excelu zapíšeme do sloupce A poměrný objem, do sloupců B, C, D, příp. E zapíšeme po řadě pouze výsledné průměrné časy pro nastavené úhly. Pokud se těleso nerozjelo, necháme buňku pro čas prázdnou. Volíme graf bodový s vyhlazenými spojnicemi a značkami.
3) Zformulujte závěr, v němž fyzikálně zdůvodněte průběh grafů.

7. Kulička na niti

Na niti délky l je zavěšena malá kulička. Pod závěs můžeme do libovolné hloubky h ($h<l$) umístit vodorovnou tyčku. Kuličku s napnutou nití vychýlíme v rovině kolmé k tyčce do vodorovné polohy a uvolníme. Nit se může přetrhnout při překročení zatížení o velikosti osminásobku tíhové síly.



a) Určete maximální hloubku h_1 umístění tyčky, v níž nemůže dojít k přetržení niti.

b) Určete minimální hloubku h_2 umístění tyčky, při níž kulička může kolem tyčky oběhnout po kružnici.

c) Jakou maximální silou F_2 je napínána nit v případě b)?

Velikost kuličky a tloušťku tyčky zanedbáme.

Úlohy 1. kola 64. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2022/2023

Databáze pro kategorie E a F

Ve všech úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ a hustotu vody $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg/m^3} = 1\,\mathrm{g/cm^3}$.

FO64EF1-1: Zapomnětlivý táta *J. Thomas*

Rodina Novákova – tatínek a maminka s malou Lucinkou v kočárku – vyrazila na nedělní výlet. Poté, co ušli vzdálenost $s = 1\,600\,\mathrm{m}$, začala Lucinka plakat a chtěla nakrmit. Ukázalo se, že táta zapomněl láhev s pitím doma. Musel se proto rozběhnout zpátky domů rychlostí $v_1 = 12\,\mathrm{km/h}$, vzít připravenou láhev a stejnou rychlostí běžet za maminkou s dítětem. Maminka zatím pokračovala v cestě rychlostí $v_{\mathrm{m1}} = 4{,}0\,\mathrm{km/h}$.

a) Lucinka přestala plakat, jakmile uviděla láhev s mlékem. Jak dlouho plakala? Jak daleko byla rodina v době krmení od domova?

Po nakrmení rodina pokračovala dál v cestě. Když ušli vzdálenost $d = 400\,\mathrm{m}$, dítě začalo znovu plakat a ukázalo se, že rezervní plenky na přebalení v kočárku den předtím při dešti zvlhly. Tatínek se tedy musel znovu vrátit domů pro suchou plenku. Protože už byl unavený, běžel směrem domů tentokrát jen rychlostí $v_2 = 10\,\mathrm{km/h}$ a zpátky, s plenkami pod paží, rychlostí $v_3 = 7{,}0\,\mathrm{km/h}$.

b) Jak dlouho musela Lucinka čekat na čisté plenky, když maminka hned otočila kočárek směrem k domovu a šla rychlostí $v_{\mathrm{m2}} = 3{,}0\,\mathrm{km/h}$ tatínkovi naproti? Jak daleko od domova byla rodina při přebalování?

FO64E1-2: Tři automobily *J. Thomas*

Na krátkém úseku silnice mezi 30. a 35. kilometrem byl pomocí dronu sledován pohyb tří automobilů v krátkém časovém úseku. Údaje o poloze automobilů a časech, kdy se v dané poloze nacházely, jsou uvedeny v tabulce a pro každý automobil jsou vyznačeny jinou barvou. Rychlosti automobilů jsou stálé.

Pomocí grafu závislosti vzdálenosti na času určete rychlosti všech tří automobilů a také místa a časy, kdy se automobily navzájem míjí nebo předjíždějí. Na silnici je dostatek jízdních pruhů, takže se automobily nesrazí.

čas	8:45:00	8:45:10	8:45:30	8:45:40	8:46:00	8:46:40	8:46:40
x/km	34,4	32,6	31,4	33,6	32,0	32,4	33,2

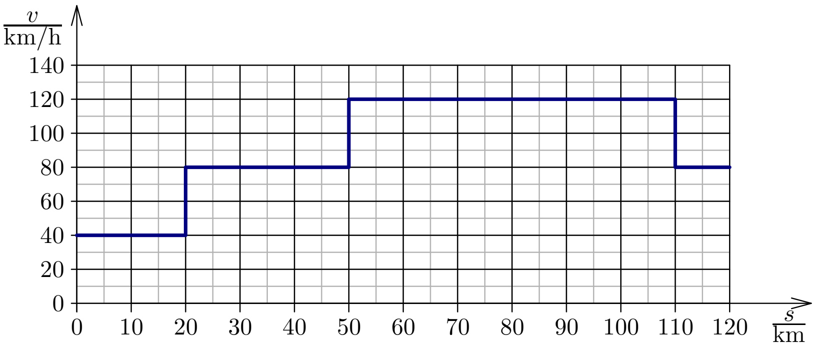
čas	8:46:50	8:47:00	8:47:20	8:47:40	8:47:40	8:47:50	8:48:10
x/km	33,0	32,0	33,6	31,2	33,6	34,2	33,8

FO64EF1-3: Průměrná rychlost *J. Thomas*

Na obr. 1 je znázorněna závislost rychlosti automobilu na ujeté vzdálenosti. Pomocí tohoto grafu určete:

a) dobu jízdy na každém úseku;
b) průměrnou rychlost na celé trati;
c) průměrnou rychlost na první polovině dráhy;
d) průměrnou rychlost za první polovinu celkového času.

Doba potřebná na změnu rychlosti je malá v porovnání s dobou jízdy na daném úseku.



Obr. 1: K zadání úlohy FO64EF1-3

FO64EF1-4: Pohon automobilů *J. Thomas*

Pro lepší ochranu životního prostředí jsou v posledních letech nabízeny jednak automobily, které používají jako palivo stlačený vodík, jednak elektromobily.

a) Podle dokumentace může baterie jednoho elektromobilu uchovávat energii až 80 kWh. Jaká je průměrná spotřeba energie takového automobilu na 100 km, jestliže výrobce udává maximální dojezd 450 km?
b) Při jedné jízdě poklesl náboj baterií z 90 % na 10 %. Účinnost nabíjení baterie je 92 %. Kolik stála jízda, jestliže 1 kWh v nabíjecí stanici stála 15 Kč? Jakou vzdálenost elektromobil ujel, uvažujeme-li průměrnou spotřebu energie?
c) Zásobník auta poháněného spalováním vodíku obsahuje 5,6 kg vodíku. Dojezd auta s touto spotřebou je 590 km. Na výrobu 1 kg vodíku elektrolýzou je potřeba dodat elektrickou energii 45 kWh. Vypočítejte množství energie spotřebované při ujetí vzdálenosti 100 km a porovnejte ji s výsledkem části a).

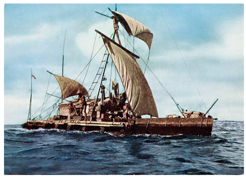
FO64EF1-5: Zpožděné Pendolino *Ľ. Konrád*

Vlak SC 512 Pendolino podle jízdního řádu vyjíždí z Ostravy hl. n. v 7:07, v Praze hl. n. je v 10:32 a do Chebu přijíždí ve 13:26. Z Ostravy do Prahy urazí vzdálenost $s_1 = 356\,\mathrm{km}$, z Prahy do Chebu vzdálenost $s_2 = 213\,\mathrm{km}$.

a) Jakou průměrnou rychlostí urazí úsek Ostrava–Praha, Praha–Cheb i trasu z Ostravy do Chebu?
b) Jednou mělo Pendolino v Praze 10 min zpoždění, ale i přesto dojel spoj do Chebu včas podle jízdního řádu. Jaká musela být v takovém případě průměrná rychlost v úseku Praha–Cheb?
c) Jaké může mít spoj SC 512 maximální zpoždění v Praze, aby do Chebu dojel včas, jestliže je v úseku Praha–Cheb po modernizaci trati maximální průměrná rychlost $v = 90\,\mathrm{km/h}$?

Dobu zastávek v jednotlivých stanicích neuvažujte.

FO64EF1-6: Kon-Tiki *J. Thomas*



Před 75 lety, 28. dubna 1947, vyplul legendární norský etnolog a dobrodruh Thor Heyerdahl s pěti dalšími lidmi na balzovém voru Kon-Tiki z peruánského přístavu Callao do Polynésie. Přestože 7. srpna, po asi 4 300 námořních mílích a 101 dnech, ztroskotali na korálovém útesu Raroia severovýchodně od Tahiti, dokázal, že i v dávných dobách mohli lidé přes oceány cestovat.

a) Určete průměrnou rychlost voru v km/h. Námořní míle odpovídá vzdálenosti 1,852 km.
b) Vor byl postaven z balzového dřeva o hustotě $\varrho_1 = 0{,}15\,\mathrm{g/cm^3}$. Byl dlouhý 13 m, široký 5,5 m a vysoký 60 cm. Považujte ho za kvádr a vypočtěte objem i hmotnost voru.
c) Na voru byla postavena dřevěná chatička pro ukrytí zásob a posádky. Celkový náklad voru byl 2,4 t. Jak hluboko se vor ponořil do mořské vody při plné zátěži, je-li hustota mořské vody $\varrho_2 = 1{,}02\,\mathrm{g/cm^3}$?
d) Každý člen posádky spotřeboval denně 0,5 kg potravin a 1,5 litru pitné vody. Jak dlouho byl vor na cestě, když se ukázalo, že se hloubka ponoru voru zmenšila o 1 cm?

FO64EF1-7: MVE Polka *L. Richterek*

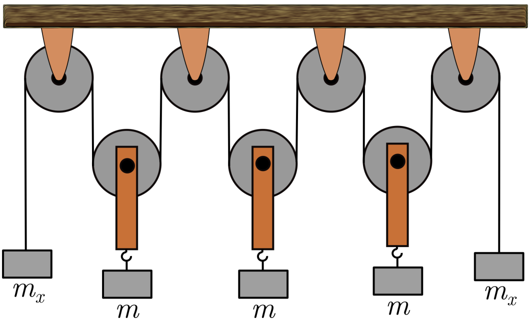
Technická památka malá vodní elektrárna Polka poblíž Horní Vltavice vznikla přestavbou vodního mlýna a do provozu byla uvedena roku 1913. Voda je přiváděna náhonem z Teplé Vltavy tak, že v místě elektrárny má voda spád $h = 18\,\mathrm{m}$. V elektrárně jsou instalovány dvě Francisovy turbíny s výkonem $P_1 = 150\,\mathrm{kW}$ a $P_2 = 300\,\mathrm{kW}$. MVE ročně vyrobí kolem $E = 1{,}38\,\mathrm{GWh}$ elektrické energie.

a) Jaký průtok vody náhonem v m^3/s je potřeba na plný výkon každé z turbín i celé elektrárny?
b) Kolika dnům provozu na plný výkon odpovídá roční produkce elektrické energie?
c) Podle provozovatele elektrárna ročně pokryje spotřebu asi 500 domácností. Jaká je průměrná roční spotřeba jedné domácnosti? Kolik by za energii jedna domácnost zaplatila při průměrné ceně 11 Kč za 1 kWh?

FO64EF1-8: Kladky a závaží *J. Thomas*

Na obr. 2 je nakreslena soustava čtyř pevných a tří volných kladek, spojených pevnou, lehkou nití. Na niti jsou zavěšena závaží a soustava je v rovnováze. Hmotnost každého ze tří prostředních závaží je $m = 1\,\mathrm{kg}$.

a) Jaká je hmotnost krajních závaží m_x, je-li hmotnost kladek zanedbatelná? Jakou silou F_1 působí na strop závěs každé pevné kladky?
b) Jaká by musela být hmotnost krajních závaží m_y v případě, kdy hmotnost každé kladky je $m_\mathrm{k} = 0{,}5\,\mathrm{kg}$ a soustava byla přitom v rovnováze? Jakou silou F_2 nyní působí na strop závěs každé pevné kladky?



Obr. 2: K zadání úlohy FO64EF1-8

FO64E1-9: Lázeňské prameny *L. Richterek*

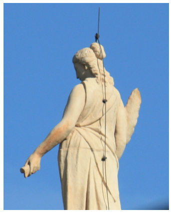
Pan Dlabáček vyrazil do Karlových Varů a chtěl vyzkoušet minerální prameny. S kelímkem o objemu $V = 120\,\mathrm{ml}$ se vydal na kolonádu. Protože prameny jsou teplé, vzal si s sebou také PET lahev s vodou o pokojové teplotě $t_1 = 18\,°\mathrm{C}$.

a) U Skalního pramene o teplotě $t_2 = 48\,°\mathrm{C}$ napustil polovinu kelímku a druhou polovinu dolil vodou z PET lahve. Jaká byla výsledná teplota vody v kelímku?
b) Podobně u pramene Rusalka naplnil třetinu kelímku z pramene a dvě třetiny dolil z PET lahve, výsledná teplota vody v kelímku byla $t_3 = 32\,°\mathrm{C}$. Jakou teplotu má pramen Rusalka?

c) Nejteplejší Vřídlo má teplotu $t_4 = 72\,°\mathrm{C}$. Kolik si má pan Dlabáček napustit do kelímku a kolik vody dolít z PET lahve, aby výsledná teplota vody v kelímku byla $t_5 = 36\,°\mathrm{C}$?

Ztráty tepla do okolí neuvažujte.

FO64E1-10: Hromosvod *J. Thomas*

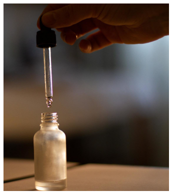


Na vodiče hromosvodu se používají slitiny hliníku (označované AlMgSi). Svod na domě má průřez $S = 50{,}0\,\mathrm{mm}^2$ a délku $l = 30\,\mathrm{m}$. Jeden metr vodiče ze stejného materiálu o průřezu $S_1 = 1{,}0\,\mathrm{mm}^2$ a délce $l_1 = 1{,}0\,\mathrm{m}$ má elektrický odpor $R_1 = 0{,}028\,\Omega$. Při úderu blesku procházel hromosvodem nejprve po dobu $\tau_1 = 1{,}0\,\mathrm{ms}$ proud $I_1 = 100\,\mathrm{kA}$ a pak po dobu $\tau_2 = 1{,}0\,\mathrm{s}$ proud $I_2 = 1\,000\,\mathrm{A}$.

a) Jaký je elektrický odpor hromosvodu?
b) Jaké teplo se v něm uvolnilo při průchodu blesku?
c) O kolik °C se zvýšila teplota hromosvodu při úderu blesku?
d) Jaké množství vody by se ohřálo z teploty $t_1 = 20\,°\mathrm{C}$ na $t_2 = 100\,°\mathrm{C}$, kdybychom uměli tuto energii využít?

Vodič považujte za čistý hliník. Měrná tepelná kapacita hliníku je $c_1 = 900\,\mathrm{J/(kg\cdot °C)}$, vody $c_2 = 4\,200\,\mathrm{J/(kg\cdot °C)}$, hustota hliníku je $\varrho_1 = 2\,700\,\mathrm{kg/m^3}$.

FO64EF1-11 (experimentální úloha): Objem kapky *V. Koudelková*



Úkol: co nejpřesněji určit objem jedné kapky v různých případech

a) Navrhněte vhodnou metodu, jak určit objem kapky vody. Měření proveďte alespoň 5×, spočítejte průměrnou hodnotu objemu kapky.
b) Stejnou metodou změřte objem kapky horké vody, objem kapky vody se saponátem a objem kapky jiné kapaliny než vody. Měření proveďte opět alespoň 5× pro každý případ, spočítejte vždy průměrnou hodnotu objemu kapky a hodnoty porovnejte. Diskutujte možné příčiny rozdílů.

FO64EF1-12 (experimentální úloha): Určování vzdálenosti krokoměrem *M. Hanáková*

Zdravý člověk by měl denně ujít alespoň 10 000 kroků. V dnešní době existuje řada pomůcek na průběžné zaznamenávání počtu kroků, uražené vzdálenosti a odhadu odpovídající energetické spotřeby (krokoměry, chytré hodinky, aplikace pro smartphony, např. Krokoměr). V případě mobilu by mělo stačit umístit přístroj do kapsy kalhot, batohu nebo ho držet v ruce. Před použitím je v aplikaci většinou nutné nastavit délku kroku, případně výšku postavy, hmotnost a podobné údaje.

Pomůcky: vhodné délkové měřidlo (pásmo), mobil/smartphone/tablet nebo krokoměr nebo chytré hodinky

a) Zjistěte průměrnou délku svého kroku při chůzi např. v místnosti, na chodbě s dlažbou nebo na chodníku, kde můžeme ušlou vzdálenost snadno změřit. Průměrnou délku kroku zadejte do příslušné aplikace.
b) Důležitým prvkem při měření je nastavení citlivosti daného přístroje, tj. předpoklad, že přístroj zaznamenává všechny naše kroky. Vyzkoušejte, zda se počet kroků určený aplikací shoduje s jejich skutečným počtem, který vykonáte při chůzi. Pokud nezaznamenává všechny, je třeba zvýšit jeho citlivost, resp. vyzkoušet umístění mobilu či krokoměru na jiném místě těla.
c) Po nastavení parametrů (např. v aplikaci Krokoměr) vyzkoušejte určení délky místnosti nebo budovy krokováním. Výsledek porovnejte s měřením pomocí vhodného délkového měřidla (pásmo, dřevěná tyč s určitou délkou, mapa se známým měřítkem). Zamyslete se, co ovlivňuje přesnost odhadu krokováním.
d) Jaká vzdálenost odpovídá doporučené denní dávce 10 000 kroků?
e) Kolik kroků odpovídá přechodu Česka po základních variantách severní a jižní stezky Via Czechia (`https://viaczechia.cz`)?

Leták pro kategorie E a F připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Michaela Křížová, Richard Polma, Jindřich Pulíček, Miroslav Randa a Lukáš Richterek. Úlohy 5 a 12 jsou upraveny podle námětů z FO SR. V ilustracích byly použity volně šiřitelné obrázky z Wikipedie a komunity `pixabay.com`.

Sázeno systémem XƎLaTeX

Úlohy 1. kola 64. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2022/2023

Kategorie G – Archimédiáda

Ve všech úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$.

FO64G1-1: Za dobrým jídlem *J. Thomas*

Karel a Tomáš dostanou SMS zprávu od Lenky, že právě upekla výborný koláč a zve je na svačinu. Oba chlapci vyrazí hned na cestu. Karel běží první polovinu cesty rychlostí $v_1 = 4\,\mathrm{m/s}$, druhou polovinu rychlostí $v_2 = 5\,\mathrm{m/s}$. Tomáš běží první polovinu času rychlostí v_2, druhou polovinu času rychlostí v_1. K Lence doběhnou současně a víme, že Karel bydlí od ní ve vzdálenosti $s_\mathrm{K} = 800\,\mathrm{m}$.

a) Jak dlouho běžel Karel a jak dlouho běžel Tomáš?
b) Jak daleko od Lenky bydlí Tomáš?
c) Jaká je průměrná rychlost Karla a jaká je průměrná rychlost Tomáše?

FO64G1-2: Indiana Jones a rtuťové jezero *J. Thomas*

Indiana Jones se na svých toulkách dostal k domorodému kmeni, který žil na břehu jezera plného rtuti. Aby domorodcům unikl, chtěl se potopit pod hladinu jezera. Jeho hmotnost $m_\mathrm{J} = 85{,}0\,\mathrm{kg}$, hustota lidského těla $\varrho_\mathrm{t} = 1{,}01\,\mathrm{g/cm^3}$, hustota rtuti $\varrho_\mathrm{Hg} = 13{,}6\,\mathrm{g/cm^3}$.

a) Jaký je objem těla Indiana Jonese V_J a jaká část jeho objemu (v %) se ponoří pod hladinu rtuti?
b) Podařilo by se domorodcům Indiana Jonese potopit, aby i s batohem klesl ke dnu, kdyby jeho batoh o objemu $V_\mathrm{b} = 90\,\mathrm{litrů}$ naplnili zlatem? Hustota zlata $\varrho_\mathrm{Au} = 19{,}3\,\mathrm{g/cm^3}$.
c) Nakonec domorodci Indiana Jonese předvedli před náčelníka. Ten slíbil, že Indiana Jonese propustí a ještě ho odmění, když pozná, jestli je jeho zlatý amulet opravdu ze zlata, nebo jestli je ze stříbra (hustota stříbra $\varrho_\mathrm{Ag} = 10{,}5\,\mathrm{g/cm^3}$). Jak to má Indiana Jones udělat?

FO64G1-3: Motorový člun *D. Kaštilová*

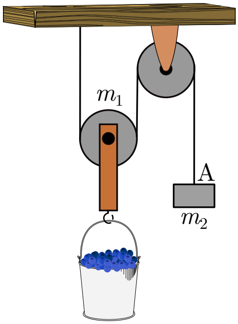
V létě jezdí Marek a Lukáš na výlety v motorovém člunu. Na klidné hladině (např. na přehradě) se člun pohybuje rychlostí $v_0 = 16\,\mathrm{km/h}$. Oba chlapci se vypravili na plavbu po řece, voda v ní se vzhledem k břehu pohybuje rychlostí $v_\mathrm{r} = 4{,}0\,\mathrm{km/h}$. Vypluli z loděnice směrem proti proudu. Po dvou hodinách dopluli k vodopádu, kde se obrátili a pluli zpět.

a) Jakou rychlostí vzhledem k břehu se člun pohyboval při plavbě proti proudu?
b) Jakou rychlostí vzhledem k břehu se člun pohyboval při plavbě po proudu?
c) Jaká je vzdálenost vodopádu od loděnice?
d) Jak dlouho trvala Markovi s Lukášem cesta od vodopádu k loděnici?
e) Nakreslete graf vzdálenosti člunu od loděnice na čase $x = x(t)$ pro celý výlet.

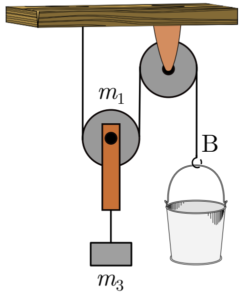
FO64G1-4: Borůvky

D. Kaštilová

O prázdninách chodívaly Tereza a Veronika na borůvky. Aby zjistily, kolik borůvek nasbíraly do plastového kyblíku, použily kladkostroj z jedné pevné a jedné volné kladky. Kyblík s borůvkami zavěsily na volnou kladku o hmotnosti $m_1 = 0{,}80\,\mathrm{kg}$. Aby nastala rovnováha, musely na volný konec lana do bodu A zavěsit závaží o hmotnosti $m_2 = 2{,}0\,\mathrm{kg}$ (viz obr. 1). Potom borůvky vysypaly do mísy a rozhodly se ještě určit hmotnost prázdného kyblíku. Rovnováha nastala, když na volnou kladku zavěsily závaží o hmotnosti $m_3 = 1{,}0\,\mathrm{kg}$ a kyblík pověsily na volný konec lana do bodu B (viz obr. 2).



Obr. 1



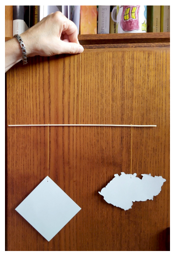
Obr. 2

a) Jaká je hmotnost kyblíku i s borůvkami?
b) Jaká je hmotnost prázdného kyblíku?
c) Jaká je průměrná hustota borůvek, jestliže jejich objem v kyblíku je $V = 3{,}6$ litru?

FO64G1-5 (experimentální úloha): Určování plošného obsahu obrazců vážením

I. Volf

Pomůcky: tužší papír (krabice, starý kalendář apod.), nůžky, špendlík/jehla, pevnější nit, špejle nebo tenká tyčka



Nejprve si vyrobte citlivé vážky tak, že uvážete na nit špejli přesně uprostřed. Pak vystřihněte z tužšího papíru dva čtverce o rozměrech $10\,\mathrm{cm} \times 10\,\mathrm{cm}$, poblíž vrcholu propíchněte papír špendlíkem a uvažte nit se smyčkou na opačném konci nitě tak, aby bylo možno zavěšovat papírová tělíska na špejli (obdobně to provedete i s dalšími tělesy). Vážky pak vyzkoušejte: na každou stranu špejle umístěte vystřihnutý čtverec; pokud jsou vzdálenosti umístění na špejli od osy vážek stejné, můžete pokračovat. Vystřihnete z téhož papíru lichoběžník, obdélník, trojúhelník (přibližně stejně veliké), kruh (o poloměru asi 5 cm) a půlkruh o poloměru 10 cm. Propíchnutím na vhodném místě a užitím niti připravte závěsy. Potom zavěste čtverec o plošném obsahu $1\,\mathrm{dm}^2 = 100\,\mathrm{cm}^2$ a vystřihnutý tvar na špejli tak, že vznikne rovnováha působících sil. Odtud zjistíte plošný obsah obrazce.

Výsledky porovnejte s výpočtem plošného obsahu podle známých vzorců, jež najdete v tabulkách nebo na internetu. Zkuste také zjistit plošný obsah útvaru, který získáte obkreslením obrysu České republiky. Proč přitom musíte znát měřítko mapy?

Leták pro kategorii G připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Michaela Křížová, Richard Polma, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek. V ilustracích byly použity obrázky z Wikipedie, serveru www.pixabay.com a www.svgrepo.com.