

- [9] <http://www.elektromotory-bor.cz/cz/krokove-motory/krokovy-motor-reverzacni-smr-300-300-ri-24.html>, 4. 2. 2016.
- [10] http://www.conrad.cz/transformator-do-dps-gerth-ei-48-16-8-prim-230-v-sek-15-v-666-ma-10-va.k1092959?gclid=CJadmomq3soCFUn4wgodNvgKAg#utm_source=google&utm_medium=agregator&utm_campaign=2016&utm_content=1092959, 4. 2. 2016.
- [11] <http://www.ges.cz/cz/stabilizator-napeti-7805-to220-GES05002908.html>, 5. 2. 2016.
- [12] <http://www.gme.cz/bipolarni-tranzistor-bc337-40-to92-p210-019>, 5. 2. 2016.
- [13] <http://www.gme.cz/products/search?term=BD239>, 5. 2. 2016.
- [14] <http://www.ges.cz/cz/pc817-GES05114567.html>, 2. 2. 2016.
- [15] *Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta, Zemědělská fakulta, České Budějovice*: Mobilní elektronický měřicí systém pro měření parametrů zemědělských strojů. Původci: Adámek, P., Fríd, M., Frolík, J., České republika. Užiténý vzor č přihláška UV 2013-27868, registrační č. 25973, 17. 10. 2013. www.upv.cz, 8. 2. 2016.
- [16] *Adámek, P.*: Measuring system for digital data acquisition of parameters of Diesel engines. In: Sborník XVII DIDMATTECH 2004, RZESOW, Poland, pp. 444–448, ed. Zaklad Dydaktyki Techniki i Informatyki – Uniwersytet Rzesowski.
- [17] *Šnorek, M.*: Standardní rozhraní PC. Grada, Praha, 1992.
- [18] http://www.interfacebus.com/Design_Centronics_Connector_PinOuts.html, 2. 2. 2016.
- [19] <https://sites.google.com/site/ustics131/pal-pla-gal>, 6. 2. 2016.
- [20] <https://labjack.com/>, 5. 2. 2016.
- [21] <http://rpishop.cz/raspberry-pi-pocitace/8-raspberry-pi-0766897151323.html>, 5. 2. 2016.
- [22] <http://www.arduino-shop.cz/?gclid=CPHA76XM4MoCFQQUwwodD-0CvA>, 5. 2. 2016.
- [23] *Yu Wang et al.*: Exploration in practical-oriented teaching of mechatronics engineering education. http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-27552-4_17#page-1, 9. 2. 2016.

Maximální rychlost podání v tenisu

JIŘÍ KOHOUT – KAREL RAUNER

Fakulta pedagogická, Západočeská univerzita, Plzeň

V první části článku ukážeme, jak stanovit maximální možnou velikost rychlosti (dále jen rychlost, směrem rychlosti se nezabýváme) tenisového

podání (obr. 1) užitím zjednodušeného modelu využitelného v rámci středoškolské fyziky. Ve druhé části se pak podrobněji zamyslíme nad přesností modelu, uvedeme některá jeho možná vylepšení a porovnáme naše poznatky s tím, co je známo z literatury.

Pro rychlost míčku při podání je samozřejmě důležitá maximální rychlost ruky tenisty, který drží tenisovou raketu. Jak ji ale určit? Pomůžeme si jinou sportovní disciplínou z oboru lehké atletiky. Podobný pohyb paže můžeme totiž vidět při hodu oštěpem (obr. 2). Špičkovým výkonem při hodu oštěpem je výkon 90 metrů. Předpokládejme, že je oštěp vyhozen pod úhlem 45° a že se pohybuje po parabole jako při vrhu šikmém. Mezi délkou l hodu a počáteční rychlostí v můžeme jednoduše odvodit vztah

$$v = \sqrt{g \cdot l},$$

kde g je velikost tíhového zrychlení. Článek se zabývá jen odhadem, proto dosadíme $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $l = 90 \text{ m}$ a vyjde $v = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Samozřejmě, že let oštěpu je velmi složitý¹, působí na něj odporová síla vzduchu, na druhou stranu sportovcům při vrcholových výkonech pomáhá vítr.



Obr. 1 Tenisové podání Rogera Federera

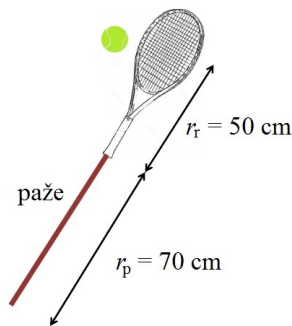
¹Podrobnější informace o biofyzice hodu oštěpem lze nalézt například na http://is.muni.cz/th/72727/fspms/diplomova_prace.pdf



Obr. 2 Hod oštěpem v podání českého reprezentanta Jakuba Vadlejcha

Předpokládáme, že hmotnost tenisové rakety a oštěpu je přitom řádově srovnatelná – hmotnost rakety je typicky zhruba 300 gramů, hmotnost mužského oštěpu 800 gramů. Menší hmotnost rakety může být „doronána“ momentem setrvačnosti a větším odporem vzduchu. Rychlost ruky je navíc při malých hmotnostech házeného předmětu na hmotnosti nezávislá. Při hodu oštěpem se ovšem atlet rozbíhá. Odhadneme rychlost běhu na $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Proto budeme počítat s tím, že ruka tenisty se může pohybovat maximálně rychlostí $v = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Protože soustava paže-raketa při podání rotuje kolem ramenního kloubu, bude rychlost výpletu rakety v místě dotyku s míčkem větší (obr. 3).



Obr. 3 Parametry soustavy paže-raketa při tenisovém podání

Předpokládáme-li stejnou úhlovou rychlost, platí pro rychlost v_r výpletu v místě dotyku s míčkem

$$v_r = v \cdot \frac{r_p + r_r}{r_p},$$

po dosažení $v_r = 43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Kdyby byla hmotnost míčku proti raketě zanedbatelná, míček by po úderu letěl dvojnásobnou rychlostí². To by znamenalo rychlost $310 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Ve skutečnosti předá raketa po úderu část hybnosti i energie míčku. Předpokládáme, že srážka rakety s míčkem je dokonale pružná a pro výpočet můžeme proto vedle zákona zachování hybnosti³ použít i zákon zachování mechanické energie. Označíme rychlost míčku indexem v_m , rakety r , index 1 znamená před srážkou, index 2 po srážce. Horizontální rychlost míčku před srážkou v_{m1} je při podání s dostatečnou přesností rovna nule. Hmotnost rakety označíme m_r , hmotnost míčku m_m :

$$m_r v_{r1} = m_r v_{r2} + m_m v_{m2},$$

$$\frac{1}{2} m_r v_{r1}^2 = \frac{1}{2} m_r v_{r2}^2 + \frac{1}{2} m_m v_{m2}^2.$$

Jednoduchým výpočtem (detailně je postup uveden např. v [1]) dojdeme k hledanému vztahu

$$v_{m2} = \frac{2m_r}{m_r + m_m} v_{r1},$$

Protože hmotnosti jsou $m_r = 300 \text{ g}$ a $m_m = 58 \text{ g}$, je vypočítaná maximální rychlost podání $72 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, tj. $259 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Při porovnání se světovým rekordem $263 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, kterého dosáhl australský tenista *Samuel Groth* v roce 2012, se může zdát přesnost našeho výpočtu obdivuhodná. Je ale pravděpodobné, že se chyby v odhadech a předpokladech shodou okolností eliminovaly.

Pojďme se podívat na možné nepřesnosti v předchozím výpočtu poněkud podrobněji (za cenu toho, že již mírně překročíme rozsah klasické středoškolské fyziky a následné úvahy tak budou vhodné spíše pro hlubší zájemce o tuto problematiku). Předně je otázka, do jaké míry interakci mezi raketou a míčkem můžeme pokládat za pružný ráz. Tímto tématem se experimentálně i teoreticky zabývali různí autoři a zjistili, že tzv. koeficient restituace e (poměr rychlostí po odrazu a před odrazem) vystihující míru pružnosti daného rázu (dokonale nepružný ráz má $e = 0$, dokonale pružný ráz poté $e = 1$) nabývá pro danou situaci a rychlost rakety před

²V soustavě spojené s raketou se míček blíží rychlostí $43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, po odrazu se vzhledem k raketě vzdaluje stejnou rychlostí. Protože raketa se v soustavě spojené s kurtem pohybuje stejnou rychlostí, je rychlost míčku vzhledem ke kurtu dvojnásobná.

³Vzhledem k tomu, že srážka rakety a míčku trvá velmi krátkou dobu (nejdéle 5 milisekund), můžeme zanedbat silové působení ruky na raketu během srážky.

srážkou s míčkem hodnoty zhruba $e = 0,6$ [2]. Při znalosti koeficientu restituce je možné vztah (5) pro rychlost míčku po srážce převést jednoduchým postupem (podrobnosti např. v [1]) do tvaru

$$v_{m2} = \frac{(1 + e) m_r}{m_r + m_m} v_{r1}.$$

Všimněme si, že pro dokonale pružný ráz (tj. $e = 1$) získáváme rovnou vztah (5). Pro uvažované hodnoty hmotnosti míčku a rakety (a koeficientu restituce) snadno zjistíme, že rychlost míčku je cca o 35 % větší ve srovnání s rychlostí rakety před srážkou (v případě dokonale pružného rázu to bylo téměř o 70 %). Uvedených 35 % je v poměrně dobrém souladu s experimentem. Například Mitchell [3] uvádí rychlost rakety (měřeno v místě dopadu míčku těsně před srážkou) $33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a rychlost míčku po srážce $45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, Chow [4] poté naměřil pro první podání u testovaných mužů hodnoty $39 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a $51 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Gross pak na základě komplexního modelu spočítal pro více než 100 různých tenisových raket rychlosti míčku typicky o 35 %–40 % větší ve srovnání s rychlostí rakety [5]. Pro výše uvedenou rychlost rakety $v_r = 43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ bychom tak dostali rychlost míčku cca $58 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, což je $209 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a tedy výrazně pod rekordní hodnotou.

Zdá se tedy, že rychlost rakety v místě dopadu musela být při rekordním podání ve skutečnosti znatelně větší než oněch $43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. To může souviset například s tím, že vzdálenost dopadu míčku $r_r = 50 \text{ cm}$ od držadla rakety byla uvažována pro případ, kdy místo dotyku raketa-míček je přibližně ve středu výpletu (podle norem Mezinárodní tenisové federace může být samotná délka rakety až $73,7 \text{ cm}$, přičemž délka výpletu nesmí přesáhnout $39,4 \text{ cm}$ [6]). Jak se však můžeme přesvědčit díky velice zajímavým zpomaleným analýzám podání, které jsou dostupné volně na Youtube⁴, při podání o vysokých rychlostech dojde velmi často k zásahu míčku v horní části rakety, kde je v souladu se vztahem (2) příslušná rychlost rakety větší. V případě, že $r_r = 65 \text{ cm}$ (to není pro dané rozměry rakety nerealistická hodnota) by rychlost rakety v místě dopadu byla $v_r = 48 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, což by následně odpovídalo (za předpokladu, že $e = 0,6$) rychlosti podání téměř $235 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

To je sice stále o něco menší hodnota než výše uvedený rekord, ale soulad je již podstatně lepší. Nebudeme zde dále pokračovat ve zpřesňování modelu, pouze uvedme, že v odborné literatuře lze najít studie (např. [5]), kde je vzata do úvahy i rotace rakety při zásahu mimo její těžiště

⁴Např. na <https://www.youtube.com/watch?v=VHV1YbeznCo>

a následně je stanovena tzv. efektivní hmotnost rakety, u níž hraje roli i její moment setrvačnosti (jeho stanovení popisuje detailně Brody v [7]) a vzdálenost od místa dopadu míčku. Tyto komplexnější modely mohou vést ještě k přesnějším odhadům, vyžadují však již podrobnější rozbor a nejsou tak úplně vhodné pro školskou fyziku. Rozhodně však platí, že využití fyziky v tenisu je zajímavé (a v České republice dosud prakticky nestudované) téma potenciálně zvyšující motivaci studentů. Svědčí o tom i články zaměřené tímto směrem a publikované v uznávaných zahraničních fyzikálně-didaktických časopisech *Physics Teacher* [7] a *American Journal of Physics* [8, 9].

Literatura

- [1] *Jírů, J.*: Hybnost a energie při vzájemném působení těles – studijní text pro FO kategorie D. Dostupné na <http://black-hole.cz/fo/down/hybnost.pdf> [citováno dne 31. 7. 2016].
- [2] *Miller, S. – Messner S.*: On the dynamic coefficient of restitution of tennis balls. In: Miller, S (ed.): *Tennis Science and Technology 2*, Toronto: Webcom, 2003, s. 97–104.
- [3] *Mitchell, S. R., a kol.*: Head speed vs. racket inertia in the tennis serve. *Sports Engineering*, roč. 3 (2000), č. 2, s. 99–110.
- [4] *Chow, J., a kol.*: Comparing the pre- and post-impact ball and racquet kinematics of elite tennis players' first and second serves: a preliminary study. *Journal of Sports Science*, roč. 21 (2003), č. 7, s. 529–537.
- [5] *Cross, R. – Nathan, A. M.*: Performance versus moment of inertia of sporting implements. *Sports Technology*, roč. 2 (2009), č. 1-2, s. 7–15.
- [6] *TF.*: ITF Rules of Tennis 2016 (s. 22). [citováno dne 31. 7. 2016] Dostupné na: <http://www.itftennis.com/media/220771/220771.pdf>
- [7] *Brody, H.*: The moment of inertia of a tennis racket. *The Physics Teacher*, roč. 5 (1985), č. 4, s. 213–216.
- [8] *Brody, H.*: The physics of tennis III. The ball-racket interaction. *American Journal of Physics*, roč. 65 (1997), č. 10, s. 981–987.
- [9] *Cross, R.*: Impact of a ball with a bat or racket. *American Journal of Physics*, roč. 67 (1999), č. 8, s. 692–702.

Zdroje vyobrazení

Obr. 1 <https://www.flickr.com/photos/myersphotography/12007189485/>

Obr. 2 <http://www.izun.eu/sport/czu-bude-mit-sveho-zastupce-v-olympijskem-londyne>