

Na stránkách *Ligy Abaku* <http://liga.abaku.cz/Home.aspx> doporučuji všem učitelům *Metodiku hry*, kterou zpracovala Mgr. Alena Vávrová. Najdou zde spoustu námětů pro práci v hodinách matematiky. Alena Vávrová je také autorkou knihy *Abaku metodika a didaktika pro učitele ZŠ*, kterou vydalo nakladatelství AL. 21 s. r. o. v roce 2015 a která obsahuje mimo jiné i přílohy využitelné v hodinách matematiky jako pracovní listy. Žáci Aleny Vávrové ze ZŠ Karla Čapka v Praze natočili o abaku zajímavá videa. První z celého seriálu: <https://www.youtube.com/watch?v=24pPgwUVF2E>

Abaku se prezentuje jako nejlepší početní hra v celém vesmíru. Chcete-li u dětí (a nejen dětí) upevnit zábavnou formou počtářské dovednosti, určitě hru vyzkoušejte.

# Slovní úlohy a život společnosti

STANISLAV TRÁVNÍČEK

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Je zajímavé a užitečné nahlédnout do minulosti, zda a jaké byly vazby mezi texty slovních úloh v učebnicích matematiky a reálným životem společnosti v jednotlivých historických obdobích. V tomto článku se podíváme do českých škol v Rakousko-Uhersku, které jsou dnešním studentům i učitelům nejméně známé.

## Vymezení tématu

Víme, že význam matematiky je především v její schopnosti modelovat reálné situace a problémy a podstatně tak přispívat k jejich řešení. Ve školních podmínkách se s principy této činnosti setkávají žáci při řešení slovních úloh s reálným obsahem.

Každá taková slovní matematická úloha jako celek (tj. včetně textu) má několik stránek, některé si někdy ani neuvědomujeme. Předně je součástí matematiky, což je její aspekt odborný. Dále je součástí matematického vzdělávání, vyučovacího procesu nebo samostatného studia, což je vlastně také výuka, kde však objekt výuky je současně jejím subjektem. Dostá-

váme tak aspekt didaktický. Další hledisko je systémové: Matematická úloha vždy představuje nějaký systém, ve své formulaci definuje prvky tohoto systému, vazby mezi nimi a obvykle i problém, který je třeba v tomto systému vyřešit. Matematická úloha je též jazykovým projevem a literárním textem, neboť přináší souvislou informaci o nějakém dílčím problému matematickém nebo jiném, při jehož řešení se matematika uplatní. V podmínkách školy vystupuje někdy i stránka výchovná, pokud u žáků navozuje smysl pro správné mezilidské vztahy a slušné chování. Nu a konečně slovní matematické úlohy s reálným obsahem vypovídají také o své době, nejen o stavu vědy a techniky, ale i o současné lidské společnosti, o jejím životě a problémech. A právě této stránce se dále ponejvíce věnujeme.

Společenská prestiž (školské) matematiky závisí na její prokázané užitečnosti, ale i na tom, jak reaguje na soudobý svět. Zda a jak se používají ty části matematiky, které jsou v dané době aktuální, zda jsou na soudobé úrovni technické prostředky použité v úlohách a co se říká o životě lidí. Tyto vztahy jsou nejvíce viditelné právě na slovních úlohách s reálným obsahem. Pokud školská matematika zanedbává tato hlediska, pak se oprávněně ozývají hlasy – k čemu ta matematika vůbec je? Tímto se však nijak nedotýkáme slovních úloh historických a úloh zábavných, které často obsahují i reálné absurdnosti, ale jejichž občasně použití výuku okořeňuje.

Reálné slovní úlohy poskytují žákům pohled do reality zprostředkovaný autory těchto úloh, tedy autory matematických učebnic a sbírek úloh. Mnoho autorů úloh (učebnic a sbírek příkladů) při historickém pohledu ctilo zásadu, že jejich úlohy mají žáky informovat o realitě pravdivě, že tedy reálný obsah matematických úloh má v obecné rovině odpovídat skutečností, které žáci vidí kolem sebe, protože jen takové úlohy přispívají žákům k poznávání světa. Tím v „obecné rovině“ je myšleno, že pokud se taková úloha použije při výuce matematiky, má být aktuální její podstata a také, že údaje v ní použité nejsou ve velkém rozporu s aktuální realitou. Avšak nemusí být vhodné, aby v učebnicích a sbírkách byly úlohy s nejnovějšími aktuálními daty krátkodobé platnosti, protože takové úlohy brzy ztrácejí aktuálnost a po čase mohou být až směšné, jako dnes např. úlohy o spoření a úrocích. Aktuální úlohy by měli zařazovat (nebo tradiční úlohy aktualizovat) samotní učitelé.

Mnoho úloh přechází do následujících historických etap, jen si změnil kabát (postaví nové kulisy), je naprosto přirozené, že se i dnes setkáváme s úlohami, které řešili žáci už tehdy, ale někdy nevhodný kabát může úlohu zcela pokazit.

Vytvořit novou dobrou a reálnou úlohu (cennou matematicky i didakticky) k historicky novým situacím však není jednoduché. Autor musí prokázat dobrou znalost příslušné reality, aby byla pravdivá, neobsahovala mnoho nových pojmů, a aby se nedotkla některé významné nebo hájené části společnosti, které by téma úlohy mohlo být nemilé právě proto, že by takové úlohy pravdivě odhalovaly některé – řekněme – jevy. To platí ve všech historických obdobích.

Realita má ovšem velmi mnoho rozměrů. Kromě podnětů objektivních je zde život člověka a lidské společnosti, „v užším smyslu“, tj. s čím se člověk ve svém životě setkává a co jeho život ovlivňuje. Člověk se narodí, vyrůstá, bydlí, pracuje, nakupuje, jí, vzdělává se, hledá partnera (partnerku), má rodinu, podniká, hospodaří s penězi, pečuje o zdraví, zajímá se o kulturu, sport a společenský život, cestuje, má koníčky, je ovlivňován stávajícím politickým a ekonomickým systémem, hledá východiska, plánuje, uplatňuje se.

Projdeme-li si texty matematických úloh v českých učebnicích a sbírkách příkladů od počátku jejich výskytu v 19. století, můžeme autenticky sledovat, jak se v nich odráží nebo neodráží stav a proměny společnosti. Pro znázornění života lidí a lidských vztahů si prohlédneme několik úloh v dále citovaných českých matematických učebnicích a sbírkách příkladů (většinou uvádíme jen pro nás podstatnou část textu), které byly za Rakouska-Uherska v používání. V archivu Muzea Komenského v Přerově jsme vybrali 6 knižních titulů, některá témata úloh se vyskytují téměř shodně ve více z nich. Nejde o vědeckou studii, ovšem vybrané učebnice jsou natolik výmluvné, že dále uváděné komentáře lze považovat za docela výstižné.

## Slovní úlohy v Rakousko-Uhersku

Začalo vydávání školní matematických učebnic v českém jazyce, vytvářela se česká matematická terminologie. Pro lepší orientaci jsme průzkum rozdělili na pět okruhů, kterými nyní projdeme.

### A. Podnikání a finance

[1] (1892)

- Obchodník poslal z Oděsy do Hamburku 4100 čtvrtí pšenice. . .
- Překupník koupil od obchodníka. . .

[2] (1902)

- Výtěžek z uhelných dolů rozděluje se rovnou měrou na 20 akcií patřícím dvěma bratrům, majitelům těchto dolů. . . (o dědických podílech dětí)
- Lichvář půjčil statkáři 5 000 K na 5 %, avšak hned při výplatě srazil za 4 léta úroky, takže statkáři vyplatil jen 4 000 K. Na kolik ze sta půjčil vlastně lichvář statkáři?
- K jistému podniku se spojily osoby A, B, C, D (úloha uvádí různé vklady a rozdělení výnosů, v knize je více podobných úloh).
- Statkář najal zahradníka na měsíc s tou podmínkou, že mu bude dávat stravu a 160 h mzdy za každý den pracovní, kterého dne by však zahradník nepracoval, že musí platit 60 h za stravu. Kolik dní pracoval zahradník, vydělal-li za měsíc 34,8 K?
- Kapitalista má na třech místech půjčeny peníze, celkem 22 000 K, a sice na 4 %, 4 ½ % a 5 %. Dostává ročně 976 K úroků. . .
- Kdosi koupil dva doly, z nichž jeden nese 1 092 K příjmů. . .

[3] (1907)

- Pán najal sluhu a slíbil mu ročně 120 K mzdy a nový oblek. . .

*Poznámka.* V úlohách vystupují také: velkostatkáři, komisionář, peněžník. Najdeme zde systém úloh s nadpisy, které nám už (zatím?) dnes nic moc neříkají: Nejdůležitější počty občanské a kupecké, cenné papíry; počet lhůtový, počet podílový (spolkový), počte řetězový, mincovní, směnečný, burza; jedná se dále o zisk a ztráty a jsou tu dosti podrobné informace pro vzdělávání obchodníků, včetně základů jednoduchého účetnictví. . .

[4] (1909)

- V dolech knížete Schwarzenberga na tuhu vytěženo bylo roku 1900 90 020 q tuhy; kterou cenu měla tato tuha, prodal-li se 1 kg průměrně za 11 hal?
- Lichvář půjčil rolníku, který z nepravého studu nechtěl si vypůjčiti v záložně, na směnku 500 K na půl roku, z nichž hned si strhl 30 K na úroky; za kolik procent byla půjčka uzavřena?

*Poznámka.* V dalších úlohách najdeme obchodníky a velkoobchodníky a opět pojmy z obchodování: tára a vývažek, diskonto, rabat a nádavek, odměna a dohodné, zisk a ztráta, počet řetězový – výměny peněz, míry, váhy a peníze, hra na burze, směnky, rozčet kupní, prodejní a výrobní ceny, počítání cenných papírů, počet lhůtový, počet spolkový, dále úlohy

o spoření, pojištění, též nemocenské a úrazové pojištění při úrazech a smrti dělníků.

[6] (1912)

- Statkář najal dělníka s podmínkou, že mu bude dávat stravu a 16 K mzdy za každý den pracovní, avšak za každý den, kdy by nepracoval, že musí zaplatit 6 K za stravu. Kolik dní pracoval dělník, vydělal-li za měsíc 348 K? (Srovnej s úlohou z [2].)

- Kupec rozmnožoval své jmění ročně o 20 %; měl na počátku 250 000 K, po 4 letech 357 360 K. Kolik ročně utratil?

- Obchodní cestující má slíbenou provizi p %. Jak závisí jeho výdělek na ceně prodaného zboží?

- Kapitalista uložil 50 000 K na 4 %, za tři roky potom uložil 80 000 K na 5 %. Po kolika letech vynesou obě tyto jistiny stejné úroky?

- Kapitalista má své jmění obnášející 150 000 K uloženo jednak ve dvou spořitelnách, v jedné na 4 %, ve druhé na 4 ½ %, jednak v akciích, jež mu nesou 7 %; má pak ze svého kapitálu úhrnný příjem 8 500 K. Po nějaké době naskytne se mu možnost koupiti akcie téhož druhu. . .

*Poznámka.* Dále jsou tu četné úlohy o cenných papírech.

## Komentář k okruhu A.

Podmínkám a praxi podnikání je věnována velká pozornost, zejména obchodu a drobnému podnikání. Bez jakéhokoli sociálního hodnocení se setkáváme s běžnými postavami tohoto období – s kapitalisty, statkáři, podnikateli, kupci (ale též s lichváři, před nimiž úlohy tiše varují) a se širokým sortimentem úloh týkajících se podnikatelských a obchodních aktivit těchto osob.

## B. Dělníci, jejich práce a život

[2] (1902)

- 35 dělníků kope příkop 8 hodin denně po 24 dní, a pak se v úloze uvažuje o stejné práci 20 dělníků 10 hodin denně.

- V místnosti tovární, v níž pracovalo 9 mužů, 6 žen a 5 dětí přišlo k úrazu 5 osob. Jaká je pravděpodobnost, že to byli sami muži, samé ženy, samé děti?

*Poznámka.* U podobné úlohy v [6] o deset let později je použita alternativa „žádáné dítě“.

[3] (1907)

• 65 v továrně zaměstnaných dělníků žádalo za zvýšení denní mzdy o 20 h; továrník povolil toto zvýšení, propustil však několik dělníků, by se dosavadní denní mzda všech, jež činila 150 K, nezvětšila. Kolik dělníků propustil?

• ... dělníci při  $10\frac{1}{2}$  hodinové denní práci...

• Vydělá-li nádeník za  $3\frac{3}{4}$  dne  $5\frac{1}{4}$  K ...

• V továrně propuštěno bylo 105 dělníků a ostatním snížena byla mzda o 15 %. Tím klesla denní výplata na polovičku. Kolik dělníků zaměstnáno bylo dříve v továrně?

• V továrně zaměstnáno bylo 140 dělníků, již dostávali denně 392 K mzdy. Když bylo méně objednávek, propustil továrník několik dělníků a ostatním snížil mzdu o 15 %, čímž klesla denní výplata na 273 K 70 h. Kolik dělníků propustil?

[4] (1909)

• Horníci domáhali se zvýšení mzdy; místo přídatku snížena jim doba pracovní (šichta) z deseti hodin na devět; kolik procent mzdy vykazoval přírůstek touto formou daný?

[5] (1910)

• Dělník Sláma vydělal si v pondělí při skládání cihel 2 K. V úterý si vydělal na nádraží 5 K. Kolik...

• Tovární dělník vydělá si denně 2 K. Oč si vydělá více mistr, platí-li mu továrník 7 K denně?

• Hospodářští dělníci pracují denně 10 hodin. Kolik hodin mají odpočinku?

• Dělnictvo domáhá se pracovní doby, která by se rovnala jedné třetině hodin celého dne; kolikahodinová pracovní doba to jest?

### **Komentář k okruhu B.**

Z úloh vidíme, že nebyla stanovena denní pracovní doba, jsme svědky požadavků na zvýšení mzdy, snižování mzdy a propouštění dělníků, setkáváme se i s dětskou prací v továrnách. Opět běžné a neskrývané problémy dané doby.

### **C. Život společnosti a sociální záležitosti**

Úlohy si všímaly celkového prostředí života společnosti a problémů dalších vrstev obyvatelstva.

[2] (1902)

• Na drahách rakouských jezdí průměrně 1,2 % osob ve třídě I, 9,3 % osob ve třídě II. Jede-li za rok 99 345 000 osob ve třídě III, kolik všech cestujících použilo dráhy toho roku?

[3] (1907)

• Úředník spotřebuje ze svého ročního služného  $\frac{5}{8}$  na byt a stravu,  $\frac{1}{6}$  na šatstvo a prádlo a  $\frac{1}{9}$  na ostatní potřeby. Ušetří 420 K. Kolik jest jeho služné?

[4] (1909)

- Spotřebuje-li rodina na výživu denně 3 K, kolik. . .
- V Jihlavě připadá na 689 obyvatel národnosti německé 181 obyvatel národnosti české; kolik tu žilo Čechů v roce 1900, byli-li 20 680 Němců?
- V Olomouci bylo napočítáno v roce 1900 mezi 19 761 obyvateli 6 194 Čechů; kolik procent obyvatelstva bylo národnosti české?
- Průměrné stáří člověka je v Rakousko-Uhersku 30 roku, ve Španělsku 31 roků, ve Francii 34 roky, a v Rusku 29,6 roku. . .

[5] (1910)

• U nás mají chudí lidé každé úterý v týdnu dovoleno nosit si suché roští z lesa. Maminka donesla v úterý ráno jednu nůši a odpoledne čtyři. . .

*Poznámka.* V této knize je v sérii jednoduchých úloh podán naprosto ojedinělý obrázek pestrosti společnosti, což muselo být pro tehdejší žáky velmi informativní; vystupují zde: pan lesník, pan revírník, hajný, drvař, starosta, rolník, drůbežnice, domkář, hospodář, selka, šafářka, včelař, povozník, vozka, posluha, služka, prادلena, čeledín, kupec, obchodník, hokynář, podomní obchodnice, překupnice, pan inženýr, lékař, správce velkostatku, stavitel, pan účetní, úředník, topič na dráze, stolař, stolařský pomocník, mistr krejčovský, krejčí, švadlena, sklenář, pan nadučitel, pan učitel, paní učitelová, slečna učitelka, slečna ručních prací, školník, městský strážník, obecní strážník, pekař, pekařský učeň, ovocnář, zelinářka, zelinář, řezník, výčepník, hostinská, učeň, tovaryš, obuvník, kolář, perletář, zemědělský dělník, tovární dělník, havíř, hutník, malíř, zámečník, tesařský mistr, papírník, knihař, mlynářka, mletci, hrnčič, kloboučník, krupař, mlékař, mlékařka, máslačka, výměnkář, trafikant, strojník, kovář, zedník, majitelka pletacího stroje, výrobce sodovek, rekruti, vojín, . . .

### **Komentář k okruhu C.**

Vidíme, že úlohy si všímají širokého sortimentu problémů různých vrstev obyvatelstva. Je zvláštní, že o rolnících je úloh poměrně málo a nedávají obrázek o jejich životě a problémech.

### **D. Státní záležitosti**

[2] (1902)

- Státní rozpočet v naší říši vykazoval roku 1900 celkem potřebu 1 585 403 933 K.
- Stát potřebuje na mimořádné vydání 10 milionů K. K účelu tomuto vypíše se půjčka. . .

[4] (1909)

- Císař František Josef I. narodil se 18. srpna 1830 v Schönbrunně u Vídně; jak byl starý dne 2. prosince r. 1908, kdy slavil 60. jubileum své vlády?
- Úlohy na věk: J. Dobrovský, K. Havlíček, P. Diviš, B. Němcová, J. Jungmann, . . .

### **Komentář k okruhu D.**

Je pozoruhodné, že v úlohách se vyskytují i význační čeští vlastenci, aniž by rakouské úřady něco namítaly.

### **E. Dobročinnost**

[1] (1892)

- Kdosi chtěl své peníze dáti chudým žákům vyznamenaným. Kdyby dal každému 3 dukáty, bylo by se mu dvou dukátů nedostávalo. Kdyby dal každému 2 dukáty, bylo by mu 5 dukátů zbylo. Kolik mělo být podílených a kolik dukátů chtěl rozdat?

[2] (1902)

- Lidumil odkázal chudým v obci 1000 K, na jednotlivce připadlo 12.5 K, 4 nedostali nic. Kolik chudých je v obci?

[3] (1907)

- Lidumil chce peníze, které má při sobě, rozdat chudým. Kdyby dal každému po třech dvacetihaléřích, nedostávaly by se mu dva dvacetihaléře. Kdyby dal každému po dvou dvacetihaléřích, zbylo by mu 6 dvacetihaléřů. Kolik jest chudých?



- Boháč, jenž neměl příbuzných, odkázal ze svého jmění 22 ½ % chudým, 30 % sirotčinci, 20 % na vodovod rodného města, 16 % příteli a ostatek v obnosu 7820 K sluhům. Které bylo jeho jmění?

[4] (1909)

- Bohatý bezdětný muž odkázal ze svého jmění 190 209 K poslední vůli. . .

### **Komentář k okruhu E.**

Tyto ojedinělé úlohy se tematicky poněkud vymykají ostatním, ale patrně patří do kontextu doby. S odstupem 100 let nelze bez hlubšího poznání historie posoudit, zda a jak často takové situace nastávaly nebo šlo jen o jistý popud směrem k bohatým lidem.

### **Závěrečný komentář.**

Autoři českých učebnic za Rakousko-Uherska v mnoha úlohách reagovali na současný život a jeho problémy. Jsou tu boháči, kteří mohou kupovat doly, kapitalisté, kteří svůj kapitál používají na další zisky, statkáři, obchodníci se svými starostmi, ale na druhé straně drobní řemeslníci a pak dělníci s jejich pracovními podmínkami a propouštěním z práce, kteří usilují o zkrácení pracovní doby a o zvýšení mezd, vidíme tu i reakce zaměstnavatelů (úlohy nikomu nestraní). Nezakrývají se ani některé záporné jevy, jako je činnost lichvářů, práce dětí, pracovní úrazy. Můžeme soudit, že v úlohách je život (jeho vybrané části) popisován tak, jak jej žáci patrně viděli kolem sebe. Znalec historie Rakousko-Uherska by mohl dodat, která témata nebyla připomenuta.

Pohledy do historie slovních matematických úloh jsou jednak zajímavé a jednak jsou pro nás jedním z podnětů k zamyšlení, zda a jak může dnes matematická úloha navázat v tomto ohledu spojení se současným životem a světem.

### **Autorova poznámka o historii jeho kontaktu s tématem článku.**

Matematizací reálných situací jsem se teoreticky i prakticky zabýval desítky let. V průběhu 90. let jsem zadal několik diplomových prací, v nichž měli diplomanti vyhodnocovat slovní úlohy v jednotlivých historických etapách po stránce matematické, didaktické (typické metody a úlohy) a návniku matematizace reálných situací a měli si všimnout i souvislosti svých témat s příslušnou současností od let, co začaly vycházet české učebnice matematiky (bylo dohodnuto využívání pracovního archivu přerovského Mu-

zea Komenského a jeho knižního fondu). Tak bylo diplomovými pracemi zpracováno několik témat, zejména: doprava a pohyb, rozvoj vědy a techniky, výrobní činnosti, rodina a škola, aktivity volného času (sport a hry), příroda (zeměpis, nebeská tělesa), ekonomická oblast (pojišťovnictví), zemědělství (vč. ekologie). Úmyslně jsem nepožadoval hodnocení pohledu na život člověka ve společnosti, který je dosti citlivý a vyžaduje větší životní zkušenosti. S odstupem času jsem se mu věnoval sám a podrobně prošel archiv uvedeného muzea. S pracovní prezentací jsem vystoupil na semináři Katedry algebry a geometrie PřF UP s tématem „Matematika v životě člověka“ (2014) a o rok později „Život člověka v matematice“, jehož část je podkladem tohoto článku.

## Literatura

- [1] Taftl, E.: Algebra, Vyšším třídám středních škol českých. JČM, Praha 1892.
- [2] Hromádko, F. – Strnad, A.: Sbírká úloh z algebry pro vyšší třídy středních škol. 6. upravené vydání, JČM, Praha, 1902.
- [3] Domin, K.: Aritmetika v úlohách pro ústavy učitelské. 3. vyd., Karel Šolc, Kutná Hora, 1907.
- [4] Fryček, L.: Počtářství. Na českých školách měšťanských v úlohách ku potřebě všech tříd škol měšťanských. Karel Šolc, Kutná Hora, 1909.
- [5] Koerbler, J.: Pamětné počítání v užitých příkladech s počtářskými zábavami. Alois Šašek, Velké Meziříčí, 1910.
- [6] Bydžovský, B. – Vojtěch, J.: Sbírká úloh z matematiky, pro vyšší třídy středních škol. JČM, Praha, 1912.

# Zajímavé matematické úlohy

Uveřejňujeme další část pravidelné rubriky Zajímavé matematické úlohy a uvádíme zadání další dvojice úloh. Řešení nových úloh 233 a 234 můžete zaslat nejpozději do 1. 6. 2017 na adresu: Redakce časopisu MFI, 17. listopadu 12, 771 46 Olomouc nebo také elektronickou cestou (pouze však v  $\text{\TeX}$ ovských verzích, příp. v MS Wordu) na emailovou adresu: [mfi@upol.cz](mailto:mfi@upol.cz).