zea Komenského a jeho knižního fondu). Tak bylo diplomovými pracemi zpracováno několik témat, zejména: doprava a pohyb, rozvoj vědy a techniky, výrobní činnosti, rodina a škola, aktivity volného času (sport a hry), příroda (zeměpis, nebeská tělesa), ekonomická oblast (pojišťovnictví), zemědělství (vč. ekologie). Úmyslně jsem nepožadoval hodnocení pohledu na život člověka ve společnosti, který je dosti citlivý a vyžaduje větší životní zkušenosti. S odstupem času jsem se mu věnoval sám a podrobně prošel archiv uvedeného muzea. S pracovní prezentací jsem vystoupil na semináři Katedry algebry a geometrie PřF UP s tématem „Matematika v životě člověka“ (2014) a o rok později „Život člověka v matematice“, jehož část je podkladem tohoto článku.

Literatura

[1] Taftl, E.: Algebra, Vyšším třídám středních škol českých. JČM, Praha 1892.

[2] Hromádko, F. – Strnad, A.: Sbírka úloh z algebry pro vyšší třídy středních škol. 6. upravené vydání, JČM, Praha, 1902.

[3] Domin, K.: Aritmetika v úlohách pro ústavy učitelské. 3. vyd., Karel Šolc, Kutná Hora, 1907.

[4] Fryček, L.: Počtářství. Na českých školách měšťanských v úlohách ku potřebě všech tříd škol měšťanských. Karel Šolc, Kutná Hora, 1909.

[5] Koerbler, J.: Pamětné počítání v užitých příkladech s počtářskými zábavami. Alois Šašek, Velké Meziříčí, 1910.

[6] Bydžovský, B. – Vojtěch, J.: Sbírka úloh z matematiky, pro vyšší třídy středních škol. JČM, Praha, 1912.

Zajímavé matematické úlohy

Uveřejňujeme další část pravidelné rubriky Zajímavé matematické úlohy a uvádíme zadání další dvojice úloh. Řešení nových úloh 233 a 234 můžete zaslat nejpozději do 1. 6. 2017 na adresu: Redakce časopisu MFI, 17. listopadu 12, 771 46 Olomouc nebo také elektronickou cestou (pouze však v TEXovských verzích, příp. v MS Wordu) na emailovou adresu: mfi@upol.cz.

Úloha 233

Dokažte, že desítkový zápis nekonečně mnoha přirozených mocnin čísla 4 začíná číslicí 9.

Jacek Uryga & Pavel Calábek

Úloha 234

Na stranách AC a BC rovnostranného trojúhelníku ABC leží po řadě body K a L tak, že čtyřúhelníku $ABLK$ lze opsat kružnici. Poloměr této kružnice je $\sqrt{7}$krát větší než poloměr kružnice opsané trojúhelníku CKL. Určete poměr, v němž dělí body K a L strany AC a BC.

Jaroslav Zhouf

Dále uvádíme řešení úloh 229 a 230, jejichž zadání byla zveřejněna v pátém čísle minulého ročníku našeho časopisu.

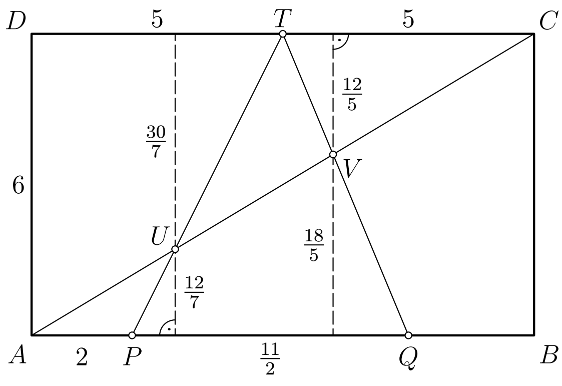
Úloha 229

Je dán obdélník $ABCD$ se stranami délek $|AB| = 10$ a $|BC| = 6$. Pro vnitřní body P, Q strany AB platí $|AB| = 5\,|AP| = 4\,|QB|$. Označme T střed strany CD a U, V průsečíky úhlopříčky AC s úsečkami PT a QT. Určete poměr obsahů trojúhelníků UVT a ACD.

Jozef Mészáros

Řešení podle Antona Hnátha. Podle zadání platí $|AP| = 2$, $|AQ| = \frac{15}{2}$, $|CT| = |DT| = 5$. Snadno určíme obsah trojúhelníku ACD, platí

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 = 30.$$



Ze shodnosti střídavých úhlů UAP a UCT resp. vrcholových úhlů AUP a CUT plyne, že trojúhelníky APU a CUT jsou podobné s koeficientem podobnosti

$$|AP| : |CT| = 2 : 5,$$

jejich výšky ke stranám AP a CT jsou tedy v témže poměru. Snadno dopočítáme, že vzdálenost bodu U od přímky AP je $\frac{12}{7}$ (a bodu U od přímky CT je $\frac{30}{7}$). Obsah trojúhelníku APU tak je

$$S_{APU} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{12}{7} = \frac{12}{7}.$$

Analogicky zjistíme, že jsou podobné také trojúhelníky AVQ a CVT s koeficientem podobnosti

$$|AQ| : |CT| = \frac{15}{2} : 5 = 3 : 2.$$

Velikost výšky trojúhelníku CVT na stranu CT tak je $\frac{12}{5}$ a pro jeho obsah platí

$$S_{CVT} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{12}{5} = 6.$$

(Velikost výšky trojúhelníku AVC na stranu CT je $\frac{18}{5}$.).

Obsah čtyřúhelníku $AUTD$ spočteme jako rozdíl obsahů lichoběžníku $APTD$ a trojúhelníku APU, platí

$$S_{AUTD} = S_{APTD} - S_{APU} = \frac{1}{2} \cdot (2 + 5) \cdot 6 - \frac{12}{7} = \frac{135}{7}.$$

Pro obsah trojúhelníku UVT tak platí

$$S_{UVT} = S_{ACD} - S_{AUTD} - S_{CVT} = 30 - \frac{135}{7} - 6 = \frac{33}{7}.$$

Nyní snadno dopočteme hledaný poměr obsahů trojúhelníků UVT a ACD, platí

$$S_{UVT} : S_{ACD} = \frac{33}{7} : 30 = 11 : 70.$$

Správná řešení zaslali *Anton Hnáth* z Moravan a *František Jáchim* z Volyně. Neúplné řešení zaslal *Karol Gajdoš* z Trnavy.

Úloha 230

Adámek dostal k Vánocům 2015 (správně seřízené, přesně jdoucí) mechanické hodinky s ukazatelem data 1–31. Vždy o půlnoci se číslo dne zvětší o 1, nebo číslo 31 přejde na 1. V březnu 2016 si Adámek všiml, že datum na hodinkách se neshoduje se skutečným číslem dne. Zjistěte den, měsíc a rok, kdy by opět poprvé došlo ke shodě, pokud by Adámek jako dosud data neseřizoval. Jak by se výsledek změnil, pokud by Adámek dostal hodinky o Vánocích 2014? Najděte racionální způsob výpočtu.

Stanislav Trávníček

Řešení podle Antona Hnátha. Do následující tabulky zapišme zpoždění (ve dnech), o jaké se zvětší zpoždění na ukazateli data 1. den následující po měsíci, který nemá 31 dní.

	Nepřestupný rok	Přestupný rok
1. března	3	2
1. května	1	1
1. července	1	1
1. října	1	1
1. prosince	1	1
celkem	7	6

Pokud Adam dostal hodiny na Vánoce 2015, v březnu 2016 (přestupný rok) bude zpoždění 2 dny. Datum na hodinkách bude správné, až bude zpoždění na ukazateli data násobkem 31. Za roky 2016 (přestupný), 2017, 2018, 2019 bude zpoždění $6+7+7+7=27$ dnů. V přestupném roce 2020 nastane zpoždění právě 31 dnů od 1. července.

Pokud Adam dostal hodiny na Vánoce 2014, v březnu 2016 (přestupný rok) bude zpoždění 9 dnů. Za roky 2015, 2016 (přestupný), 2017, 2018 bude zpoždění opět $7+6+7+7=27$ dnů. V roce roce 2019 nastane zpoždění právě 31 dnů od 1. května.

Pokud Adámek dostal hodinky na Vánoce 2015, poprvé uvidí správné datum 1. července 2020, v případě Vánoc 2014 to bude již 1. května 2019.

Správná řešení zaslali *Anton Hnáth* z Moravan a *Karol Gajdoš* z Trnavy.

Pavel Calábek