

5. Goniometrie
6. Rovnice a nerovnice v oboru reálných čísel
7. Komplexní čísla a jejich užití, řešení rovnic v oboru komplexních čísel
8. Kombinatorika
9. Počet pravděpodobnosti a matematická statistika
10. Posloupnosti a nekonečné řady
11. Geometrie
12. Vektory a jejich užití
13. Analytická geometrie
14. Matematická analýza

Zpracování všech těchto partií má jednotnou strukturu:

- historie vzniku a vývoje jejich pojmů i metod,
- přehled metodického zpracování v českých středoškolských učebnicích v historickém vývoji,
- didaktická analýza moderního pojetí a metodika výkladu,
- motivační a aplikační úlohy včetně netradičních zajímavých úloh,
- konkrétní zpracování scénáře některých základních výukových hodin (v možném rozsahu publikace).

Druhá část „Obecná didaktika matematiky“ obsahuje stručně zpracovaná, avšak ve školské praxi bezprostředně využitelná témata: Didaktické zásady vyučování matematiky. Formy a metody výuky matematiky. Prostředky matematického vzdělávání. Vzdělávací programy (RVP a ŠVP) matematiky pro SŠ.

Třetí částí je „Stručná historie matematiky, významní matematici“.

Základ přístupu autora k didaktice středoškolské matematiky tvoří historický a didaktický rozbor pojmů a metod výuky, kterým je uvedena každá kapitola. Autor tím vytváří velmi potřebný nadhled i vhled

do probíraného učiva v dané kapitole. Přitom bohatě využívá vizualizaci učiva prostřednictvím vzorových, krásně zpracovaných obrázků. Velmi prospěšný je také uvedený historický vývoj způsobu zpracování daného učiva v našich učebnicích. Nesmírně cenné jsou i historické, motivační a netradiční zajímavé úlohy.

V úvodu publikace autor kromě jiného uvádí, „... že matematika nepředstavuje pouhý soubor výpočetních postupů, ale je především svébytným prostředkem poznávání a adekvátního vyjadřování, tedy specifickým *jazykem*“. „Proto je nutné, i když nesnadné, soustavně pěstovat nejen výpočetní zručnost, ale také *matematické vyjadřovací schopnosti* žáků.“ Autorův způsob zpracování této učebnice vrchovatě sám naplňuje uvedený princip.

Knihy vychází jako na zavolanou v době, kdy se uvažuje o znovuzavedení povinné maturity z matematiky, kdy ve společnosti, tudíž i mezi studenty, převládá názor, že vše musí jít samo, bez námahy a hlubšího porozumění.

Z pohledu učitele matematiky a fyziky s jedenačtyřicetiletou praxí doporučuji tuto učebnici didaktiky matematiky všem začínajícím i zkušenějším učitelům matematiky, všem studujícím učitelství matematiky a také žákům středních škol, kteří se o matematiku zajímají hlouběji.

*František Kopecký*

## Jan Kopka: Umění řešit matematické problémy

Publikace, kterou vydal RNDr. Karel Hoza (HAV, Praha 2013, 212 stran), obsahuje náměty navazující na učivo 8. a 9. ročníku základní školy s přesahem do učiva nižších ročníků střední školy (především gymnázia) a nabízí velmi inspirující soubor matematických problémů z různých matematických oborů.

Nejde však o sbírku úloh. Autorovým cílem je umožnit čtenáři pochopit různé

strategie řešení matematických problémů, počínaje jednoduchými hříčkami a hlavolamy a konče např. prací s Fibonacciovou posloupností. Stylisticky jsou nabízené úlohy a problémy formulovány tak, aby byly zajímavé a přímo motivovaly k řešení. Ale jak je řešit?



Autor ukazuje, jak užitečné mohou být i zdánlivě nematematické postupy, jakými je hrubý odhad a dosazování čísel pokusem a omylem, zjednodušení volbou pomocného prvku (např. volbou jedné neznámé), zanedbání některých vstupních podmínek, řešení jednoduššího případu, rozkreslování problému, apod. Pro studenty, kteří raději jdou osvědčenou cestou dokazování, jsou připomenuty základní metody důkazů (přímý, nepřímý, důkaz sporem, matematická indukce).

Matematické myšlení žáků a studentů neobvykle rozvíjí kapitola *Hrozny problémů*. Začíná hrou u kulatého stolu. *Dva hráči mají dostatek mincí stejné velikosti a postupně je střídavě kladou na desku kulatého stolu. Hráč, který se dostane do situace, že již nemá kam minci položit, prohrává.* Základní úkol je ten, objevit vítěz-

nou strategii. Toto je ovšem jakási rozcvička myšlení, neboť po vyřešení tohoto základního problému se hra postupně modifikuje doplněním dalších pravidel (např. pokládání dvou mincí na sebe, možnost vzít minci zpět), nebo se mění její vnější podmínky (stůl má uprostřed otvor, použije se stůl jiného tvaru – čtverce, trojúhelníku, tvar U, apod.). Vždy je potřeba nalézt vítěznou strategii, nebo dokázat, že neexistuje. Následuje řada dalších matematických situací, jejichž obtížnost postupně graduje zařazením nějaké další podmínky. V průběžném doplňování dalších podmínek právě spočívá kumulování úloh do hroznů.

V knize jsou přibližně stejně zastoupena témata aritmeticko-algebraická i geometrická. Ale jsou volena velice šikovně: Některé na pohled ryze geometrické problémy jsou snáze řešitelné např. rovnicemi a naopak – mnoho na pohled ryze číselných úloh se dá vyřešit, znázorníme-li je obrázkem.

Autora recenze mj. zaujal obecně často zadávaný problém najít další členy posloupnosti čísel, je-li dáno několik jejích prvních čísel. Zadavatel obvykle uznává jediné řešení (tzn. jeho), postupuje se tak – bohužel i při hodnocení v IQ testech. V knize je ukázáno, že pokračování posloupnosti obvykle není jedinečné, nýbrž záleží na tom, jaké pravidlo na počátek posloupnosti čtenář „nasadí“. Takových pravidel může být více a snadno se řešitel nemusí shodnout se zadavatelem, což zadavatele zpravidla udiví. V podstatě může taková posloupnost pokračovat jakýmkoli číslem. Tato nejednoznačnost ale odpadá v závěrečné téměř dvacetistránkové části knihy – o kráse Fibonacciovy posloupnosti a tajích v ní ukrytých.

Knihu doporučuji učitelům základních a středních škol a jejím prostřednictvím mohou mnoho vykonat pro zajímavost školské matematiky a pro rozvoj žákovských kompetencí řešení problémů.

František Jáchim