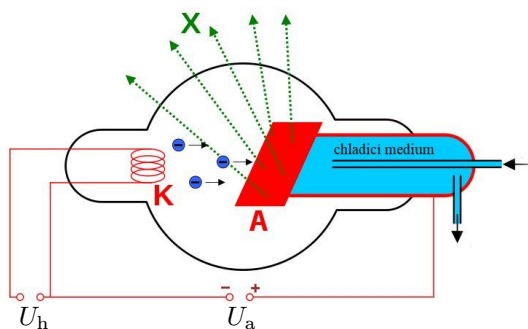


Rentgenové záření ve škole i mimo školu 2

MICHAL KLÁTIL – DANIEL JEZBERA

Přírodovědecká fakulta Univerzity Hradec Králové

Rentgenové záření je elektromagnetické vlnění krátké vlnové délky v rozsahu 10 nm až 1 pm. Přírodním zdrojem tohoto záření jsou například hvězdy, uměle se získává jako záření rentgenky, nebo pomocí kruhového urychlovače částic – betatronu.



Obr. 1 Schéma vodou chlazené rentgenky s pevnou anodou U_h je žhavicí napětí katody, U_a anodové napětí, K katoda, A anoda, X rentgenové záření (upraveno z [2])

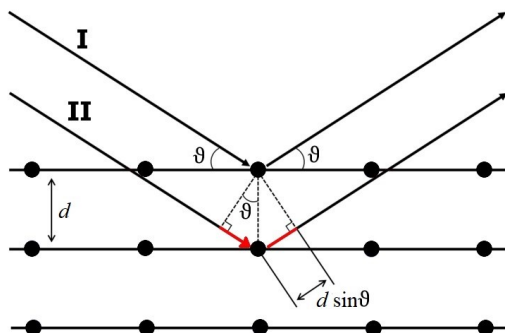
Rentgenka je skleněná vakuová trubice se dvěma elektrodami – anodou a katodou (obr. 1). Katoda je průchodem elektrického proudu žhavena na teplotu přibližně 2000 °C. Tím dochází k emisi volných elektronů z katody. Vysoké napětí anody řádově 10 kV až 100 kV vyvolá velký potenciálový rozdíl mezi anodou a katodou. Katodou emitované elektrony jsou tak urychlovány a získávají značnou kinetickou energii. Urychlené elektrony dopadají velkou rychlostí na anodu, kde prudkým zbrzděním vznikají dva druhy záření:

1. *brzdné záření*, které vzniká přeměnou kinetické energie zbrzděných elektronů na energii fotonů a má spojité energetické spektrum,
2. *charakteristické záření*, které má svůj původ ve vnitřních přechodech elektronů v atomu, a jeho spektrum je čárové (graf 1).

Samotný proces přeměny elektrické energie na energii fotonů je poměrně nevhodný, jelikož pouze 1 % elektrické energie se přemění v energii záření. Zbylých 99 % se přeměňuje na teplo [5]. Proto musí být anoda řádně chlazená. V příspěvku uveřejněném v minulém čísle MFI (roč. 28/2019, č. 2, s. 115) jsme se zabývali ověřením vlastností rentgenového záření pomocí experimentů s aparaturou LD DIDACTIC od firmy Leybold. Tématem tohoto příspěvku jsou principy rentgenové strukturní analýzy.

Braggova difrakce

V následujících experimentech je využito nastavení rentgenové aparatury do tzv. Braggovy konfigurace, kdy svazek kolimovaných paprsků rentgenového záření dopadá na krystal pod úhlem ϑ . Detektor následně zachycuje difraktované paprsky rovněž s úhlem rozptylu ϑ (obr. 2).

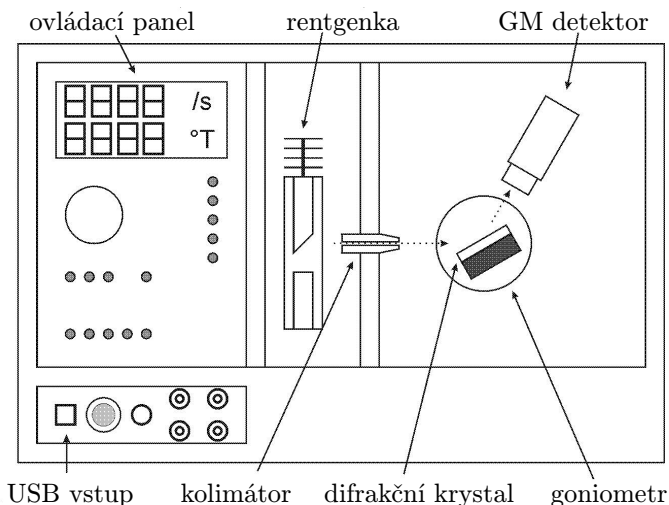


Obr. 2 Schéma Braggovy difrakce

První experiment tohoto článku by měl potvrdit Braggův zákon (1) difrakce rentgenových paprsků na monokrystalu LiF. Z úvodní části víme, že rentgenové záření je složeno z brzdového záření a několika ostrých maxim odpovídajících charakteristickému záření anody. Právě ono charakteristické záření je nejvhodnější k ověření platnosti Braggova zákona:

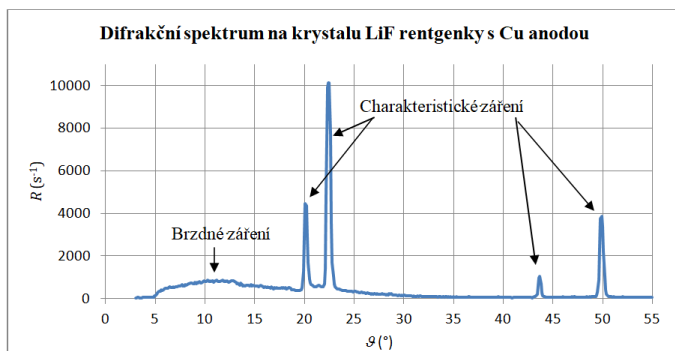
$$2d \sin \vartheta = n\lambda, \quad (1)$$

kde d je mezivrstevná vzdálenost krystalu, λ je vlnová délka záření a $n = 1, 2, 3, \dots$ udává řád difraktovaného svazku ([2, 3]).



Obr. 3 Schéma měření Braggovy difrakce

Podle obr. 3 svazek kolimovaných paprsků dopadá na krystal (v našem případě LiF), kde dochází k Braggově difrakci. Difraktované paprsky o intenzitě R následně zachycuje GM detektor a hodnoty jsou zaznamenávány v připojeném PC. Výsledkem tohoto měření je difrakční spektrum (graf 1).



Graf 1 Rentgenové difrakční spektrum na monokrystalu LiF do druhého řádu difrakce při $U = 35$ kV, $I = 1$ mA, R je intenzita záření

Přímo v měřicím programu výrobce „X-RAY apparatus“ odečteme z grafu 1 hodnoty jednotlivých maxim. V tab. 1 je vidět srovnání námi odečtených maxim (červeně) s předpokládanými (vypočtenými z výrazu (1))

úhly ϑ (zeleně) charakteristického záření rentgenky s měděnou anodou při difrakci na krystalu LiF do druhého řádu. Předpokládané vlnové délky λ jsou označeny modře, z měření podle rovnice (1) dopočítané vlnové délky jsou na konci tabulky označeny žlutě.

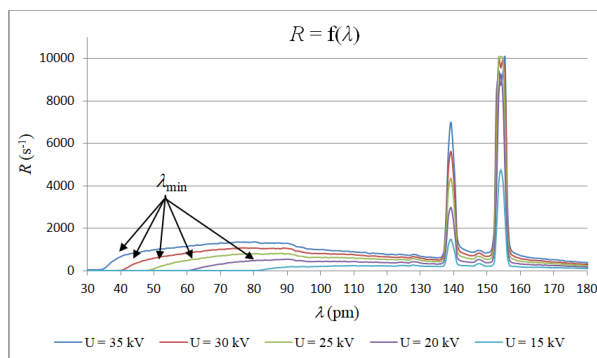
Tabulka 1: Srovnání naměřených výsledků s tabulkovými hodnotami

n	$\vartheta(K_{\alpha})$ (°)	$\vartheta(K_{\beta})$ (°)	$\vartheta(K_{\alpha})$ (°)	$\vartheta(K_{\beta})$ (°)	$\lambda(K_{\alpha})$ (pm)	$\lambda(K_{\beta})$ (pm)	$\lambda(K_{\alpha})$ (pm)	$\lambda(K_{\beta})$ [pm]
1	22,53	20,23	22,53	20,28	154,2	139,2	154,0	139,3
2	50,09	43,84	50,09	43,81	154,2	139,2	154,2	139,2

Z výsledků měření vidíme, že experimentálně zjištěná vlnová délka odpovídá předpokládaným hodnotám, čímž jsme potvrdili platnost Braggovy rovnice (1). Zároveň tento experiment potvrzuje vlnovou povahu rentgenového záření.

Energetické spektrum

Nastavení do Braggovy konfigurace využijeme i při vyšetřování energetického spektra rentgenky s měděnou anodou v závislosti na použitém napětí a emisním proudu rentgenky. Použité napětí ovlivňuje urychlení elektronů mezi katodou a anodou. Emisní proud je proud tekoucí mezi katodou a anodou a může být řízen žhavicím napětím katody. Získané grafy z časově náročného měření jsou zobrazeny níže.

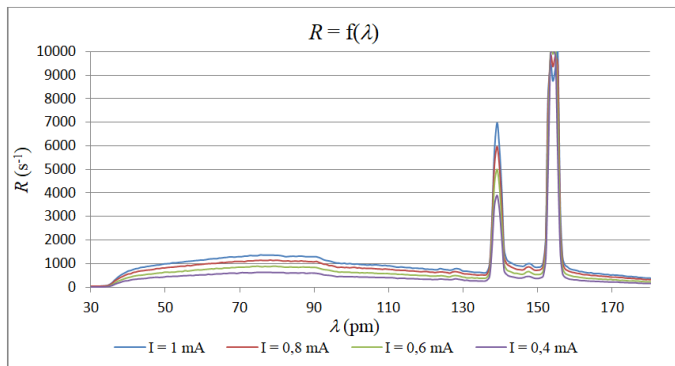


Graf 2 Spektrum rentgenky s měděnou anodou pro $U = 15$ kV, 20 kV, 25 kV, 30 kV, 35 kV a $I = 1$ mA

Z grafu 2 jsme nyní schopni určit vlnové délky charakteristického záření rentgenky s měděnou anodou. Průměrná hodnota vlnové délky pro

$\lambda(K_\alpha) = 154,2 \text{ pm}$ a pro $\lambda(K_\beta) = 139,0 \text{ pm}$. Srovnáme-li získané výsledky s hodnotami tabulkovými (označeny modře v tab. 1) zjistíme, že naše měření bylo velice přesné.

Průběh energetického spektra při změně proudu pak zobrazuje graf 3.



Graf 3 Energetické spektrum rentgenky s měděnou anodou pro $I = 0,4 \text{ mA}$; $0,6 \text{ mA}$; $0,8 \text{ mA}$ a 1 mA

S vyobrazenými daty v grafu 3 provedeme analogické vyhodnocení, jako v předchozím případě. Průměrná hodnota vychází pro $\lambda(K_\alpha) = 154,2 \text{ pm}$ a pro $\lambda(K_\beta) = 139,1 \text{ pm}$, tedy opět můžeme měření vyhodnotit jako velice přesné.

Z grafu 2 vidíme, jak se mění kontinuum brzděného záření se zvyšujícím se napětím, s nímž roste i energie elektronů. Dále můžeme pozorovat, že změna napětí rentgenky nemá vliv na pozici charakteristických maxim, co se vlnové délky týče. V neposlední řadě si lze povšimnout, že tzv. mezní vlnová délka λ_{\min} , jejíž detailní měření bude součástí dalšího experimentu, se se vzrůstajícím napětím přesouvá do nižších hodnot vlnových délek.

Ze spektra (viz graf 3) pak vidíme, že ani emisní proud umístění charakteristických maxim neovlivňuje. Naopak se změnou emisního proudu nedochází k posunu mezní vlnové délky.

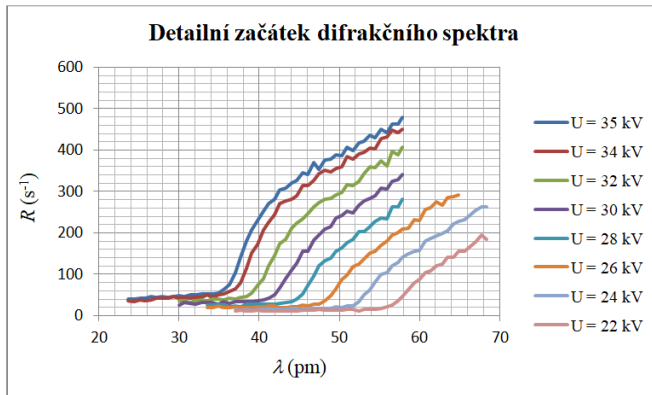
Nezodpovězenou otázkou z grafu 2 zůstává, proč fotony rentgenového záření nižších vlnových délek nejsou při daném napětí detekovány? Vysvětlení nám přináší snadno odvoditelný Duanův–Huntův zákon vztah (2), podle kterého je nejkratší vlnové délky dosaženo, právě tehdy když se veškerá kinetická energie z anody emitovaných elektronů přemění na kinetickou energii fotonů. Tento vztah si v rámci posledního experimentu

tohoto článku ověříme:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU_a} = \frac{1,24 \cdot 10^{-6} \text{ V} \cdot \text{m}}{U_a}, \quad (2)$$

kde h je Planckova konstanta, c rychlost světla, U_a anodové napětí a e elementární náboj elektronu ([4, 5]).

K tomuto měření je dobré detailně proměřit začátek difrakčního spektra rentgenky s měděnou anodou (graf 4).



Graf 4 Počáteční část difrakčního spektra rentgenky s měděnou anodou při různých napětích

V následující tab. 2 jsou vyhodnoceny naměřené mezní vlnové délky z grafu 4 ve srovnání s teoreticky vypočtenými z rovnice (2).

Tímto měřením jsme tak ověřili platnost Duanova–Huntova vztahu a vysvětlili si důvod posouvání mezní vlnové délky při změně anodového napětí.

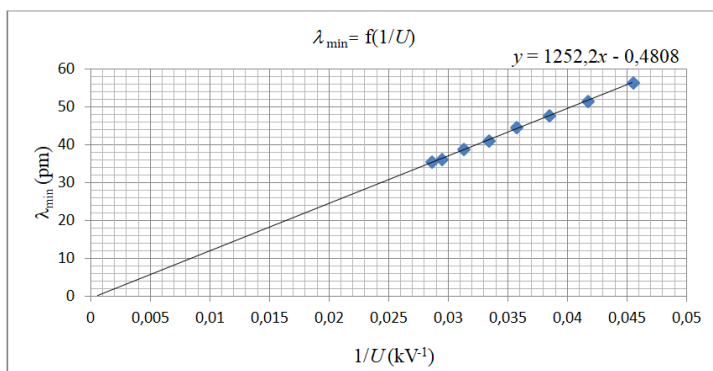
Nyní si ještě pro zajímavost můžeme na základě Duanova–Huntova vztahu a našeho měření ověřit přesnou hodnotu Planckovy konstanty, například následujícím způsobem. Úpravou rovnice (2) získáme

$$U \lambda_{\min} = \frac{hc}{e}.$$

Levou stranu, tedy součin napětí rentgenky U a mezní vlnové délky λ_{\min} , označíme A . Nyní sestrojíme graf závislosti získaných hodnot λ_{\min} na převrácené hodnotě napětí U . Body grafu proložíme lineární spojnicí trendu a zobrazíme sklon A vzniklé přímky.

Tabulka 2: Srovnání teoreticky vypočtených a naměřených hodnot minimální vlnové délky

	Naměřené hodnoty	Dopočítané hodnoty
U (kV)	λ_{\min} (pm)	λ_{\min} (pm)
22	56,4	56,4
24	51,6	51,7
26	47,8	47,7
28	44,5	44,3
30	41,0	41,3
32	38,7	38,8
34	36,2	36,7
35	35,4	35,4



Graf 5 $\lambda_{\min} = f(1/U)$

Sklon přímky vychází $A = 1\,252,2 \text{ pm} \cdot \text{kV}$. Nyní dosadíme hodnotu do předchozího vztahu a vypočítáme hodnotu Planckovy konstanty:

$$A = \frac{hc}{e} \Rightarrow h = \frac{Ae}{c}$$

$$h = \frac{Ae}{c} = \frac{1,2522 \cdot 10^{-6} \text{ V} \cdot \text{m} \cdot 1,60210^{19} \text{ C}}{299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 6,691 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Porovnáme-li tuto hodnotu s tabulkovou hodnotu $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$, zjistíme, že námi z měření vypočítaná hodnota se téměř neliší.

Závěr

Potvrzení Braggova zákona a vyšetřování energetického spektra rentgenky s měděnou anodou byla měření velmi přesná, avšak časově náročná. Význam těchto měření je však obrovský. Nejenom, že na nich lze velice dobře vysvětlit vznik rentgenového záření, ale též z nich lze vydedukovat některé důležité vlastnosti rentgenového záření, např. pronikavost.

V posledním měření je popsáno ověření platnosti Duanova–Huntova vztahu. Výsledky měření jsou prezentovány shrnující tab. 2, která zobrazuje srovnání teoreticky vypočtených a naměřených hodnot minimální vlnové délky. Na základě tohoto měření je ze vztahu (2) na závěr dopočítána i hodnota Planckovy konstanty, která vyšla $h = 6,691 \cdot 10^{-34}$ J·s, což je velmi přesný výsledek v porovnání s tabulkovou hodnotou $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Tato měření je určitě vhodné provést osobně, což laboratoř experimentů z moderní fyziky na Univerzitě v Hradci Králové umožňuje. Se studenty v rámci např. fyzikálního semináře může učitel využít možnost návštěvy této laboratoře. Určitě to bude stát za to!

Literatura

- [1] *Beiser, A.*: Úvod do moderní fyziky. 2. vyd. překl. Praha: Academia, 1978, 628 s.
- [2] HMILCH. X-ray tube (scheme). In: commons.wikimedia.org [online]. 2008 [cit. 2019-01-03]. Dostupné z: <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Roentgen-Roehre.svg>
- [3] LD DIDACTIC GMBH. X-RAY Apparatus: Bragg reflection: diffraction of X-rays at a monocrystal: P6.3.3.1 [online]. Federal Republic of Germany, nedatováno [cit. 2018-11-19]. Dostupné z: <https://www.leybold-shop.com/vp6-3-3-1.html>
- [4] LD DIDACTIC GMBH. X-RAY Apparatus: Duane-Hunt relation and determination of Planck's constant: P6.3.3.3 [online]. Federal Republic of Germany, nedatováno [cit. 2018-11-19]. Dostupné z: <https://www.leybold-shop.com/vp6-3-3-3.html>
- [5] *Ullmann, V.*: Jaderná a radiační fyzika: Ionizující záření [online]. Klin. nukleární medicíny FNŠP, nedatováno [cit. 2018-11-19]. Dostupné z: <http://astronuklfyzika.cz/JadRadFyzika6.htm>