byl ponechán jeden volný den na výlety. Dopoledne měli účastníci olympiády možnost volby mezi turistickým výletem do hor na Devinskou kobylu, návštěvou botanické zahrady a návštěvou muzea dopravy. Odpoledne se pak všichni společně vypravili na hrad Devín.

Poslední den proběhlo slavnostní zakončení soutěže s vyhlášením výsledků. Každá ze soutěžních úloh byla hodnocena maximálně 100 body, takže celkově bylo teoreticky možné získat až 600 bodů. To se letos nikomu nepodařilo, úlohy byly poměrně náročné, takže i celkový vítěz Tóth Balázs z Maďarska získali pouze 374 bodů. Úspěšnější polovina soutěžících dostává na CEOI medaili, přičemž zlaté, stříbrné a bronzové medaile se rozdělují v přibližném poměru 1 : 2 : 3. Na CEOI 2019 bylo uděleno celkem 5 zlatých, 9 stříbrných a 14 bronzových medailí. Středoevropská olympiáda v informatice je soutěží jednotlivců, žádné pořadí zúčastněných zemí v ní není vyhlašováno.

Naši reprezentující dosáhli následujících výsledků: 31. Jonáš Havelka, 157 bodů, 41. Jan Kaifer, 121 bodů, 46. Michal Pácal, 99 bodů, 49. Václav Janáček, 71 bodů. Nikdo z našich studentů tedy nezískal medaili.

Veškeré informace o soutěži, texty soutěžních úloh i podrobné výsledky soutěžících lze nalézt na Internetu na adrese `https://ceoi.sk/`.

Následující 27. ročník Středoevropské olympiády v informatice CEOI 2020 se bude konat v Maďarsku ve městě Nagykanizsa ve dnech 29. 6. až 5. 7. 2020. V roce 2021 by se měla CEOI konat v Chorvatsku.

60. mezinárodní matematická olympiáda

MICHAL ROLÍNEK

Institut Maxe Plancka, Tübingen

Mezinárodní matematická olympiáda se uskutečnila letos v červenci ve Velké Británii, a to již potřetí ve své historii. Soutěž hostilo studentské město Bath na jihozápadě Anglie a zúčastnilo se jí 621 soutěžících ze 112 zemí. Naši studenti dovezli čtyři bronzové medaile.

Jako první na místo přijeli vedoucí národních delegací, jejichž hlavním úkolem bylo z 32 připravených návrhů rozdělených do čtyř kategorií (algebra, kombinatorika, geometrie a teorie čísel) vybrat šestici úloh pro soutěž a shodnout se na bodovacích schématech k jednotlivým úlohám. Zadání vybraných úloh naleznete na konci této zprávy.

Soutěžící a pedagogičtí vedoucí přijeli do Británie o tři dny později. Ubytováni byli na kolejích místní univerzity, kde také 16. a 17. července proběhla samotná soutěž. Soutěžící měli každý den 4,5 hodiny na řešení tří obtížných úloh. Za každou úlohu mohli získat až 7 bodů. Připomeňme, že zhruba polovina soutěžících si z olympiády doveze medaili, přičemž počet udělených zlatých (G), stříbrných (S) a bronzových (B) medailí je v přibližném poměru 1 : 2 : 3.

Českou republiku reprezentovali *Matěj Doležálek* z Gymnázia Dr. A. Hrdličky v Humpolci, *Karel Chwistek* z Mendelova Gymnázia v Opavě, *Václav Janáček* z gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně, *Lenka Kopfová* z Mendelova Gymnázia v Opavě, *Josef Minařík* z gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně a *Dominik Stejskal* z gymnázia v Krnově. Vedoucím týmu byl *Michal Rolínek*, Ph.D., z Institutu Maxe Plancka v Tübingenu a pedagogickým vedoucím *Josef Tkadlec* z IST Austria.

Přehled výsledků našich soutěžících uvádíme v tabulce:

		Body za úlohu						**Body**	**Cena**
Umístění		1	2	3	4	5	6		
168.–213.	Matěj Doležálek	7	1	0	7	7	0	22	B
168.–213.	Lenka Kopfová	7	1	0	7	7	0	22	B
214.–244.	Josef Minařík	7	0	0	7	7	0	21	B
245.–255.	Václav Janáček	7	0	1	5	7	0	20	B
386.–401.	Karel Chwistek	4	0	0	0	7	0	11	HM
402.–416.	Dominik Stejskal	3	0	0	0	7	0	10	HM
	Celkem	35	2	1	26	42	0	106	

Český tým získal čtyři bronzové medaile (Matěj, Vašek, Lenka a Pepa) a dvě čestná uznání (Karel a Dominik), která se udělují za úplné vyřešení alespoň jedné úlohy. V neoficiálním pořadí států obsadila ČR 46. místo. Tento výsledek sice není oslnivý, je ale třeba dodat, že český tým zazářil při řešení páté soutěžní úlohy, za niž získal maximální možný počet 42 bodů. To se mimo první patnáctku podařilo již jen Německu a Kanadě.

Pro zajímavost uvádíme i výsledky slovenských soutěžících v samostatné tabulce:

Umístění		Body za úlohu 1	2	3	4	5	6	Body	Cena
55.–64.	Michal Staník	7	1	7	7	7	0	29	S
168.–213.	Martin Melicher	7	1	0	7	7	0	22	B
245.–255.	Matej Urban	7	0	0	6	7	0	20	B
256.–266.	Dávid Pásztor	7	2	0	5	5	0	19	B
345.–360.	Marián Poturnay	7	0	0	0	7	0	14	HM
402.–416.	Samuel Krajči	1	0	1	1	7	0	10	HM
	Celkem	36	4	8	26	40	0	114	

Co se týče ostatních států, o prvenství se podělili tradiční giganti USA a Čína s jednobodovým náskokem před Jižní Koreou. Olympiáda se vydařila polskému týmu, který nejenže skončil již druhý rok po sobě v první desítce, ale také dosáhl nebývalého úspěchu v individuální soutěži; Jan Fornal získal plný počet 42 bodů, a stal se tak (spolu s dalšími pěti soutěžícími) absolutním vítězem soutěže. Kompletní výsledky jsou dostupné na adrese: https://www.imo-official.org/year_country_r.aspx?year=2019

Celkové pořadí zúčastněných zemí, získané body a medaile:

	G	S	B	body
ČLR	6	0	0	227
USA	6	0	0	227
Jižní Korea	6	0	0	226
KLDR	3	3	0	187
Thajsko	3	3	0	185
Rusko	2	4	0	179
Vietnam	2	4	0	177
Singapur	2	4	0	174
Srbsko	3	1	2	171
Polsko	1	3	2	168
Maďarsko	1	3	2	165
Ukrajina	1	4	1	165
Japonsko	2	2	2	162
Indonésie	1	4	1	160
Indie	1	4	0	156
Izrael	1	3	2	156
Rumunsko	1	2	3	155
Austrálie	2	1	3	154
Bulharsko	0	5	1	152
Velká Británie	1	2	3	149
Tchaj-wan	1	2	3	148
Kazachstán	0	2	4	146

	G	S	B	body
Írán	1	2	3	145
Kanada	1	1	4	144
Francie	0	2	4	142
Mongolsko	1	1	3	141
Itálie	0	2	4	140
Peru	0	3	1	137
Brazílie	0	2	4	135
Turecko	1	1	3	135
Filipíny	0	1	5	129
Německo	1	0	3	126
Saudská Arábie	0	1	4	124
Norsko	0	1	3	122
Bělorusko	0	2	2	119
Estonsko	0	1	4	118
Hongkong	0	1	3	117
Nizozemsko	0	1	4	117
Slovensko	0	1	3	114
Řecko	0	1	2	112
Mexiko	0	1	3	111
Chorvatsko	0	0	3	110
Španělsko	0	0	5	110
Slovinsko	0	2	1	109

	G	S	B	body
Gruzie	0	1	4	108
Česká republika	0	0	4	106
JAR	0	0	4	106
Dánsko	0	1	2	105
Arménie	0	2	1	104
Moldavsko	0	1	1	100
Ázerbájdžán	0	0	3	98
Litva	0	0	3	96
Argentina	0	0	3	95
Portugalsko	0	1	1	93
Macao	0	0	3	92
Švédsko	1	0	1	92
Sýrie	0	1	1	92
Nový Zéland	0	0	2	89
Švýcarsko	0	0	3	89
Rakousko	0	0	4	84
Bosna a Hercegovina	0	0	0	84
Tádžikistán	0	1	1	82
Uzbekistán	0	0	1	81
Maroko	0	0	1	80
Finsko	0	1	1	78
Kolumbie	0	0	2	77
Bangladéš	0	0	1	76
Belgie	0	1	1	75
Srí Lanka	0	0	1	73
Malajsie	0	0	2	71
Irsko	0	1	0	61
Lotyšsko	0	0	0	56
Turkmenistán	0	0	0	53
Tunisko	0	0	0	48
Kypr	0	0	0	47
Makedonie	0	0	0	47
Alžírsko (5)	0	0	1	46
Salvádor (4)	0	0	2	45
Kosovo	0	0	0	43

	G	S	B	body
Albánie	0	0	0	37
Island	0	0	0	37
Panama (4)	0	0	1	37
Kostarika	0	0	0	34
Pákistán (5)	0	0	1	34
Trinidad a Tobago	0	0	0	34
Černá Hora (5)	0	0	0	33
Ekvádor (5)	0	0	0	32
Uruguay (5)	0	0	0	29
Kuba (2)	0	0	0	23
Chile (4)	0	0	0	20
Kyrgyzstán	0	0	0	19
Paraguay	0	0	0	18
Irák	0	0	0	17
Nepál	0	0	0	17
Nikaragua (2)	0	0	0	17
Egypt (4)	0	0	0	12
Ghana (4)	0	0	0	11
Myanmar	0	0	0	11
Kambodža	0	0	0	10
Bolívie	0	0	0	9
Lucembursko	0	0	0	9
Dominikánská republika (5)	0	0	0	5
Uganda	0	0	0	5
Guatemala (3)	0	0	0	4
Honduras (3)	0	0	0	3
Portoriko (1)	0	0	0	3
Tanzánie	0	0	0	3
Venezuela (2)	0	0	0	3
Botswana (2)	0	0	0	2
Angola (2)	0	0	0	0
Keňa (2)	0	0	0	0
Spojené arabské emiráty	0	0	0	0

Je potěšující, že česká stopa byla na soutěži viditelná nejen mezi soutěžícími. Průvodcem českého týmu byl *Pavel Turek* (zlatý medailista z Brazílie z roku 2017), jako koordinátor se do soutěže zapojil *Vojtěch Dvořák* (držitel čestného uznání z Thajska z roku 2015) a zlaté medaile, jakožto zástupce sponzora, předával *Tomáš Protivínský* (bronzový medailista z poslední MMO ve Velké Británii z roku 2002).

Příští 61. ročník Mezinárodní matematické olympiády proběhne v ruském Petrohradu.

Závěrem uvádíme texty soutěžních úloh (v závorce je uvedena země, která úlohu navrhla).

1. Je dán ostroúhlý trojúhelník ABC s opsanou kružnicí Γ. Nechť $\mathbb{Z}$ značí množinu celých čísel. Určete všechny funkce $f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ takové, že pro libovolná celá čísla a, b platí

$$f(2a) + 2f(b) = f(f(a+b)).$$

(*Jihoafrická republika*)

2. Na stranách BC a AC trojúhelníka ABC leží po řadě body A_1 a B_1. Body P a Q jsou zvoleny postupně uvnitř úseček AA_1 a BB_1 tak, že přímka PQ je rovnoběžná se stranou AB. Dále P_1 je bod na přímce PB_1, pro nějž platí, že B_1 leží uvnitř úsečky PP_1 a zároveň $|\sphericalangle PP_1C| = |\sphericalangle BAC|$. Podobně bod Q_1 leží na přímce QA_1 tak, že A_1 leží uvnitř úsečky QQ_1 a zároveň platí $|\sphericalangle CQ_1Q| = |\sphericalangle CBA|$.

(*Ukrajina*)

3. Na sociální síti s 2019 uživateli jsou některé dvojice uživatelů přátelé, přičemž přátelství jsou vždy vzájemná. Vztahy v této síti se mohou měnit opakovaným provedením následující operace:

> Tři uživatelé A, B, C splňující, že A se přátelí s B i C a zároveň že B a C nejsou přáteli, změní svá přátelství tak, že B se spřátelí s C a zároveň A ukončí svá přátelství s B i s C. Všechna ostatní přátelství zůstanou beze změny.

Na začátku je v síti 1010 uživatelů, z nichž každý má 1009 přátel, a 1009 uživatelů, z nichž každý má 1010 přátel. Ukažte, že existuje vhodná posloupnost uvedených operací, po jejímž provedení nemá žádný uživatel sítě více než jednoho přítele. (*Chorvatsko*)

4. Nalezněte všechny dvojice kladných celých čísel (k, n) splňujících

$$k! = (2^n - 1)(2^n - 2)(2^n - 4)\cdots(2^n - 2^{n-1}).$$

(*Salvador*)

5. Banka města Bath vydává mince, na jejichž jedné straně je vyraženo písmeno H a na té druhé pak písmeno T. Pepa si n takových mincí postavil do řady zleva doprava a opakoval následující operaci: Ukazuje-li alespoň jedna mince H, pak Pepa obrátí k-tou minci zleva, kde k je počet mincí ukazujících H. Ukazují-li všechny mince písmeno T, posloupnost operací končí. Například pro $n = 3$ a počáteční konfiguraci THT by Pepa postupně získal $THT \to HHT \to HTT \to TTT$ a po těchto třech operacích by skončil.

(a) Ukažte, že pro libovolnou počáteční konfiguraci je Pepa nucen skončit po konečném počtu kroků.

(b) Pro každou počáteční konfiguraci C označíme $L(C)$ počet operací, které Pepa provede, než je nucen skončit. Např. $L(THT) = 3$ a $L(TTT) = 0$. Pokud spočítáme hodnotu $L(C)$ pro každou z 2^n počátečních konfigurací, jaký bude aritmetický průměr všech spočítaných hodnot? (*USA*)

6. Nechť I je střed kružnice ω vepsané ostroúhlému trojúhelníku ABC, v němž $|AB| \neq |AC|$. Body dotyku kružnice ω se stranami BC, CA a AB označíme postupně jako D, E a F. Kolmice na přímku EF vedená bodem D protne kružnici ω podruhé v bodě R. Dále pak P je druhý průsečík AR s kružnicí ω. Konečně označme Q druhý průsečík kružnic opsaných trojúhelníkům PCE a PBF.

Dokažte, že průsečík přímek DI a PQ leží na kolmici vedené bodem A k přímce AI. (*Indie*)

IMO 2019
60TH INTERNATIONAL
MATHEMATICAL OLYMPIAD