

## Měříme rezistivity kovových drátů a závislost odporu vodiče na jeho délce a průřezu

JIŘÍ ERHART

Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická TU, Liberec

### Teoretický úvod

Průchod nosičů náboje (elektronů) látkou je ovlivněn její strukturou, typem meziatomových vazeb a množstvím volných nosičů náboje, které jsou k dispozici pro vedení proudu. V kovových materiálech je těchto volných elektronů dostatečné množství. V polovodičích je jich podstatně méně a v izolantech zcela nebo z velké části chybí. Napětí  $U$  mezi konci vodiče vyvolá podle Ohmova zákona proud vodičem o velikosti

$$I = \frac{U}{R}, \quad (1)$$

kde veličina  $R$  [ $\Omega$ ] se nazývá elektrický odpor (rezistance) a charakterizuje schopnost vodiče vést elektrický proud. Elektrický odpor válcového vodiče dále závisí na rozměrech vodiče a jeho materiálu

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (2)$$

kde  $l$  je vzdálenost mezi konci vodiče a  $S$  jeho průřez kolmý ke směru vedení proudu. Různé materiály vodičů potom odlišuje materiálová konstanta  $\rho$  [ $\Omega \cdot \text{m}$ ] nazývaná rezistivita (měrný elektrický odpor).

Rezistivita je jednou z fyzikálních veličin vůbec s největším řádovým rozsahem hodnot a lze ji podstatně měnit změnou struktury látky a jejím dopováním příměsemi. Podle velikosti rezistivity se látky dělí na vodiče, polovodiče a izolanty. Typické hodnoty rezistivity pro různé látky jsou uvedeny v tab. 1.

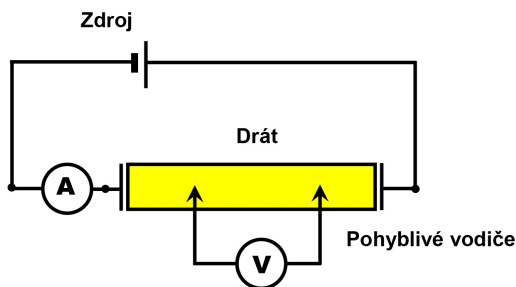
Vodiče $\rho$ [ $10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ]		Polovodiče $\rho$ [ $\Omega \cdot \text{m}$ ]	
Al	2,45	C (diamant)	$10^6$
Cu	1,555	Ge	0,47
Fe	8,81	Si	$3 \cdot 10^3$
Au	2,04	AlN	$10^{10}$
Ag	1,505	GaP	$10^{-2}$
Pt	9,81	GaAs	$4 \cdot 10^{-3}$
mosaz	7 až 9	GaSb	$4 \cdot 10^{-4}$
ocel uhlíková	13	InP	$8 \cdot 10^{-5}$
bronz cínový	18	InAs	$3 \cdot 10^{-4}$
dural	5	InSb	$6 \cdot 10^{-4}$

Izolanty $\rho$ [ $\Omega \cdot \text{m}$ ]	
bakelit	$10^6$ až $10^{12}$
šelak	$1 \cdot 10^{14}$
jantar	$1 \cdot 10^{18}$
porcelán tvrdý	$3 \cdot 10^{12}$
papír kondenzátorový	$10^{10}$ až $10^{12}$
olej transformátorový	$10^9$ až $10^{11}$
parafín	$10^{14}$
plexisklo	$1 \cdot 10^{13}$
polyvinylchlorid	$1 \cdot 10^{13}$
sklo	$10^{11}$ až $10^{16}$

Tab. 1 Rezistivity různých látek [1, s. 106–110]

Problematicky se měří jak velmi vysoké elektrické odpory (izolanty v elektrostatice), tak také velmi malé hodnoty odporů (např. kovové dráty). Pro velmi vysoké odpory (větší než  $10\text{ M}\Omega$ ) je třeba měřit velmi malé proudy, což je problematické vzhledem k elektrostatické indukci. Pro velmi malé odpory (menší než  $1\ \Omega$ ) je odpor měřících vodičů srovnatelný s měřenou hodnotou. Není tedy náhodou, že rozsahy běžných multimetrů jsou pro měření odporů v rozmezí  $1\ \Omega$ – $10\text{ M}\Omega$ .

Chceme pro kovové vodiče ověřit vztah (2) a použít ho ke stanovení rezistivity materiálů. Nelze však použít přímé měření elektrického odporu na multimetru, neboť elektrické odpory přívodních (měřících) vodičů jsou srovnatelné s měřeným odporem. Jednou z možností změření malých odporů kovových vodičů je použití Ohmova zákona (1) změřením napětí a proudu vodičem. Použijeme tzv. čtyřvodičovou metodu (obr. 1), kde dva vodiče reprezentují proudový obvod a druhé dva vodiče slouží k měření napětí. Vnitřní odpor voltmetru je obvykle alespoň řádu  $10\text{ k}\Omega$ , takže jeho proudový odběr je vzhledem k vodiči o odporu řádově  $1\ \Omega$  zanedbatelný. Vliv proudového odběru voltmetru na měřenou hodnotu napětí je tak řádově pod hodnotou danou třídou přesnosti voltmetru.



Obr. 1 Zapojení elektrického obvodu – čtyřvodičová metoda měření

## Experiment

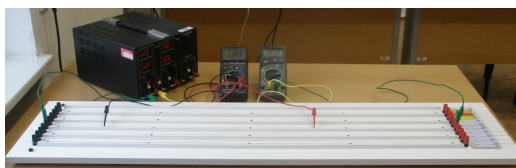
K měření rezistivity kovových vodičů uijeme sadu 10 drátů různých materiálů a různých průměrů (viz tab. 2). Dráty jsou upevněny a napnuty mezi banánkovými svorkami a uloženy po dvou v plastických profílech kvůli jejich ochraně před mechanickým poškozením. Délku drátů mezi měřícími kontakty měříme pomocí příložného měřítka.

Dráty v délce asi 100 cm jsou upevněny v přípravku podle obr. 2, který umožňuje jejich jednoduché kontaktování v různých délkách pomocí měří-

cích háčků připojených do voltmetru (pozlacené banánky, měděné měřící háčky). Svorky na jedné straně přípravku mohou být vodivě spojeny na stejném potenciálu (černé svorky na obr. 2). Zdrojem napětí může být jakýkoliv běžný školní zdroj s regulovatelným napětím a omezením odebíraného proudu. Proudový obvod zapojíme nejlépe spojovacími vodiči s napevno pájenými banánky na koncích, abychom zabránili přerušování ideálního kontaktu ve spojovacích bodech při náhodném pohybu vodičů. Na velikosti elektrického odporu zapojeného v proudovém obvodu (sériové spojení) však vůbec nezáleží – proud je stejný všemi prvky v proudové smyčce.

První sada		Druhá sada	
Bronz	Ø 0,3 mm	Bronz	Ø 0,7 mm
Měď	Ø 0,3 mm	Měď	Ø 0,5 mm
Mosaz	Ø 0,3 mm	Nerez	Ø 0,5 mm
Nerez	Ø 0,2 mm	Mosaz	Ø 0,2 mm
Nerez	Ø 0,3 mm	Mosaz	Ø 0,3 mm
Nerez	Ø 0,4 mm	Mosaz	Ø 0,4 mm
Nerez	Ø 0,5 mm	Mosaz	Ø 0,5 mm
Nerez	Ø 0,6 mm	Mosaz	Ø 0,6 mm
Nerez	Ø 0,7 mm	Mosaz	Ø 0,7 mm
Nerez	Ø 0,8 mm	Mosaz	Ø 0,8 mm

Tab. 2 Dráty použité k měření rezistivity a ověření vztahu (2)



Obr. 2 Přípravek pro měření rezistivity drátů čtyřvodičovou metodou. Drát je snadno kontaktován ve volitelné délce pomocí měřících háčků

Dráty z materiálů mosaz, nerez a měď snadno seženeme v různých průměrech (0,2–0,8 mm) u prodejců potřeb pro navlékání bižuterních korálků. Dráty z bronzu se používají pro drátové rezačky. Všechny dráty je třeba

použít bez povrchové úpravy jako je např. lakování, což je časté pro elektrotechnické dráty z mědi určené pro vinutí cívek! Kousky drátů každého průřezu jsou ponechány stranou pro měření jejich průměru mikrometrem (viz detail na obr. 3).



Obr. 3 Detail kousků drátů pro měření jejich průměrů

Pohyblivými vodiči připojeného voltmetru zvolíme nejprve asi 50 cm vybraného drátu. Délku drátu zapojenou pohyblivými vodiči měříme přiloženým měřítkem. Nastavíme napětí na zdroji tak, aby proud protékající drátem měl velikost při horním okraji použitého měřicího rozsahu ampérmetru (typicky 400 mA). Postupně zvětšujeme délku zapojeného drátu po 5 cm až do 100 cm a měříme napětí a proud drátem. K určení elektrického odporu užijeme Ohmova zákona (1). Rezistivitu vypočteme podle vztahu

$$\rho = \frac{U\pi D^2}{4Il}, \quad (3)$$

kde  $D$  je průměr drátu,  $l$  jeho délka,  $U$  napětí a  $I$  proud drátem.

Vynášíme grafy závislosti elektrického odporu na délce drátu, rezistivitu určujeme pomocí lineární regrese závislosti odporu na délce drátu podle vztahu (2). Pravděpodobnou chybu měření určujeme pomocí kvad-

ratického zákona hromadění chyb

$$\vartheta(\rho) = \rho \sqrt{\frac{\vartheta^2(U)}{U^2} + \frac{\vartheta^2(I)}{I^2} + 4 \frac{\vartheta^2(D)}{D^2} + \frac{\vartheta^2(l)}{l^2}}, \quad (4)$$

případně krajní chybu rezistivity pomocí lineárního zákona hromadění chyb

$$\vartheta(\rho) = \rho \left( \left| \frac{\vartheta(U)}{U} \right| + \left| \frac{\vartheta(I)}{I} \right| + 2 \left| \frac{\vartheta(D)}{D} \right| + \left| \frac{\vartheta(l)}{l} \right| \right). \quad (5)$$

### Příklad měření

V Tabulkách 3 a 4 jsou uvedeny naměřené hodnoty rezistivity drátů různých materiálů stejného průměru (0,3 mm) a nerezových drátů různých průměrů. Na obr. 4 a 5 jsou pak vyneseny odpory drátů v závislosti na jejich délkách pro různé materiály a pro nerezový drát různých průměrů.

Napětí a proud byly měřeny na digitálních multimetrech METEX 3850D a 3860D. Chyba měření napětí i proudu je 0,8 % + 1 dgt. Průměr drátu byl měřen mikrometrem s chybou  $\vartheta(D) = 0,01$  mm. Délka drátu byla měřena milimetrovým měřítkem s chybou  $\vartheta(l) = 1$  mm. Délka drátu byla nastavována pohyblivými vodiči pomocí měřících háčků. Vzhledem k malým průměrům drátu přispívá chyba určení průměru drátu mikrometrem až několika procenty k celkové chybě měření, více pak pro dráty menších průměrů.

Materiál drátu	$\rho$ [ $10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ]	$\vartheta(\rho)$ [ $10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ]	$\vartheta_r(\rho)$ [%]
Měď	1,84	0,13	7,1
Mosaz	7,04	0,48	6,9
Bronz	11,57	0,79	6,8
Nerez	73,08	4,98	6,8

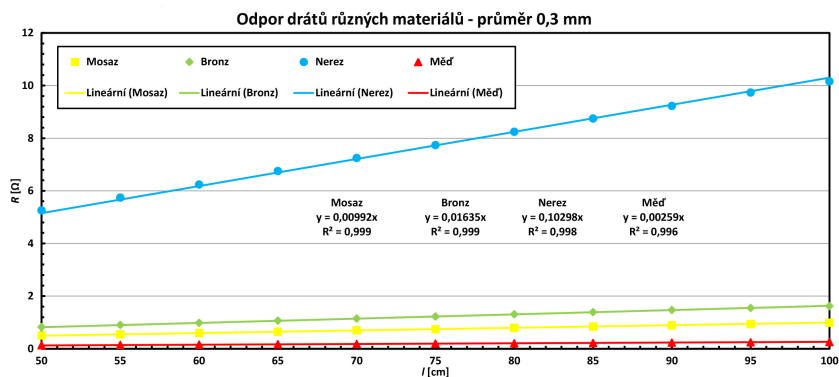
Tab. 3 Naměřené rezistivity pro dráty různých materiálů o průměru 0,3 mm

Naměřené hodnoty rezistivity drátů různých materiálů odpovídají zhruba hodnotám uvedeným v tab. 1 pro mosaz, měď a bronz. Pro měřené dráty z nerez oceli se hodnota značně liší od hodnoty uvedené v tab. 1 pro ocel. Ve všech případech měřených drátů jde však o slitiny nám neznámého složení a srovnávání s tabulkovou hodnotou je problematické. Rezistivita je vlastnost značně závislá na chemickém složení a technologii úpravy materiálu.

$D$ [mm]	$\rho$ [ $10^{-8} \Omega \cdot m$ ]
0,2	74,60
0,3	73,08
0,4	72,77
0,5	73,79
0,6	70,43
0,7	74,06
0,8	73,63

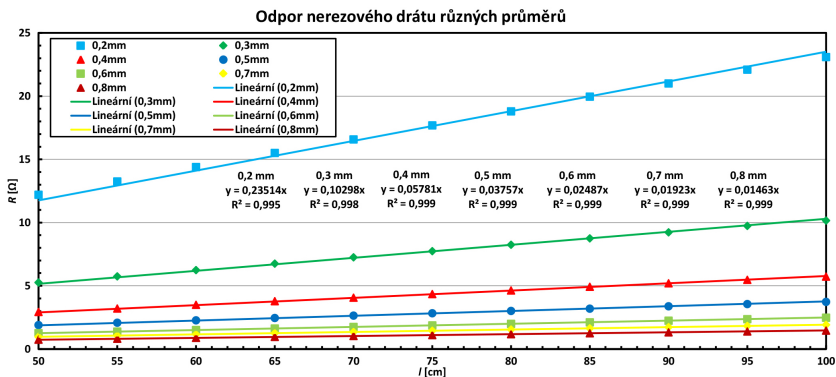
Tab. 4 Naměřené rezistivity pro nerezový drát různých průměrů

Nerezový drát různých průměrů byl pořízen u stejného dodavatele a lze tedy očekávat, že hodnoty materiálových vlastností budou stejné. Rezistivity nerezových drátů byly v rámci chyby měření (asi 7 %) naměřeny shodně pro různé průměry drátů.



Obr. 4 Odpor drátů různých materiálů o průměru 0,3 mm v závislosti na délce drátu

Pro orientaci při volbě měřících rozsahů voltmetru a ampérmetru uvádíme hodnoty měřených napětí a proudů pro různé dráty (tab. 5). Ačkoliv hodnoty proudů drátem přesahují normou stanovenou bezpečnou hodnotu proudu (10 mA) jde o zcela bezpečné měření. I při náhodném dotyku rukou na drát nepřesahuje proud tekoucí rukou bezpečnou hodnotu díky velmi malému napětí.



Obr. 5 Odpor nerezového drátů různých průměrů v závislosti na délce drátu

Materiál	$D$ [mm]	$l = 50$ cm		$l = 100$ cm	
		$U$ [mV]	$I$ [mA]	$U$ [mV]	$I$ [mA]
Bronz	0,3	329	398	478	295
	0,7	78	395	137	359
Mosaz	0,2	435	399	619	290
	0,3	183	364	291	295
	0,4	98	352	169	310
	0,5	74	396	129	360
	0,6	45	394	80	374
	0,7	41	397	72	377
	0,8	31	397	56	381
Měď	0,3	53	398	95	374
	0,5	21	398	36	389
Nerez	0,2	4770	391	5080	220
	0,3	2051	390	2296	226
	0,4	1145	391	1374	240
	0,5	737	389	943	253
	0,6	490	391	666	269
	0,7	379	392	542	283
	0,8	292	396	435	299

Tab. 5 Hodnoty napětí a proudu měřenými dráty



Úloha je pro svou teoretickou i experimentální jednoduchost vhodná pro laboratorní praktikum z fyziky ve výuce jak na středních školách, tak i na přírodovědných, učitelských nebo technických oborech na vysokých školách. Názorně ukazuje princip měření malých odporů čtyřvodičovou metodou.

**Poděkování.** Autor děkuje M. Lustikovi za vyrobení přípravku pro měření rezistivity.

## Literatura

- [1] Brož, J. – Roskovec, V. – Valouch, M.: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha, 1980.

# Změna vnitřní energie konáním práce

*KATEŘINA VONDŘEJCOVÁ*

Univerzita Hradec Králové, Gymnázium Dobruška

V historii fyziky vědci začali nalézat v běžných činnostech souvislost mezi konáním mechanické práce a změnami vnitřní energie, a tedy i změnami teploty. V tomto tématu lze s žáky středních škol nahlédnout do historie fyziky, propojit poznatky z mechaniky a termiky a zapojit moderní technologie – ověřit závěry měření termokamerou.

## Vrtání dělových hlavní

Podívejme se stručně na výrobu dělových hlavní na počátku 19. století. Dělové hlavě se odlévaly do forem a po ztuhnutí bylo třeba otvor v hlavni dovtat. Vrtací stroje měly rozměry srovnatelné s rozměry domu. Na kladkostrojích byla z podkroví svisle zavěšena dělová hlaveň, v přízemí