Na realizáciu fázy výpočtov a dedukcie v predloženom probléme žiaci nemajú potrebný matematický aparát. Preto sme na jeho riešenie navrhli metódu Monte Carlo. Hoci predložený problém vyžaduje len málo výpočtov, v skutočnosti je hlboko matematický a rozvíja dôležité stochastické kompetencie ([4, s. 248–249, 252], [2, s. 510]) akými sú schopnosť prekladať mimomatematický problém do jazyka matematiky, navrhovať simulácie, zbierať a organizovať štatistické údaje a v neposlednom rade formulovať úsudky typické pre stochastiku.

Literatura

[1] *Eckhardt, R.*: Stan Ulam, John von Neumann, and the Monte Carlo Method, Los Alamos Science, roč. 131 (1987), spec. č. 15.

[2] *Płocki, A*: Dydaktyka stochastyky rachunek prawdopodobieństwa, kombinatoryka i statystyka matematyczna jako nowy element ksztalcenia matematycznego, Wydawnictwo Naukowe NOVUM, Płock, 2005.

[3] *Płocki, A*: Pravdepodobnosť okolo nás stochastika v úlohách a problémoch okolo nás, Katolícka univerzita v Ružomberku, Ružomberok, 2007.

[4] *Płocki, A*: Pravdepodobnosť okolo nás stochastika v úlohách a problémoch okolo nás, Katolícka univerzita v Ružomberku, Ružomberok, 2004.

[5] *Płocki, A.*: Stochastické usudzovanie v matematike pre každého, Matematika v škole dnes a zajtra, Ružomberok, 2006.

[6] *Płocki, A., Tlustý P.*: Pravděpodobnost a statistika pro začátečníky a mírne pokročilé, Prometheus, Praha, 2007.

[7] *Płocki, A*: Stochastika dla nauczyciela, Rachunek prawdopodobieństwa, kombinatoryka i statystyka matematyczna jako matematyka in statu nascendi, Wydawnictwo Naukowe NOVUM, Płock, 2007.

Zajímavé matematické úlohy

Pokračujeme v uveřejňování úloh tradiční rubriky Zajímavé matematické úlohy. V tomto čísle uvádíme zadání další dvojice začínající třetí stovku. Jejich řešení můžete zaslat nejpozději do 1. 4. 2014 na adresu: Redakce časopisu MFI, 17. listopadu 12, 771 46 Olomouc nebo také elektronickou cestou (pouze však v TEXovských verzích, příp. v MS Wordu) na emailovou adresu: mfi@upol.cz. Zajímavá a originální řešení úloh rádi uveřejníme.

Úloha 201

V nerovnoramenném pravoúhlém trojúhelníku ABC protne osa vnitřního úhlu a osa vnějšího úhlu při vrcholu C přeponu po řadě v bodech E a F. Dokažte, že platí

$$|AE| \cdot |AF| + |BE| \cdot |BF| > |AB|^2.$$

Jaroslav Zhouf

Úloha 202

V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ platí pro jistá přirozená čísla k a l

$$a_k = 2l + k \quad \text{a} \quad a_l = 2k + l.$$

Najděte všechny takové posloupnosti.

Stanislav Trávníček

Dále uvádíme řešení úloh 195 a 196, jejichž zadání byla zveřejněna ve třetím čísle 22. ročníku našeho časopisu.

Úloha 195

Nechť α, β, γ jsou velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku, kde $\gamma > 90°$. Dokažte nerovnost

$$\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta < 1.$$

Józef Kalinowski

Řešení. Ze zadání plyne $0° < \alpha < 90°$, $0° < \beta < 90°$ a $0° < \alpha + \beta < 90°$. Tedy $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{tg}\beta$, $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$ jsou kladná reálná čísla. V součtovém vzorci

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$$

jsou $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$ i $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta$ kladná reálná čísla, proto má tuto vlastnost i jmenovatel $1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta$ zlomku na pravé straně, tj.

$$\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta < 1,$$

což jsme chtěli dokázat.

Jiná řešení využívala skutečnosti, že funkce $\operatorname{tg} x$ je pro $0° < x < 90°$ rostoucí. Protože $\gamma > 90°$, je $\alpha + \beta < 90°$, a platí tedy $\beta < 90° - \alpha$. Odtud

$$1 = \operatorname{tg}\alpha \operatorname{cotg}\alpha = \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}(90° - \alpha) > \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta.$$

Správné řešení zaslali *Karol Gajdoš* z Trnavy, *Anton Hnáth* z Moravan, *František Jáchim* z Volyně, *Jozef Mészáros* z Jelky, *Filip Bialas* z G v Praze 4, Konstantinova, *Markéta Calábková* a *Petr Vincena*, oba z GJŠ v Přerově, *Antonín Češík* ze SPŠE v Pardubicích, *Martin Hora* z G v Plzni, Mikulášské nám., *Lukáš Knob* z G v Kojetíně, *Matěj Konečný* z G v Českých Budějovicích, Jírovcova 8, *Karolína Kuchyňová* z GML v Brně, *Tomáš Lysoněk* z G v Uherském Hradišti, *Viktor Němeček* z G v Jihlavě, J. Masaryka, *Tomáš Novotný* z G v České Lípě, *Martin Raszyk* z G v Karviné, *Jan Šarman* z GMK v Bílovci, *Jan Šorm* z G v Brně, tř. Kpt. Jaroše a *Martin Zahradníček* z G v Šlapanicích.

Neúplné řešení zaslali *Jan Krejčí* z GMK v Bílovci, *Marian Poljak* z GJŠ v Přerově, *Jakub Svovoda* z G V Havířově, Komenského a *Pavel Turek* z G v Olomouci–Hejčíně.

Úloha 196

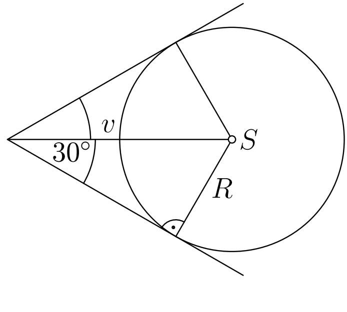
Dvě poloroviny se společnou hraniční přímkou svírají úhel $60°$ a vytvářejí *klín.* Do něj jsou umístěny dvě koule $k_1(S_1; r)$ a $k_2(S_2; r)$, které mají vnější dotyk a současně se obě dotýkají i stěn klínu. Vypočtěte poloměr ρ třetí koule k_3, která se dotýká současně obou koulí k_1 a k_2 a také stěn tohoto klínu.

Stanislav Trávníček

Řešení. Nejprve uvažujme kouli $k(S; R)$ s poloměrem R. Tato koule se dotýká dotýká stěn klínu, právě když S leží v rovině souměrnosti κ daného klínu obsahující hraniční přímku a vzdálenost v bodu S od hraniční přímky je rovna

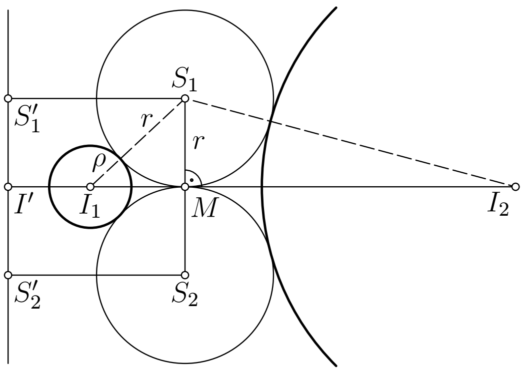
$$v = \frac{R}{\sin 30°} = 2R. \tag{1}$$

Na obr. 1 je znázorněn řez kolmý k oběma hraničním polorovinám klínu obsahující bod S.



Obr. 1

Nyní stačí uvažovat situaci v řezu klínu jeho rovinou souměrnosti κ obsahující hraniční přímku. Označme S'_1, S'_2 a I' kolmé průměty středů koulí po řadě k_1, k_2 a hledané koule $l(I, \rho)$ na hraniční přímku. Je zřejmé, že úloze vyhovují 2 koule, jejichž středy jsou na obr. 2 označeny I_1 a I_2. Z důvodu stejných výpočtů nechť je dále I libovolný z bodů I_1 a I_2. V rovině κ leží středy všech uvažovaných koulí a jejich body dotyku a ze shodnosti koulí k_1 a k_2 plyne souměrnost situace podle přímky $I'I$. Proto na této přímce leží i bod dotyku M koulí k_1 a k_2 (obr. 2).



Obr. 2

Podle Pythagorovy věty v pravoúhlém trojúhelníku IMS_1 platí

$$|IS_1|^2 = |IM|^2 + |MS_1|^2.$$

Podle (1) odtud dostáváme

$$(r + \rho)^2 = (2r - 2\rho)^2 + r^2,$$

což po úpravě dává

$$3\rho^2 - 10\rho r + 4r^2 = 0.$$

Proto

$$\rho_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{3}\, r.$$

Existují dvě koule (viz obr. 2) dotýkající se daných koulí i stěn klínu, mající (kladné) poloměry

$$\rho_1 = \frac{5 - \sqrt{13}}{3}\, r \quad \text{a} \quad \rho_2 = \frac{5 + \sqrt{13}}{3}\, r.$$

Správné řešení zaslal *František Jáchim* z Volyně, *Antonín Češík* ze SPŠE v Pardubicích, *Martin Hora* z G v Plzni, Mikulášské nám., *Jan Krejčí* a *Jan Šarman*, oba z GMK v Bílovci, *Tomáš Lysoněk* z G v Uherském Hradišti, *Marian Poljak* z GJŠ v Přerově, *Martin Raszyk* z G v Karviné, *Pavel Turek* z G v Olomouci–Hejčíně a *Martin Zahradníček* z G v Šlapanicích.

Pavel Calábek

Dokončení ze str. 80.

První z laureátů François Englert je belgický občan. Narodil se v roce 1932 v Etterbeeku v Belgií. Doktorát PhD získal na univerzitě v Bruselu. Je emeritním profesorem na univerzitě v Bruselu.

Druhým laureátem je Peter W. Higgs. Narodil se v roce 1929 v Newcastlu upon Tyne ve Velké Británii. Titul PhD. získal na Londýnské univerzitě v roce 1954. Je emeritním profesorem na Univerzitě v Edingburghu.

Částici teoreticky předpověděl Higgs spolu s dalšími spolupracovníky v roce 1964 a experimentálně byla její existence částečně ověřena v roce 2012.

Odůvodnění nobelovské komise k udělení Nobelovy ceny za fyziku je v českém překladu následující: „Cena se uděluje za teoretický objev mechanismu, který přispívá k porozumění vzniku hmotnosti subatomárních částic, které byly v současnosti potvrzené i experimentálně na urychlovači LHC experimenty ATLAS a CMS v Evropském experimentálním centru CERN."

Existence Higgova bozonu je podmíněná slabou interakcí, která je zodpovědná za radioaktivitu či jiné jaderné rozpady. Pomocí Higgsova bosonu lze vyložit existenci klidové hmotnosti dalších částic a v návaznosti na to postupně i vývoj všech prvků a života. Proto je Higgsův bozon označován také symbolicky jako božská částice, která po velkém třesku umožnila vznik dalších částic až po atomy, molekuly a jejich agregáty.

Higgsův bozon jakožto subnukleární částice má schopnost kondenzovat energii nehmotných částic ve hmotné částice, které jsou v dalším vývoji základem všech složitějších struktur a má základní schopnost vytvářet ze „záření" klidovou hmotnost. V kosmu existují elementární částice jednak hmotné a jednak silových polí. Takovou částicí silového pole je právě Higgsův boson. Experimentálně bylo možné částečně potvrdit jeho existenci až po uvedení urychlovače LHC do provozu.

Higgsovou částicí se uzavírá soustava elementárních částic. Objev Higgsova bosonu jak teoretický tak i experimentálně patří mezi největší objevy fyziky, která potvrzuje tímto objevem svoji existenci jako fundamentální věda.

Literatura

[1] The Nobel Prize in Physics 2013. Nobelprize.org. Nobel Media AB 2013. Web. 8 Dec 2013. `http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2013/`

Lubomír Sodomka