

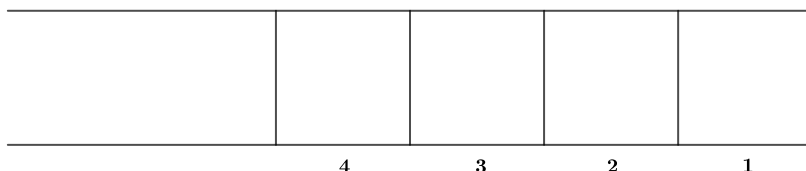
Matematika hrou

IVAN CHAJDA

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

V učitelství matematiky se stále objevují snahy, jak žákům zpřístupnit poněkud abstraktní matematické znalosti, a jak motivovat zájem žáků o tento předmět. S jedním takovým hravým přístupem přišel před nedávnem *James Tauton*, který spolu s *Briannou Donaldson* napsal přehledný článek [1] a na internetu umístil i názornou prezentaci [2]. Rád bych v tomto článku i českým čtenářům přiblížil tento přístup, který J. Tauton nazývá *stroj na exploze* (*exploding machine* v angl. originále).

Celé zařízení se sestává z proužku papíru, na kterém jsou oddělená políčka, očíslovaná zprava doleva, viz obr. 1.



Obr. 1

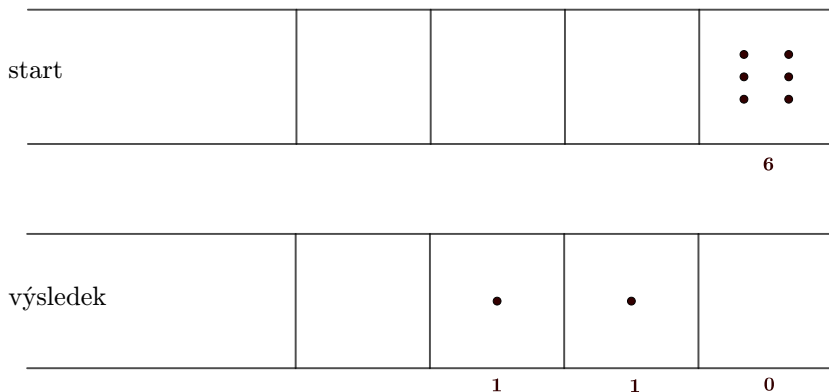
Dle dané úlohy je pak stroj „naprogramován“, tj. je zadáno, jak budou „exploze“ bodů probíhat. Žákům lze nejlépe tento stroj vysvětlit na příkladu. Do políčka č. 1 „nasypte“ n bodů. Stroj pracuje takto:

Každé dva body v políčku 1 explodují, tj. zmizí z políčka č. 1, a tím vznikne bod v políčku č. 2. Takto exploze pokračují, dokud v políčku č. 1 nezůstane buď jeden bod nebo prázdné políčko. Celý proces se pak opakuje s políčkem č. 2, kde opět každé dva body „explodují“ a tím vymizí z políčka č. 2, a současně vznikne bod v políčku č. 3. A tak dále, dokud v každém políčku nezůstane nejvýše jeden bod.

Například do políčka č. 1 „nasypte“ 6 bodů. Po ukončení všech explozí v políčku č. 1 zůstane toto políčko prázdné a v políčku č. 2 budou 3 body. Po následující „explozi“ bude v políčku č. 2 jeden bod a v políčku č. 3 také jeden bod, viz obr. 2.

Čili náš „stroj na exploze“ převede číslo 6 na 110, což není nic jiného, než převod čísla 6 v desítkové soustavě do soustavy dvojkové. A to zcela me-

chanicky, dokonce zábavnou formou. Žáci tak dostanou hravou pomůcku na převod dekadických čísel na čísla dyadická.



Obr. 2

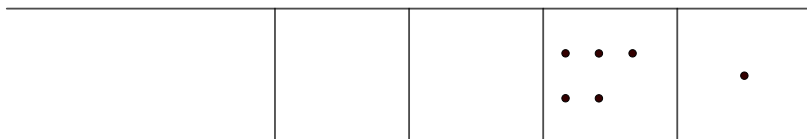
A nyní následuje vcelku jednoduchá analogie, daná malou modifikací našeho „stroje na exploze“. Totiž budou explodovat nikoli 2 body, ale body tři, a touto explozí v i -tém políčku přibude jeden bod v políčku $i + 1$.

Příklad: „nasypeme“ do políčka č. 1 právě 16 bodů, viz obr. 3:



Obr. 3

Po první sérii výbuchů zůstane v políčku č. 1 jeden bod a vznikne 5 bodů v políčku č. 2 (obr. 4):



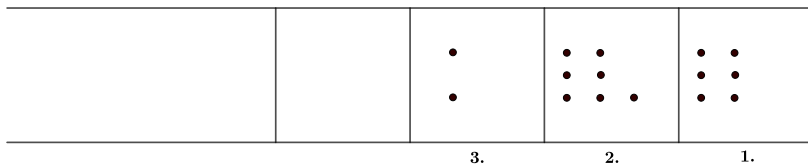
Obr. 4

Po explozi v políčku č. 2 tam zůstanou dva body a vznikne jeden bod v políčku č. 3, čímž se proces ukončí. Záskané číslo 120 je převod dekadického čísla 16 na jeho vyjádření v trojkové soustavě.

Chytřejším žákům je nyní již zřejmé, jak upravit náš stroj na exploze tak, aby převáděl čísla z desítkové soustavy do číselné soustavy o základu k , a to pro libovolné přirozené číslo $k > 1$. Úloha je velmi zajímavá zejména pro $k > 10$, což si žáci mohou hravě sami ověřit.

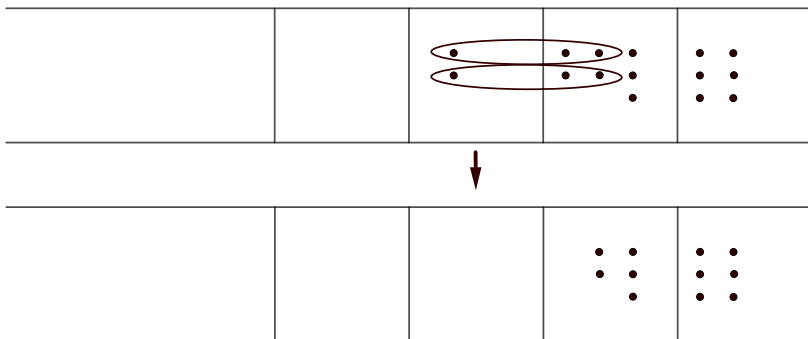
Převádění čísel do jiné číselné soustavy ovšem není jediná úloha, kterou stroj na exploze dovede. Další takovou úlohou je například dělení čísel, což žákům občas činí potíže, a není pro ně příliš zábavná.

Tentokrát modifikujeme náš stroj takto. Budeme např. dělit číslo 276 číslem 12. Do našeho stroje tedy umístíme 6 bodů do políčka č. 1, 7 bodů do políčka č. 2, a dva body do políčka č. 3, viz schéma na obr. 5.



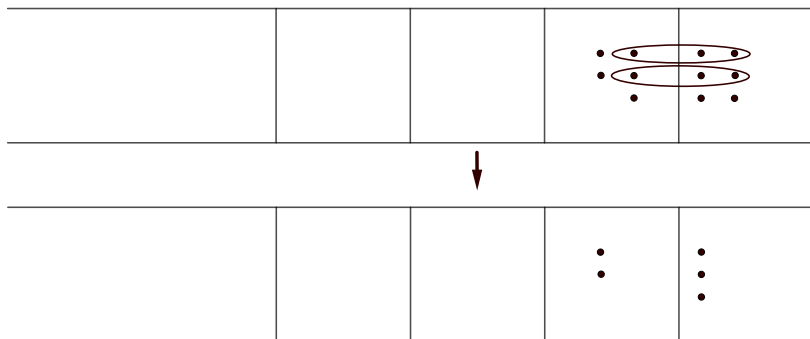
Obr. 5

Protože dělíme číslem 12, které je dvojciferné, budeme postupovat od předu, tj. od políčka č. 3, a každá exploze bude spotřebovávat 1 bod z políčka č. 3 a 2 body z políčka č. 2, čímž vznikne jeden bod v políčku č. 2. Tedy po první sérii výbuchů bude náš stroj obsazen takto (obr. 6):



Obr. 6

Analogicky postupujeme dále, tj. od políčka č. 2 k políčku č. 1, takže po další sérii výbuchů již dostaneme konečný výsledek (obr. 7):



Obr. 7

Tím je proces ukončen, a tedy $276 : 12 = 23$.

Pokud se předchozí úloha jeví jako příliš primitivní, je třeba ukázat, že prakticky stejný stroj pracuje i při dělení mnohočlenů, což je už pro žáky úloha obtížnější. Využijeme toho, jak byl stroj nastavený, a budeme dělit mnohočlen $2x^2 + 7x + 6$ mnohočlenem $x + 2$. Tedy opět „nasypeme“ 2 body do políčka č. 3, 7 bodů do políčka č. 2 a 6 bodů do políčka č. 1. Jelikož dělíme mnohočlenem $x + 2$, budeme vždy ubírat 1 bod z políčka $i + 1$ a 2 body z políčka i , čímž vznikne 1 bod v políčku č. i , tedy postup i obrázky jsou shodné s výše uvedenými, jiná je pouze interpretace. Výsledek je tedy

$$(2x^2 + 7x + 6) : (x + 2) = 2x + 3.$$

To není zdaleka vše, co tento stroj na exploze dokáže. Čtenáři, kterého tento výklad zaujal, doporučujeme shlédnout některou z prezentací, které najdete na webu v odkazu [2].

Literatura

- [1] *Tauton, J., Donaldson, B.*: The Global Math Project: Uplifting Mathematics for All, Notices Amer. Math. Assoc., roč. 64 (2017), č. 7, s. 712–716.
- [2] *Tauton, J.*, Exploding Dots, Experience 9. Dostupné na: gdaymath.com/courses/exploding-dots/