

Za druhé můžeme v rámci diskuse posoudit případ, že bychom uvažovali tepelnou kapacitu varné konvice místo její účinnosti.

U číselně zadaných úloh se v *odpovědi* většinou zaměřujeme na výstižnou formulaci s číselným výsledkem a jednotkou. V našem případě bychom uvedli, že: K opravě topné spirály varné konvice je zapotřebí chromniklový drát o délce asi 1,1 m. Ani tento závěr použité strategie řešení úlohy není formální a to ze dvou důvodů. Za prvé chceme od žáků, aby se slovně správně mluvnicky i fyzikálně vyjadřovali, za druhé je to poslední příležitost zamyslet se nad získanou hodnotou z hlediska její reálnosti.

## Literatura

- [1] *Svoboda, E., Kolářová, R.*: Didaktika fyziky základní a střední školy. Vybrané kapitoly. Nakladatelství Karolinum, Praha, 2006.
- [2] *Vaněček, D., Svoboda, E. a kol.*: Didaktika technických odborných předmětů. Česká technika – nakladatelství ČVUT, Praha, 2016.
- [3] *Vybíral, B.*: Zpracování dat fyzikálních měření. [cit. 20. 2. 2017]. Dostupné na: <http://fyzikalniolympiada.cz/texty/mereni.pdf>
- [4] *Svoboda, E. a kol.*: Mechanika. Učebnice pro 1. ročník gymnázií. Prometheus, Praha, 2014.

# Fyzika kapalin ve spojení s problémy každodenního života

RENATA HOLUBOVÁ

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Motivace žáků dnešní generace Z je obtížná, proto se opakovaně snažíme hledat cesty, jak přiblížit problémy, prezentované během výuky fyziky ve škole, co nejvíce každodennímu životu žáků. Z tohoto pohledu nalézáme velmi mnoho motivačních podnětů také v oblasti klasické fyziky – termiky, termodynamiky, popř. vlnění či akustiky a také mechaniky kapalin. Zamysleme se nad fyzikou v šálku kávy či kaka a hledejme vysvětlení jevů, se kterými se běžně setkáváme.

## „Coffee to go“

Fenoménem dnešní uspěchané doby se stal mimo jiné také prodej kávy „coffee to go“ – káva s sebou. Proč je káva prodávána v kelímku s víčkem – tak ji obdržíme i u dopravců (ve vlaku), naproti tomu např. v letadle vám nikdy nenalijí plný šálek nápoje? Máte to nějaký fyzikální důvod či jen nechceme, aby okolí vidělo, co si odnášíme?

Pokud si nalijeme nápoj do šálku nebo sklenice a poneseme jej ke vzdálenému stolu, často se nám stane, že během chůze nám nápoj ze sklenice vystříkne. Tento jev studoval na kalifornské univerzitě *Rouslan Krechetnikov*, který se pokusil vysvětlit tento problém na základě poznatků fyziky kapalin a mechaniky kmitů a vln, tj. vlivu povrchového napětí, zrychlení, momentu setrvačnosti a šíření vlnění v látkovém prostředí. Kromě toho ukázal na závislost na velikosti nádoby a charakteru chůze člověka, která je ovlivněna věkem, zdravím a schopností reakce. Při pravidelné chůzi tekutina osciluje směrem vpřed a vzad. Při narušení tohoto rytmu dochází k rychlejšímu rozkmitání kapaliny a ta vystříkne. Bylo zjištěno, že tomuto nežádoucímu jevu lze zabránit, když nádobu naplníme jen do výšky  $7/8$  jejího průměru. Podstatou je to, že naše dolní končetiny tvoří při chůzi kyvadla a spolu s pohybující se nádobou jsou to kyvadla spřažená.

Frekvenci vlastních kmitů nohy lze vypočítat pomocí vztahů pro výpočet periody kmitů fyzického kyvadla

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}},$$

kde  $J$  je moment setrvačnosti,  $d$  označuje vzdálenost těžiště od osy otáčení. Moment setrvačnosti určíme na základě Steinerovy věty

$$J = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2,$$

těžiště nohy je ve  $2/5$  její délky. Po dosazení číselných hodnot máme pro  $T = 1,8$  s, tj.  $f = 0,55$  Hz. Ke stejnému výsledku dojdeme i při použití zjednodušeného vztahu

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{d}}.$$

Počítáme-li s délkou končetiny  $d = 0,95$  m, potom po dosazení do vztahu pro výpočet frekvence fyzického (reverzního) kyvadla dojdeme k přibližně stejné hodnotě  $f = 0,51$  Hz, pro krokový rytmus 2 nohou to je 1,02 Hz.

Když člověk vykročí s kávou v ruce, při prvním kroku se káva zhoupne směrem dozadu, při dalších krocích se začne kapalina pravidelně pohybovat vpřed a vzad. Základní frekvenci kmitů kapaliny v cylindrické nádobě o průřezu  $D$  a výšce  $h$  kapaliny lze vypočítat pomocí vztahu

$$f_k = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3,68g \tanh(3,68h/D)}{D}}.$$

Jestliže dosadíme do tohoto vztahu typické rozměry nádoby na kávu  $h = 0,1$  m,  $D = 0,07$  m, dostaneme frekvenci  $f = 1,09$  Hz. To je nejmenší frekvence antisymetrického modu kmitání kapaliny. Při srovnání s frekvencí chůze dostáváme hodnoty, které se pro různé nádoby na kávu liší jen nepatrně a excitační frekvence pro uvedení kapaliny do pohybu leží v intervalu 1 až 2,5 Hz. Protože se jedná o sprzęžená kyvadla spojená pevnou vazbou, může při chůzi dojít k rezonanci. Výsledkem je „vyšpláchnutí“ nápoje z nádoby.

## Marangoniho efekt

Pokud nám steče kapka kávy na hladkou podložku, po jejím vyschnutí zůstane na podložce kroužek a nikoli kolečko, jak bychom mohli očekávat. Tento jev souvisí s Marangoniho efektem, který je popisován jako vznik proudění podél rozhraní dvou kapalin vlivem gradientu povrchového napětí (viz např. [9]).

V příspěvku Fyzika v kapce kávy [3] je stručně objasněn právě vznik těchto kroužků (nikoliv koleček), které zůstanou na hladkém povrchu když vyschne kapka kávy a za jakých podmínek k tomuto jevu *nedochází*.

Vysychání kapek vody je ovlivněno celou řadou faktorů – kvalitou povrchu, velikostí kapky, teplotou kapky (ta klesá vlivem skupenského tepla vypařování) a teplotou okolí, vlhkostí vzduchu, prouděním vzduchu. Představa, že při odpařování vody se kapka zmenšuje, není přesná. Na obr. 1 je vidět, že dochází ke dvěma procesům. Levý obrázek ukazuje situaci, kdy při vypařování (schnutí kapky) zůstává konstantní kontaktní úhel a zmenšuje se styčná plocha mezi kapkou vody a povrchem. V pravé části obrázku je schematicky zobrazen případ, kdy se kontaktní úhel zmenšuje, ale styčná plocha zůstává konstantní. Vyjádříme-li difuzní tok vztahem  $\mathbf{J} = -D\nabla c$ , kde  $D$  je koeficient difuze a  $c$  koncentrace okolního prostředí, lze odhadnout změnu rozměru kapky s časem pomocí závislosti  $R(t) \sim \sqrt{D(t_f - t)}$ . Symbol  $t_f$  označuje celkový čas difuze, tj. dobu potřebnou pro úplné vyschnutí kapky. Předpokládali jsme, že doba difuze  $t_d = \frac{R^2}{D}$  a objem kapky

se mění s časem podle vztahu

$$\frac{dV}{dT} \sim -\frac{R^2}{t_d} = -DR.$$



Obr. 1 Vypařování kapky (<http://www.ramehart.com/glossary.htm>)

V případě Marangoniho efektu kapalina v kapce musí proudit směrem do středu kapky, a to do té doby, než kapka vyschne. Je-li povrch hydrofobní, kapka má konstantní poloměr, odpařuje se nejvíce v místě největšího zakřivení povrchu (na okraji). Jak je dále vysvětleno [3], kapka se stává plošší, v okrajových částech kapky je nedostatek kapaliny a tak voda proudí ze středu k okraji. Proud je schopen unášet drobné částice, které jsou v kapce rozptýleny. Vznikne kávový kroužek.

Výše popsany mechanismus může být narušen právě vlivem Marangoniho efektu (vysvětlení jevu podal *Subrahmanyam Chandrasekhar* v roce 1961). Na rozraní dvou prostředí dochází vlivem gradientu povrchového napětí k tomu, že kapalina s nižším povrchovým napětím proudí do oblasti kapaliny s vyšším povrchovým napětím (odpařující se kapka má nižší teplotu, a tím vyšší povrchové napětí). Rozptýlené částice se proto shlukují uprostřed kapky. Vliv na velikost povrchového napětí může mít různá koncentrace složek (to znamená také částic rozptýlených v kapce) a počáteční teplota vody.

Měření závislosti povrchového napětí na teplotě je běžná laboratorní úloha. Výsledky měření žáci obvykle prezentují ve tvaru tabulky popř. křivky, kterou proloží naměřenými body. Obecnou regresní funkci této závislosti lze popsat rovnicí

$$\sigma = B \left[ \frac{T_c - T}{T_c} \right]^\mu \left[ 1 + b \left( \frac{T_c - T}{T_c} \right) \right],$$

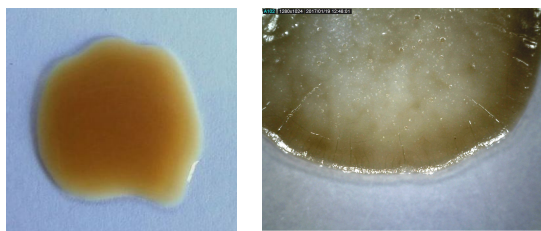
kde  $T_c$  je kritická teplota (647,45 K) a konstanty mají hodnoty

$$B = 235,8 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, \quad b = -0,625, \quad \mu = 1,256.$$

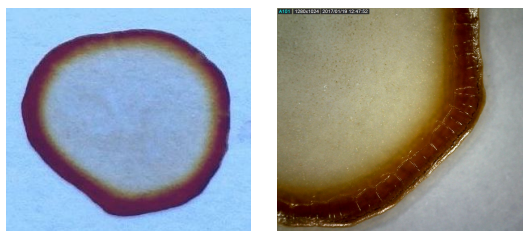
V rámci laboratorní práce jsme získali konkrétní tvar této závislosti

$$\sigma = -0,167t + 76,1.$$

Na obr. 2, 3 a 4 je vidět vznik kroužku kávy po vyschnutí kapky na skle – jak na klasické fotografii, tak pod mikroskopem.



Obr. 2 Kapka kávy na skle – fotografie a obrázek z USB mikroskopu



Obr. 3 Kávový kroužek po vyschnutí kapky a jeho okraj v USB mikroskopu (vpravo)



Obr. 4 Kapka kávy s rozptýlenými částicemi, rozptýlené částice se tlačí do středu kapky, na okraji žádné nejsou (vpravo)

### Zvuk lžičky při míchání kávy (piva, sifonu)

Jistě jste již někdy pozorovali, že když mícháte nápoj (kapučíno, napěněné kakao) v šálku a poklepete lžičkou na dno, zvuk, který slyšíte, se mění, když několikrát nápoj promícháte. Jak lze tento jev vysvětlit pomocí fyziky?

Klepeme-li na dno nádoby, vznikne tak vlnění, které se přenáší do okolního prostředí. Tím může být vzduch nebo kapalina, která se nachází v nádobě. Vznikne stojatá podélná vlna, v případě prázdné nádoby má základní frekvenci – tón je hluboký. Je-li v nádobě kapalina, změní se rychlost  $v$  šíření vlnění (rychlost se zvýší asi 4krát). Platí  $f = \frac{v}{\lambda}$ , proto čím větší je rychlost šíření vlnění, tím vyšší je frekvence tónu. Šíření zvuku v kapalinách a jeho popis však ve skutečnosti není takto jednoduchý. Rychlost zvuku v kapalinách závisí nejen na hustotě, ale také na stlačitelnosti kapalin. Hustota vody může být mnohonásobně (téměř 1000krát) větší než je hustota vzduchu. Pokud by rychlost zvuku ve vodě byla závislá jen na hustotě, byla by rychlost šíření zvuku ve vodě ve srovnání se vzduchem asi 30krát menší. Naměřená rychlost zvuku ve vodě je ale asi 4krát větší než ve vzduchu. Rychlost zvuku závisí také na kompresibilitě kapaliny – její stlačitelnosti a je vyjádřena vztahem

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}},$$

kde  $K$  je objemový modul pružnosti

$$K = -V \frac{dp}{dV}.$$

Platí

$$V = V_0 \left(1 - \frac{p}{K}\right), \quad \rho = \frac{m}{V}, \quad \rho = \rho_0 \left(1 + \frac{p}{K}\right)$$

a tedy

$$\frac{d\rho}{dp} \approx \frac{\rho_0}{K} \approx \frac{\rho}{K}, \quad v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}.$$

Objemový modul pružnosti vody je  $K = 2 \cdot 10^9$  Pa, tomu odpovídá rychlost zvuku  $v \doteq 1500$  m · s<sup>-1</sup>. Hodnota  $K$  pro vodu je asi 10000krát větší než pro vzduch. Uvedený vztah lze zapsat i pomocí modulu objemové stlačitelnosti  $\kappa$ , tj.

$$v = \sqrt{\frac{1}{\rho\kappa}}.$$

Jednoduché vysvětlení daného jevu je následující. Mícháme-li nápoj s mlékem, usazené bublinky vzduchu v mléce či pění se takto dostanou do celého objemu kapaliny a brzdí pohyb zvukové vlny, frekvence se sníží,

vydáváný zvuk je hlubší. Když lžičku odložíme, celý proces se opakuje. Vzduchové bublinky se shromáždí u povrchu a rychlost šíření zvuku v kapalině se opět zvýší. Tento experiment si můžete jednoduše vyzkoušet v laboratoři. Porovnejte výšku tónu za různých podmínek:

- a) nádoba je prázdná;
- b) nádoby jsou naplněné do různé výšky;
- c) nádoba je naplněná horkou vodou z vodovodního kohoutku (tato voda obsahuje velké množství rozpuštěného vzduchu, výška tónu může klesnout až o tři oktávy);
- d) nádoba je naplněná destilovanou vodou;
- e) nádoba je naplněná kapučínem (nebo kávou se smetanou).

Upozornění: uvedený efekt je pozorovatelný jen několik málo sekund.

Diskutované problémy jsou jen výběrem z celé řady dalších zajímavých jevů, které lze pozorovat v každodenním životě a které také dokážeme vysvětlit pomocí poznatků, získaných žáky v rámci výuky středoškolské fyziky. Uvedená vysvětlení jsou zjednodušená. Mnoho z uvedených problémů lze diskutovat i kvalitativně na základě experimentů, do kterých se zajisté žáci rádi zapojí.

## Literatura

- [1] *Yunker, P. J. et al.*: Suppression of the coffee-ring effect by shape-dependent capillary. <http://www.nature.com/nature/journal/v476/n7360/full/nature10344.html>
- [2] <http://www.sueddeutsche.de/wissen/alltags-forschung-physik-im-kaffeebecher-1.1350780>
- [3] *Kopecký, V. jr.*: Fyzika v kapce kávy. *Vesmír* 92, březen 2013, s. 156–159.
- [4] <http://mrsec.uchicago.edu/research/highlights/coffee-ring-effect>
- [5] *Bush, J. W. M.*: Interfacial Phenomena. Marangoni Flows. MIT OCW:18.357, s. 31–41.
- [6] *Mayer, H. C., Krechetnikov, R.*: Walking with coffee: Why does it spill? *Physical Review E* 85, 046117 (2012), s. 1–4.
- [7] <http://www.ramehart.com/glossary.htm>
- [8] *Schlichting, H. J.*: Katastrophenabwehr beim Coffee to go. *Spektrum der Wissenschaft* 4 (2014), s. 56–57.
- [9] [http://147.33.74.135/knihy/uid\\_es-001/hesla/marangoniho\\_efekt.html](http://147.33.74.135/knihy/uid_es-001/hesla/marangoniho_efekt.html)
- [10] *Bochníček, Z.*: Chůze z pohledu fyziky. *Školská fyzika: praktický časopis pro učitele fyziky*, Plzeň, Pedagogická fakulta v Plzni, (1996), s. 1211–1511.