ZPRÁVY

56. Mezinárodní matematická olympiáda

Hlavními pořadateli 56. Mezinárodní matematické olympiády, která se konala od 4. do 16. července v thajském městě Chiang Mai na severu této pro nás pořád ještě exotické země, byly Ústav pro podporu výuky věd a technologií (IPST), univerzita v Chiang Mai, Matematické sdružení Thajska pod patronací Jeho Veličenstva krále a Nadace pro podporu akademických olympiád a rozvoje vědecké výchovy (POSN) pod patronací Její Výsosti princezny Galyani Vadhana Krom Luang Naradhiwas Rajanagarindra.

Organizátoři připravili pro práci mezinárodní jury, jejímž hlavním úkolem je vybrat z připravených návrhů šestici soutěžních úloh, vynikající podmínky v pětadvacetipatrovém hotelu Holiday Inn v samém centru města. Soutěžící spolu s pedagogickými vedoucími bydleli v neméně skvělém hotelu v jiné části města. Počet soutěžících byl opět rekordní: olympiády se zúčastnilo 577 studentů ze 104 zemí celého světa.

Slavnostní zahájení se konalo v aule chiangmajské univerzity a zakončilo ho nápadité defilé s národními vlajkami.

České družstvo, které bylo vybráno na základě výsledků ústředního kola 64. ročníku MO v Praze a následné týdenní přípravy v Kostelci nad Černými lesy, tvořili *Vojtěch Dvořák* z 8. ročníku G JGJ v Praze, *Matěj Konečný* z 8. ročníku G v Českých Budějovicích v Jírovcově ulici, *Marian Poljak* z 7. ročníku GJŠ v Přerově, *Jan Soukup* z 8. ročníku GJV v Klatovech, *Radovan Švarc* z 8. ročníku G Česká Třebová a *Pavel Turek* z 6. ročníku G v Olomouci-Hejčíně. Vedoucím družstva byl RNDr. *Karel Horák*, CSc., z Matematického ústavu Akademie věd v Praze a studenty doprovázel Mgr. *Michal Rolínek* z Institutu pro vědu a technologii v Klosterneuburgu u Vídně.

Vlastní soutěž se odehrála v univerzitní aule hotelu 10. a 11. července, kdy soutěžící jako obvykle řešili vždy po trojici soutěžních úloh. Na to měli pokaždé vyhrazeno přesně 4,5 hodiny; za každou ze šesti úloh mohli získat nejvýše 7 bodů.

Vzhledem k tomu, že dva z našich studentů už mají doma po medaili z předchozí 55. MMO, čekali jsme, že své zkušenosti i přípravu zúročí lépe. Letošní MMO však dle mínění mnohých patřila k jedné z nejtěžších. Nicméně zisk tří bronzových medailí za velký úspěch považovat nelze. Zbylí tři naši studenti se museli spokojit pouze se základním oceněním, kterým je tzv. *Honourable mention* a které se uděluje studentům bez medaile za úplné vyřešení alespoň jedné soutěžní úlohy.

Výsledky našich soutěžících: 160.–182. Pavel Turek, 17 b., 217.–256. Radovan Švarc, 15 b., 257.–282. Marian Poljak, 14 b. (všichni tři získali bronzové medaile), 322.–336. Matěj Konečný, 11 b., 365.–408. Jan Soukup, 9 b., 394.–419. Vojtěch Dvořák, 8 b. (získali pochvalné uznání).

V neoficiálním pořadí všech zúčastněných zemí jsme stěží uhájili pozici v první polovině (spolu s Mongolskem a Švýcarskem jsme se podělili o 45.–47. příčku) více než stočlenného pole.

O obtížnosti úloh svědčí množství rozdaných bodů. Jak je patrno z tabulky, Čínu letos o pár bodů předběhly Spojené státy americké, ale ani ty nepřekonaly hranici 200 bodů, což se už dlouho nestalo. Rusko letos vypadlo ze silné pětky, protože ruští studenti si překvapivě neporadili s obtížnou třetí planimetrickou úlohou, a tak nezískali ani jednu zlatou a skončili se šesti stříbrnými až na osmé příčce. Úlohy rozhodně nebyly lehké, naši si sice výborně poradili s kombinatorickou první úlohou, na které překvapivě pohořeli jinak výborní Vietnamci, a o něco hůře se čtvrtou (geometrickou) úlohou. Na zbývající těžší úlohy však bohužel nestačili.

K zisku zlaté medaile letos stačilo pouhých 26 bodů, přičemž plného počtu 42 bodů dosáhl jediný soutěžící, Zhuo Qun (Alex) Song z Kanady. Stříbrné medaile se udělovaly za 19–25 bodů a na bronz stačilo 14 bodů. Celkem jury udělila 39 zlatých, 100 stříbrných a 143 bronzových medailí a 126 studentů získalo „pochvalné uznání“ (Honourable mention).

Vynikající organizace se projevila i v bohaté náplni volného času jak studentů, tak jejich vedoucích. K největším zážitkům bezesporu patřil výlet do sloního parku Maetaman korunovaný jízdou na hřbetě slona, který po soutěži absolvovali i soutěžící, neméně vzrušující byla i zhruba čtyřkilometrová plavba na bambusových vorech mírnými peřejemi. Po koordinaci jsme pak měli ještě možnost navštívit chrám Wat Pra That Doi Suthep v horách za hranicí města a poté chrám Wat Chedi Luang v historickém středu města.

Slavnostní zakončení olympiády se konalo opět v prostorné aule chiangmajské univerzity za účasti thajského ministra školství a v uvolněném duchu bez velkých proslovů. Po úžasném bubenickém a tanečním vystoupení došlo k rozdání medailí, na němž se valnou částí kromě představitelů univerzity a pana ministra podíleli sami organizátoři a koordinátoři.

O hostitelských zemích příštích olympiád je už jasno až do roku 2019: v roce 2016 to bude Hongkong, poté Brazílie, Rumunsko a Velká Británie.

Texty soutěžních úloh
(v závorce je uvedena země, která úlohu navrhla)

Úloha 1

Konečnou množinu $\mathcal{S}$ bodů v rovině nazveme *vyváženou*, jestliže pro libovolné dva různé body A a B z $\mathcal{S}$ existuje v $\mathcal{S}$ takový bod C, že $|AC| = |BC|$. Množinu $\mathcal{S}$ nazveme *středuprostou*, jestliže pro žádné tři různé body A, B a C z $\mathcal{S}$ neexistuje v $\mathcal{S}$ bod P takový, že $|PA| = |PB| = |PC|$.

(a) Dokažte, že pro každé přirozené číslo $n \geqslant 3$ existuje vyvážená množina obsahující právě n bodů.

(b) Určete všechna přirozená čísla $n \geqslant 3$, pro něž existuje vyvážená středuprostá množina obsahující právě n bodů.

(*Nizozemsko*)

Úloha 2

Určete všechny trojice (a, b, c) kladných celých čísel, pro něž každé z čísel

$$ab - c, \quad bc - a, \quad ca - b$$

je mocninou 2.
(Mocnina 2 je celé číslo tvaru 2^n, kde n je nezáporné celé číslo.) (*Srbsko*)

Úloha 3

Nechť ABC je ostroúhlý trojúhelník splňující $|AB| > |AC|$. Označme Γ kružnici mu opsanou, H jeho průsečík výšek a F patu výšky z vrcholu A. Střed strany BC označme M. Nechť Q je bod kružnice Γ takový, že $|\sphericalangle HQA| = 90°$, a K bod kružnice Γ takový, že $|\sphericalangle HKQ| = 90°$. Předpokládejme, že body A, B, C, K a Q jsou navzájem různé a leží na kružnici Γ v tomto pořadí.

Dokažte, že kružnice opsané trojúhelníkům KQH a FKM se vzájemně dotýkají.

(*Ukrajina*)

Úloha 4

Trojúhelníku ABC je opsána kružnice Ω o středu O. Přitom kružnice Γ se středem A protne úsečku BC v bodech D a E takových, že body B, D, E a C jsou různé a leží na přímce BC v tomto pořadí.

Kružnice Γ a Ω se protínají v bodech F a G, přičemž body A, F, B, C a G leží na kružnici Ω v tomto pořadí. Označme K další průsečík kružnice opsané trojúhelníku BDF s úsečkou AB a L další průsečík kružnice opsané trojúhelníku CGE s úsečkou CA.

Předpokládejme dále, že přímky FK a GL jsou různé a protínají se v bodě X. Dokažte, že bod X leží na přímce AO.

(*Řecko*)

Úloha 5

Nechť $\mathbb{R}$ označuje množinu všech reálných čísel. Určete všechny funkce $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, jež splňují rovnici

$$f\big(x+f(x+y)\big)+f(xy) = x+f(x+y)+yf(x)$$

pro všechna reálná čísla x a y.

(*Chorvatsko*)

Úloha 6

Posloupnost $a_1, a_2, \ldots$ celých čísel vyhovuje následujícím podmínkám:

(i) $1 \leqslant a_j \leqslant 2\,015$ pro každé $j \geqslant 1$;

(ii) $k + a_k \neq \ell + a_\ell$ pro všechna k a l taková, že $1 \leqslant k < \ell$.

Dokažte, že existují dvě kladná celá čísla b a N taková, že

$$\left|\sum_{j=m+1}^{n} (a_j - b)\right| \leqslant 1\,007^2$$

pro všechna celá čísla m a n splňující $n > m \geqslant N$. (*USA*)

Karel Horák

Mezinárodní olympiáda v informatice IOI 2015

Dvacátý sedmý ročník Mezinárodní olympiády v informatice IOI 2015 se konal ve dnech 26. 7.–2. 8. 2015 v Kazachstánu v bývalém hlavním městě Almaty. Hlavním pořadatelem akce byla Kazašská národní univerzita al-Fabri. V jejím ubytovacím zařízení bydleli všichni soutěžící, v univerzitní knihovně probíhala vlastní soutěž, ve velkém sále Paláce studentů se konalo slavnostní zahájení a zakončení olympiády. Vedoucí národních delegací byli ubytování v nedalekém hotelu Atakent, ve kterém také probíhala všechna jejich jednání, včetně výběru soutěžních úloh a překladů zadání úloh do národních jazyků.

Soutěže IOI se letos zúčastnilo rekordních 83 zemí z celého světa. Z každé země se mohou zúčastnit čtyři soutěžící a dva vedoucí, celkově letos soutěžilo 322 studentů, což je také nejvyšší počet účastníků v historii. Naše české družstvo bylo sestaveno na základě výsledků ústředního kola 64. ročníku Matematické olympiády, kategorie P, a bylo tvořeno těmito studenty: *Filip Bialas*, student G Opatov v Praze 4, *Dalimil Hájek*, absolvent G J. Keplera v Praze 6, *Matěj Konečný*, absolvent G Jírovcova v Českých Budějovicích. *Václav Rozhoň*, absolvent G J. V. Jirsíka v Českých Budějovicích

Vedoucími české delegace na IOI 2015 byli jmenováni *doc. RNDr. Pavel Töpfer, CSc.* z Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze a *doc. RNDr. Tomáš Pitner, Ph.D.* z Fakulty informatiky Masarykovy univerzity v Brně.

Již tradičně se naši účastníci IOI na soutěž předem připravovali společně s některými reprezentanty vybranými pro CEOI (Středoevropská olympiáda v informatice) na týdenním přípravném soustředění. Toto soustředění se konalo v polovině června v Danišovcích na východním Slovensku a bylo společné pro soutěžící z Čech, Polska a Slovenska.