ZPRÁVY

8. Evropská dívčí MO (EGMO)

Od 7. do 13. dubna letošního roku se v ukrajinském hlavním městě Kyjevě konal již 8. ročník Evropské dívčí matematické olympiády (EGMO). Patronát nad soutěží převzalo Ministerstvo školství a vědy Ukrajiny a Národní univerzita Tarase Ševčenka v Kyjevě. Ubytování všech účastníků, soutěž samotná, koordinace úloh i zasedání mezinárodní jury bylo zajištěno v nadstandardním prostředí hotelu Ramada-Encore v Kyjevě.

Osmého ročníku soutěže se zúčastnil rekordní počet soutěžících – celkově 196 ze 49 zemí všech kontinentů (z toho 35 evropských). Nechyběla mezi nimi silná družstva USA, Kanady, Japonska, Brazílie, Mexika a další.

Obr. 1 Reprezentační družstva České republiky a Slovenské republiky

České reprezentační družstvo středoškolaček se této soutěže zúčastnilo již počtvrté, tentokrát jsme se však museli při nominaci obejít bez dívek, které v letošním školním roce maturují, neboť termín soutěže se překrýval s písemnou maturitní zkouškou. Podobně jako v předešlých třech ročnících bylo nutno (s ohledem na termín ústředního kola MO v kategorii A) vybrat dívky do reprezentačního týmu pro 8. EGMO již na základě jejich výsledků po centrální koordinaci úloh II. (krajského) kola v nejvyšší věkové kategorii, tedy ještě před ústředním kolem v kategorii A. Místa v reprezentaci si tak vybojovala následující čtveřice dívek: *Adéla Heroudková* (5/8, G Brno, tř. Kpt. Jaroše), *Magdaléna Mišinová* (6/8, G J. Keplera, Praha 6), *Michaela Svatošová* (7/8, G M. Koperníka, Bílovec) a *Adéla Karolína Žáčková* (6/8, G Ch. Dopplera, Praha 5). Vedoucím české delegace a zástupcem v mezinárodní jury byl *RNDr. Jaroslav Švrček, CSc.*, pedagogickým vedoucím *RNDr. Pavel Calábek, Ph.D.*, oba z PřF UP v Olomouci.

Naše mladé družstvo si v silné mezinárodní konkurenci soutěži vedlo nad očekávání dobře. *Magdaléna Mišinová* získala v této prestižní mezinárodní soutěži pro Českou republiku historicky první zlatou medaili se ziskem 34 bodů (ze 42 možných), což představovalo v celkovém pořadí 8. místo (mezi Evropankami byla dokonce 7.). Absolutního skóre 42 bodů dosáhla a celkovou vítězkou 8. ročníku EGMO se stala *Jelena Ivančić* ze Srbska.

Obr. 2 Magdaléna Mišinová

Zbylé tři naše reprezentantky si domů přivezly čestná uznání, která se udělují soutěžícím, které nezískaly medaili, avšak bezchybně vyřešily aspoň jednu úlohu. Nejblíže bronzové medaili byla nejmladší z nich, *Adéla Heroudková*, které za zisk 15 bodů unikla bronzová medaile o jediný bod. *Michaela Svatošová* získala 12 bodů a *Adéla Žáčková* 11 bodů. V oficiálním pořadí se pak naše družstvo umístilo v lepší polovině – na 22. místě (mezi Evropskými týmy pak na 16. místě), což představuje mírné zlepšení ve srovnání s výsledky našeho týmu v uplynulých dvou letech.

Kyjevští organizátoři zajistili pro účastníky soutěže pestrý doprovodný program. Pro soutěžící návštěvu centra města spojenou s prohlídkou některých historických budov a dále návštěvu nedalekého skanzenu ukrajinské kultury Pyrohovo. Poslední den před večerním závěrečným ceremoniálem pak všichni účastníci absolvovali vyhlídkovou plavbu po Dněpru. Slavnostní vyhlášení výsledků a závěrečný ceremoniál 8. ročníku EGMO se uskutečnil v pátek 12. dubna navečer v centru metropole v kyjevském Paláci kultury za přítomnosti ministryně školství a vědy Ukrajiny *Lilie Hryněvičové* a dalších významných hostů.

Dále uvádíme texty všech soutěžních úloh zadaných na 8. EGMO.

1. soutěžní den (9. 4. 2019)

Úloha 1 Určete všechny trojice (a, b, c) reálných čísel, pro něž platí

$$ab + bc + ca = 1 \quad \text{a současně} \quad a^2b + c = b^2c + a = c^2a + b.$$

(*Nizozemsko*)

Úloha 2 Je dáno kladné celé číslo n. Na čtvercovou tabulku $2n \times 2n$ jsou umístěna domina tak, že každé pole této tabulky je sousední s právě jedním polem pokrytým dominem. Pro každé n určete největší počet domin, která takto můžeme umístit na tuto tabulku.

(*Dominem* rozumíme obdélník 2×1 nebo 1×2. Domina jsou umísťovaná na tabulku tak, že každé domino pokrývá právě dvě pole tabulky a jednotlivá domina se nepřekrývají. Dvě pole tabulky jsou *sousední*, právě když jsou různá a mají společnou stranu.) (*Lucembursko*)

Úloha 3 Je dán trojúhelník ABC, v němž $|\sphericalangle CAB| > |\sphericalangle ABC|$. Označme I střed kružnice jemu vepsané. Nechť D je bod úsečky BC, pro který platí $|\sphericalangle CAD| = |\sphericalangle ABC|$. Označme ω kružnici, která se dotýká přímky AC v bodě A a prochází bodem I. Nechť X $(X \neq A)$ je průsečík kružnice ω a kružnice opsané trojúhelníku ABC. Dokažte, že osy úhlů DAB a CXB se protínají na přímce BC. (*Polsko*)

2. soutěžní den (10. 4. 2019)

Úloha 4 Nechť I je střed kružnice ω vepsané trojúhelníku ABC. Kružnice procházející bodem B, která sa dotýká AI v bodě I, protíná stranu AB v bodě P ($P \neq B$). Analogicky, kružnice procházející bodem C, která se dotýká AI v bodě I, protíná stranu AC v bodě Q ($Q \neq C$). Dokažte, že přímka PQ je tečnou kružnice ω. (*Polsko*)

Úloha 5 Nechť $n \geq 2$ je celé číslo a $a_1, a_2, \ldots, a_n$ jsou kladná celá čísla. Dokažte, že existují kladná celá čísla $b_1, b_2, \ldots, b_n$ splňující následující podmínky:

(A) $a_i \leq b_i$ pro $i = 1, 2, \ldots, n$;

(B) zbytky po dělení čísel $b_1, b_2, \ldots, b_n$ číslem n jsou po dvou různé;

(C) $b_1 + \ldots + b_n \leq n \left(\dfrac{n-1}{2} + \left\lfloor \dfrac{a_1 + \ldots + a_n}{n} \right\rfloor \right)$.

(Symbol $\lfloor x \rfloor$ označuje dolní celou část reálného čísla x, což je největší celé číslo nepřevyšující x.) (*Nizozemsko*)

Úloha 6 Alena nakreslila na kružnici 2019 tětiv s navzájem různými krajními body. Bod nazveme *označený*, právě když jde o

(i) jeden z 4038 krajních bodů těchto tětiv; nebo

(ii) průsečík aspoň dvou z těchto tětiv.

Alena potom každý z označených bodů číselně ohodnotila. Ze všech 4038 krajních bodů splňujících (i) ohodnotila některých 2019 bodů číslem 0 a zbývajících 2019 bodů číslem 1. Následně ohodnotila všechny body splňující (ii) libovolným celým číslem (ne nutně kladným).

Na každé tětivě uvažovala úsečky spojující po sobě jdoucí označené body. (Tětiva s k označenými body obsahuje $k-1$ takových úseček.) Dále ohodnotila každou takovou úsečku dvěma čísly, z nichž jedno je žluté a druhé je modré, přičemž žlutá čísla představují součet číselných ohodnocení koncových bodů na ohodnocované úsečce a modrá čísla absolutní hodnotu jejich rozdílu.

Následně Alena zjistila, že mezi všemi $N+1$ žlutými čísly se každé z čísel $0, 1, \ldots, N$ vyskytuje právě jednou. Dokažte, že aspoň jedno modré číslo je násobkem 3. (*Velká Británie*)

Podrobnější informace o letošním ročníku soutěže můžete najít na oficiálních stránkách EGMO (https://www.egmo.org).

Vedení českého týmu si touto cestou dovoluje poděkovat především Nadaci RSJ, která i v letošním roce poskytla finanční prostředky pro cestu českého týmu na 8. EGMO v rámci projektu JČMF, dále pak brněnské firmě NEOGENIA s. r. o. za jejich účinnou sponzorskou pomoc spojenou se zajištěním jednotného reprezentačního oblečení pro celé české družstvo.

Obr. 3 Český tým před hotelem Ramada-Encore. Zleva M. Mišinová, M. Svatošová, A. K. Žáčková, A. Heroudková, M. Povna (ukrajinská průvodkyně českého družstva), J. Švrček (vedoucí týmu), vzadu P. Calábek (pedagogický vedoucí)

Příští 9. ročník této soutěže se uskuteční ve druhé polovině dubna 2020 v nizozemském městě se symbolickým názvem *Egmond aan Zee*.

Jaroslav Švrček