Příloha časopisu
MATEMATIKA – FYZIKA – INFORMATIKA
Ročník 28 (2019), číslo 4

Úlohy I. kola (domácí část)

61. ročníku FO (kategorie A–G)

http://fyzikalniolympiada.cz

Zadání úloh 1. kola 61. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

1. Temná hmota

Jedna z galaxií se skládá z kulového jádra o poloměru $r_j = 4$ kpc a tenkého disku se stejným středem a vnějším poloměrem $r_v = 15r_j$. Hmotnost disku s hvězdami je zanedbatelná v porovnání s hmotností jádra. V jádře galaxie jsou hvězdy rozloženy rovnoměrně.

Bylo zjištěno, že velikost rychlosti, jakou hvězdy disku obíhají kolem jádra, je od vnějšího okraje disku až k hranici jádra stejná: $v_0 = 240\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$. Tento jev může být vysvětlen existencí temné hmoty, která se nachází v kulové vrstvě kolem jádra galaxie a sahá až k jejímu okraji.

a) Určete hmotnost jádra galaxie M_j.

b) Určete průměrnou hustotu ρ_j látky v galaktickém jádře.

c) Najděte závislost hustoty temné hmoty ρ_t na vzdálenosti r od středu galaxie.

d) Určete poměr hmotností temné hmoty a jádra galaxie $\dfrac{M_t}{M_j}$.

Gravitační konstanta $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$, 1 kpc $= 3{,}086 \cdot 10^{19}$ m.

2. Kotouč na pohyblivém pásu

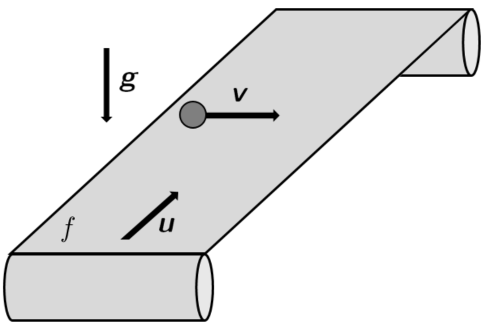
Na dopravní pás, pohybující se ve vodorovné rovině rychlostí o velikosti u, vsuneme malý kotouč rychlostí $\boldsymbol{v}_0 \perp \boldsymbol{u}$. Součinitel tření mezi kotoučem a pásem je f. Tíhové zrychlení je $\boldsymbol{g}$. Určete:

a) Velikost a směr okamžité rychlosti $\boldsymbol{v}'_0$ puku vzhledem k pásu transportéru na počátku jeho pohybu

b) velikost a směr zrychlení $\boldsymbol{a}$ puku na počátku jeho pohybu,

c) dobu t, za kterou se puk na pásu zastaví,

d) velikost a směr minimální rychlosti puku $\boldsymbol{v}_{\min}$ vzhledem k zemi během jeho pohybu po dopravním pásu.



Obr. 1

3. Mlha nad městem

Ve dne byla teplota vzduchu nad městem 25 °C a vlhkost vzduchu $\phi = 80$ %. Večer teplota klesla na 18 °C.

a) Jaké teplo se uvolnilo při vzniku mlhy nad městem, když víme, že kruhový obchvat města má délku $l = 56$ km a výška vrstvy mlhy byla $h = 100$ m?

b) Klimatizační zařízení budovy ve stejném městě, jejíž vnitřní prostor má objem 10 000 m^3, upravuje ve dne vzduch na teplotu 20 °C a vlhkost na $\phi_1 = 60$ %. Jaké množství vody přitom musí zkondenzovat?

c) Když v kanceláři stejné budovy vytáhnete z ledničky krabici mléka, orosí se. Jaká by musela být v místnosti relativní vlhkost vzduchu, aby se při vytažení krabice z ledničky, kde je teplota 5 °C, láhev neorosila?

Molární hmotnost vody $M = 18 \cdot 10^{-3}$ kg · mol^{-1}, hustota vody $\rho = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg · m^{-3}, měrná tepelná kapacita vody $c = 4{,}2 \cdot 10^3$ J · kg^{-1} · K^{-1}, měrné skupenské teplo vypařování $l_v = 2{,}3 \cdot 10^6$ J · kg^{-1}, tlak sytých par vody (při teplotách ve °C) je $p_5 = 0{,}866 \cdot 10^3$ Pa, $p_{18} = 2{,}07 \cdot 10^3$ Pa, $p_{20} = 2{,}34 \cdot 10^3$ Pa, $p_{25} = 3{,}17 \cdot 10^3$ Pa.

4. Objev neutronu

V roce 1930 ostřelovali Bothe a Becker berylium částicemi α o energii 4,5 MeV. O dva roky později Chadwick ukázal, že při této reakci vznikají nenabité částice o hmotnosti podobné hmotnosti protonu.

a) Napište rovnici reakce a pomocí výpočtu energie reakce ukažte, že reakce může probíhat.

b) Maximální energie vznikajících neutronů je 4,5 MeV. Určete jejich vlnovou délku a rozhodněte, zda bude docházet k jejich ohybu na kovové krystalové mřížce, když rozměry atomů jsou řádově 10^{-10} m.

c) Určete rychlost neutronů po jejich zpomalení ve vodě na vlnovou délku $\lambda = 0{,}10$ nm a rozhodněte, jaká část neutronů může proletět zkušebním tunelem vzdálenost 300 m, je-li poločas rozpadu volného neutronu 11,7 min.

Hmotnosti některých nuklidů jsou uvedeny v tabulce.

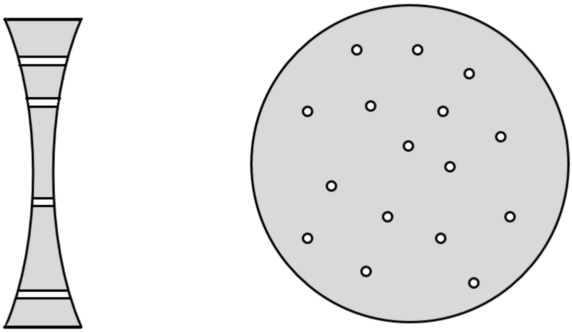
nuklid	hmotnost/m_u	nuklid	hmotnost/m_u	nuklid	hmotnost/m_u
$^1_0$n	1,008 665	$^9_4$Be	9,012 182	$^{14}_7$N	14,003 074
$^1_1$H	1,007 825	$^{10}_5$B	10,012 938	$^{16}_8$O	15,994 914
$^4_2$He	4,002 603	$^{11}_5$B	11,009 305	$^{17}_8$O	16,999 133
$^6_3$Li	6,015 126	$^{12}_6$C	12,000 000	$^{18}_8$O	17,999 159
$^7_3$Li	7,016 005	$^{13}_6$C	13,003 354		

5. Vadná čočka

Při výrobě tenké čočky ze skla o indexu lomu $n_0 = 1{,}69$, ohraničené dvěma kulovými plochami, došlo k technické závadě a uvnitř čočky zůstala řada vzduchových bublinek, které se dotýkají obou kulových ploch čočky (obr.). Čočka byla vložena do vody (index lomu $n_1 = 1{,}33$), osvětlena ve směru optické osy širokým svazkem rovnoběžných paprsků, a ve vzdálenosti $a = 40$ cm za čočku bylo postaveno stínítko, rovnoběžně s čočkou a kolmo na optickou osu čočky. Na stínítku vznikl světlý kruh o dvojnásobném průměru, než je průměr čočky d. Kromě toho ale také uprostřed tohoto kruhu vznikl malý kruh o průměru d_1, jehož osvětlení bylo $k = 3$-krát větší, než osvětlení zbytku velkého kruhu.

a) Určete poměr $\dfrac{d_1}{d}$.

b) Určete, kolik procent ε z celkové plochy čočky tvoří bublinky.

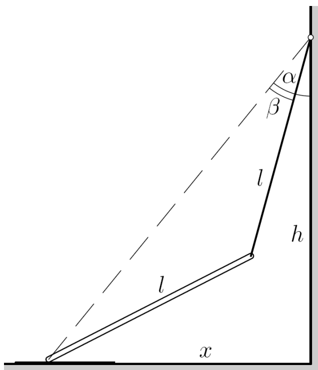


Obr. 2

6. Praktická úloha: Měření součinitele smykového tření mezi koncem dřevěné tyče a podložkami z různých materiálů

Pomůcky: dřevěná tyč dlouhá 0,5 m až 1 m, provázek, délkové měřidlo, podložky z různých materiálů (papír, guma, skelný papír aj.)

Provedení úlohy: Na konec tyče délky l přivážeme provázek stejné délky l a jeho konec připevníme na svislou stěnu do výšky h. Druhý konec tyče položíme na podložku ze zkoumaného materiálu, která leží na podlaze, a podložku zvolna posouváme směrem od stěny. V okamžiku, kdy konec tyče začne klouzat po podložce, změříme jeho vzdálenost x od stěny (obr. 3).



Obr. 3

Úkoly:

- Úhly α a β vyznačené v obrázku vyjádřete obecně pomocí h a x.
- Dokažte, že součinitel f smykového tření mezi koncem tyče a podložkou můžeme vypočítat pomocí vztahu

$$f = \frac{\sin(\alpha - \beta)\sin(\alpha + \beta)}{\sin 2\beta - \sin(\alpha - \beta)\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\cos 2\beta - \cos 2\alpha}{3\sin 2\beta - \sin 2\alpha}\,.$$

- Proveďte měření a výpočty pro různé podložky a pro různé výšky bodu upevnění v intervalu $l < h < 2l$. Získané výsledky posuďte.

7. Tři spojená tělesa

Tělesa o hmotnostech m_1 a m_2 jsou spojena pružným vláknem vedeným přes kladku podle obrázku. Kladka, připojená k tělesu o hmotnosti m_3, má zanedbatelnou hmotnost. Tělesa leží na hladké vodorovné podložce. Vlákno je na počátku v nenapjatém stavu. Tělesu o hmotnosti m_3 udělíme nárazem počáteční rychlost v směrem doleva. Určete:

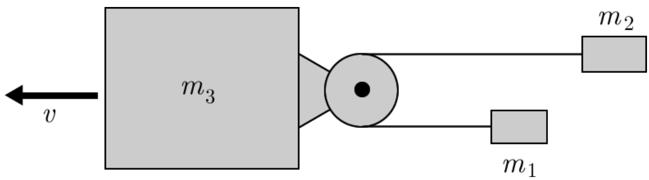
a) Okamžité rychlosti v_1 a v_2 těles o hmotnostech m_1 a m_2 v závislosti na okamžité rychlosti v_3 tělesa o hmotnosti m_3.

b) Rychlosti v_1, v_2 a v_3 těles v okamžiku, kdy je vlákno nejvíce napjaté.

c) Rychlosti těles v okamžiku, kdy vlákno přestane být napínáno.

Nápověda: Uvažte, že v okamžiku, kdy je vlákno nejvíce napjaté, nabývá jeho délka svého maxima a její derivace podle času je nulová.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg, $m_3 = 3$ kg, $v = 1\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.



Obr. 4

Úlohy 1. kola 61. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

1. Kapající kyvadlo

Kyvadlo o délce l, zavěšené u stropu místnosti, je tvořeno malou nádobkou s vodou. Z otvoru ve dně nádobky odkapávají kapky vody. V krajní poloze svírá nit se svislým směrem úhel $\varphi = 5{,}0°$. Doba kmitu tohoto kyvadla, které můžeme považovat za matematické, je $T = 2{,}0$ s.

a) Určete vzdálenost mezi místy, do kterých dopadnou kapky, které opouští kyvadlo při jeho průchodu rovnovážnou polohou. Jak dlouhou mokrou stopu na podlaze místnosti může voda nejvýše vytvořit, je-li výška místnosti $h = 2{,}6$ m?

b) Do jaké hloubky H bychom museli umístit vodorovnou podložku pod kyvadlo nacházející se v rovnovážné poloze, aby kapky, které odkápnou z nádobky v rovnovážné poloze, dopadaly do stejného místa jako kapky, které odkápnou v krajní poloze kyvadla? Řešte obecně, využijte okolnosti, že pro malé úhly platí $\sin\varphi \cong \varphi$, $\cos\varphi = 1 - \dfrac{\varphi^2}{2}$.

Odpor vzduchu zanedbejte. Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

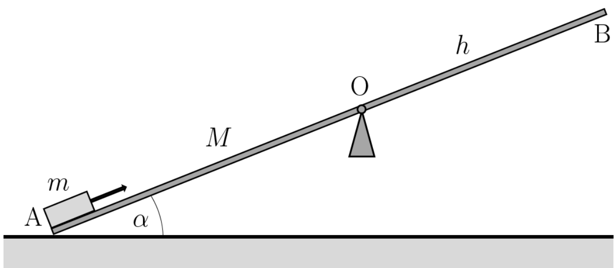
2. Nakloněná deska

Úzká hladká deska má hmotnost M, délku l a je upevněna ve vzdálenosti h od kratšího konce v kloubu O, kolem kterého se může volně otáčet kolem vodorovné osy. Její delší konec leží na vodorovné podlaze, se kterou svírá úhel α. Na spodním okraji desky leží těleso o hmotnosti m, kterému udělíme počáteční rychlost v směrem vzhůru po nakloněné rovině (obr. 1).

a) Jakou rychlost musíme udělit tělesu, aby se spodní konec desky odpoutal od vodorovné roviny? V jaké vzdálenosti x od osy otáčení se těleso zastaví?

b) Jaký musí být poměr $\dfrac{M}{m}$, aby tento případ mohl nastat?

c) Jak se změní výsledky a) a b), nebude-li deska dokonale hladká a součinitel tření mezi tělesem a deskou bude f?



Obr. 1

Rozměr tělesa je v porovnání s délkou desky zanedbatelný.

3. Měrná tepelná kapacita

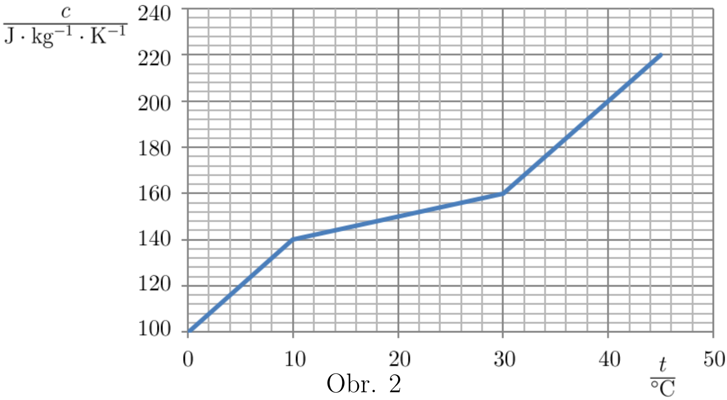
V laboratoři byla vyvinuta nová látka, jejíž měrná tepelná kapacita závisí na teplotě, jak ukazuje graf. V kalorimetru smícháme hmotnost m_1 látky, která měla teplotu 0 °C a hmotnost m_2 látky, která měla teplotu 40 °C.

Tepelnou kapacitu kalorimetru a ztráty tepla do okolí zanedbejte.

a) Při jakém poměru $\dfrac{m_1}{m_2}$ se teplota v kalorimetru ustálí na 10 °C?

b) Při jakém poměru $\dfrac{m_1}{m_2}$ se teplota v kalorimetru ustálí na 30 °C?

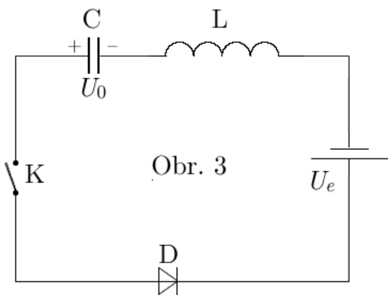
c) Jaká teplota se ustálí v kalorimetru, jestliže v něm smícháme stejná množství této látky ($m_1 = m_2$), která měla teploty 0 °C a 40 °C?



Obr. 2

4. Obvod s diodou

Při rozpojeném klíči je na kondenzátoru o kapacitě $C = 20\ \mu\mathrm{F}$ v obvodu na obrázku napětí $U_0 = 12$ V. Elektromotorické napětí zdroje $U_e = 5$ V, indukčnost cívky $L =$ $= 2$ H. Dioda je ideální.



Obr. 3

a) Jaká bude maximální hodnota proudu I_m v obvodu po zapnutí klíče? Jaký náboj ΔQ prošel obvodem do dosažení této hodnoty proudu? Jakou práci W_z přitom vykonal zdroj?

b) Jaké napětí U_k bude na kondenzátoru po ustavení rovnováhy po zapnutí klíče?

5. Nabíjení elektromobilu

Elektromobil Tesla model S má průměrnou spotřebu elektrické energie 240 Wh na kilometr. Spalovací motor automobilu stejné velikosti má průměrnou spotřebu 8,0 litrů na 100 km.

Hustota benzinu $\rho = 750\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, výhřevnost benzinu $H = 43{,}5\cdot 10^6\ \mathrm{J\cdot kg^{-1}}$.

a) Porovnejte množství energie potřebné pro ujetí jednoho kilometru pro elektrický a benzinový pohon. Jaký je poměr těchto energií?
b) Porovnejte mechanickou práci v obou případech s uvážením skutečnosti, že účinnost přeměny elektrické energie v elektromotoru je řádově 90 %, kdežto účinnost spalovacího motoru s turbodmychadlem 30 %.
c) Elektromobil lze nabíjet jak z klasické jednofázové zásuvky, tak ze zásuvky třífázové. Vypočtěte, jak dlouho bude trvat nabíjení 85 kWh akumulátoru, jestliže k nabíjení použijeme jednu fázi s napětím 230 V a stálým proudem 16 A, a jak dlouho by trvalo nabíjení třífázovým napětím 400 V, a stálým proudem 32 A. Uvažujte, že účinnost nabíjení je 85 %. Jaký dojezd lze v obou případech získat nabíjením po dobu jedné hodiny?

6. Praktická úloha: Studium kmitů deklinační magnetky

Pomůcky: cívka 300 z/5 A z rozkladného transformátoru, reostat 16 Ω/4 A, ampérmetr, zdroj stejnosměrného napětí 12 V, malá deklinační magnetka, stopky.

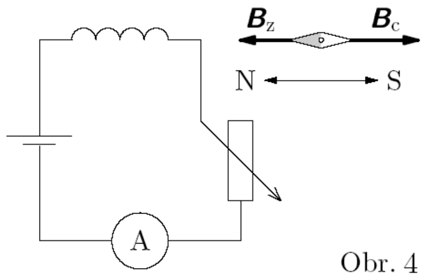
Úkol: Ověřte, že závislost periody malých kmitů deklinační magnetky okolo rovnovážné polohy na velikosti B horizontální složky magnetické indukce pole je popsána vztahem

$$T = kB^m, \tag{1}$$

kde k a m jsou konstanty. Určete hodnotu konstanty m, která by neměla záviset na použité magnetce.

Provedení úlohy:

- Cívku umístíme do vzdálenosti asi 15 cm od magnetky tak, aby její osa splývala s podélnou osou deklinační magnetky. Zdroj napětí připojíme k cívce přes reostat a ampérmetr tak, aby magnetická indukce $\boldsymbol{B}_c$ cívky v místě magnetky měla opačný směr než horizontální složka $\boldsymbol{B}_z$ magnetického pole Země (obr. 4).



Obr. 4

- Proud v obvodu nastavíme na hodnotu $I_0 = 1$ A a vzdálenost cívky od magnetky upravíme tak, aby se magnetka po vychýlení přestala vracet do rovnovážné polohy. Tím dosáhneme rovnosti $B_{c0} = B_z$, kde B_{c0} je velikost magnetické indukce pole cívky v místě magnetky při proudu I_0.

- Reostatem postupně nastavíme alespoň 10 různých hodnot proudu $I > I_0$. Pokaždé změříme periodu kmitů magnetky po jejím malém vychýlení z rovnovážné polohy. Výsledky měření zapíšeme do tabulky:

i	I/A	$10T$/ s	T/ s	$\log(I - I_0)$	$\log T$

Vyhodnocení měření: Velikost B_c indukce magnetického pole cívky v místě magnetky je přímo úměrná procházejícímu proudu, konstantu úměrnosti označíme k_1:

$$B_\mathrm{c} = k_1 I, \quad B_\mathrm{z} = B_{\mathrm{c}0} = k_1 I_0.$$

Velikost B výsledné horizontální složky magnetické indukce v místě magnetky je tedy

$$B = k_1(I - I_0).$$

Dosazením do (1) dostaneme

$$T = k[k_1(I - I_0)]^m = K(I - I_0)^m, \tag{2}$$

kde $K = k \cdot k_1^m$. Zlogaritmováním vztahu (2) dojdeme k lineárnímu vztahu mezi proměnnými $y = \log T$ a $x = \log(I - I_0)$:

$$\log T = m \log(I - I_0) + \log K, \quad \text{tj.} \quad y = mx + \log K. \tag{3}$$

Zpracování naměřených hodnot:

a) Z výsledků měření sestrojte graf funkce (3).

b) Z grafu funkce (3) určete konstantu m a vyjádřete ji ve tvaru $m \approx \dfrac{p}{q}$, kde p, q jsou malá celá čísla.

c) Určete fyzikální rozměr konstanty k ze vztahu (1).

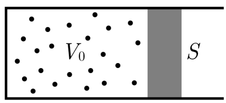
Poznámky: Je třeba použít magnetku malých rozměrů, u velkých dochází k tlumení. Magnetku vychýlit jen o malý úhel do 20°. Cívku a magnetku umístit na dřevěný stůl co nejdále od kovových předmětů – připojení ke zdroji, reostatu ampérmetru provést dlouhými vodiči. Zpracování naměřených hodnot doporučujeme provést v Excelu – zvolit *XY bodový graf*, *přidat spojnici trendu* a zobrazit rovnici regrese a koeficient spolehlivosti.

7. Plyn jako pružina

Ideální dvouatomový plyn vyplňuje vodorovně umístěnou válcovou nádobu uzavřenou pohyblivým pístem, který se může pohybovat bez tření. Stěny nádoby jsou dokonale vodivé. Plocha pístu je $S = 200\ \mathrm{cm}^2$, počáteční objem nádoby je $V_0 = 3{,}0$ l. Okolní atmosférický tlak je $p_0 = 101$ kPa.

a) Dokažte, že při malých posunutích pístu, způsobených vnější silou, se plyn chová jako pružina při jejím stlačování a určete „tuhost" k této pružiny.

b) Ukažte, že při malých posunutích pístu platí Hookův zákon a určete velikost Youngova modulu pružnosti E.



Obr. 5

c) Určete „tuhost" plynného tělesa k_1 a velikost modulu pružnosti E_1 v případě, že nádoba bude dokonale tepelně izolovaná.

Pro malá x platí: $\frac{1}{1+x} \approx 1 - x + x^2 - x^3 + \ldots$ Můžete také použít úpravu: $\frac{1}{1+x} = \frac{1-x}{1-x^2}$ a pak provést aproximaci zanedbáním kvadratického členu.

Úlohy 1. kola 61. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

1. Jízda v metru

Zdeněk přestupuje ve stanici Florenc z trasy A na trasu C. Z pohyblivých schodů vyjede v místě, kde obvykle stojí tažný vůz vlaku, ale vidí, že vlak je již v pohybu. Předposlední vůz vlaku ho mine za dobu $t_1 = 3{,}1$ s, poslední vůz za dobu $t_2 = 2{,}7$ s.

a) Před jakou dobou t se vlak metra dal do pohybu?

b) Kolik vozů měl vlak metra?

c) Vzdálenost mezi stanicí Florenc a následující stanicí Vltavská je $s_z = 1\,200$ m. Vlak se při rozjíždění pohybuje rovnoměrně zrychleně, pak rovnoměrně a při brzdění rovnoměrně zpomaleně. Jakou rychlostí v se vlak mezi stanicemi pohybuje při rovnoměrném pohybu, jestliže celková doba jízdy mezi zastávkami $t_z = 120$ s a z toho na rozjíždění a brzdění vlak potřebuje celkem čas $\Delta t = 60$ s?

2. Výkon a síla

Při pohybu vozíku o hmotnosti $m = 2$ kg po vodorovných kolejničkách byla měřena závislost okamžitého výkonu na času. Naměřené hodnoty jsou v tabulce.

$\frac{P}{\mathrm{W}}$	1,4	2,8	4,5	5,0	6,0	10,4	14,7	16,6	18,3
$\frac{t}{\mathrm{s}}$	1,0	1,5	2,0	2,5	3,2	5,0	7,2	8,4	9,0

a) Hodnoty z tabulky vyneste do bodového grafu a body proložte přímkou. Odvoďte pomocí vzorců, že při lineární závislosti okamžitého výkonu na času je působící síla konstantní a pomocí grafu určete její velikost.

Při opakovaném měření byla ve stejných podmínkách měřena závislost okamžitého výkonu na uražené dráze. Naměřené hodnoty jsou v tabulce.

$\frac{P}{\mathrm{W}}$	0,28	0,40	0,57	0,75	1,02	1,10	1,23	1,26	1,50
$\frac{s}{\mathrm{cm}}$	1,0	2,0	4,0	7,0	13	15	19	20	30

b) Odvoďte pomocí vzorců, že okamžitý výkon je přímo úměrný odmocnině z uražené dráhy. Sestrojte bodový graf závislosti výkonu na odmocnině z dráhy a body proložte přímkou. Pomocí grafu určete velikost působící síly.

3. Pohyb hranolu

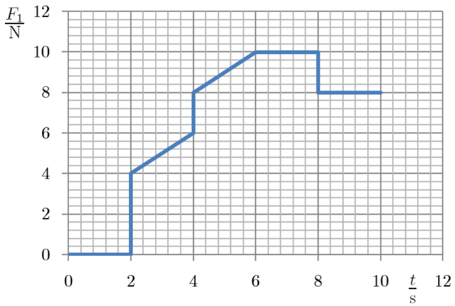
Na vodorovné podložce leží kvádr o hmotnosti $m = 1$ kg (obr. 1). Součinitel tření mezi kvádrem a podložkou je $f = 0{,}4$. Směrem doleva působí síla F_1, jejíž velikost závisí na čase podle obr. 2 a směrem doprava přes volnou kladku síla F_2, jejíž velikost závisí na času podle obr. 3. Hmotnost kladky je zanedbatelná, vlákna jsou pevná a mají zanedbatelnou hmotnost.

Obr. 1

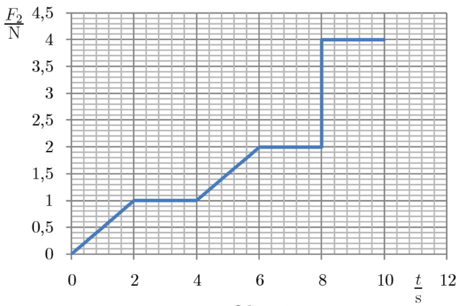
a) Kterým směrem se bude hranol pohybovat? Odpověď zdůvodněte.

b) Nakreslete grafy závislosti zrychlení a rychlosti na času a určete dráhu, kterou hranol urazí za prvních 10 s.

Tíhové zrychlení je 9,81 m · s^{-2}.



Obr. 2



Obr. 3

4. Dva spojené válce

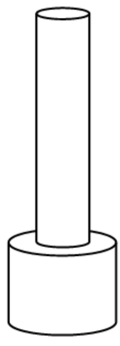
Těleso o hmotnosti M je složeno ze dvou souosých plných válců stejné hustoty. Spodní válec má průměr i výšku d, horní válec má průměr poloviční a výšku trojnásobnou než spodní válec.

a) Určete poměr hmotností $\dfrac{m_1}{m_2}$ spodního a horního válce.

b) Určete výšku h_T těžiště tělesa.

c) Určete moment setrvačnosti J tělesa vzhledem ke svislé ose souměrnosti.

d) Jakou výšku h_2 by musel mít horní válec, aby těžiště tělesa bylo ve společném středu podstav?



Obr. 4

5. Vaření vody

Radek vaří vodu v čajové konvici na elektrickém vařiči. Voda v konvici má počáteční teplotu $t_0 = 20$ °C. Když po době $\tau_1 = 2$ min měla voda teplotu pouze $t_1 = 40$ °C, polovinu vody vylil. Když po další době $\tau_2 = 1$ min teplota stoupla jen na $t_2 = 55$ °C vylil Radek polovinu zbylé vody. Přitom nechtěně snížil výkon vařiče na polovinu.

a) Za jakou dobu τ_3 začne voda nyní vařit (tj. dosáhne teploty $t_3 = 100$ °C)?

b) Jak dlouho by trvalo vaření vody, kdyby Radek během vaření vodu neuléval?

c) Jak dlouho by trvalo vaření vody, kdyby Radek po dvou minutách polovinu vody vylil, ale pak už nechal vodu i vařič bez povšimnutí?

Řešte nejprve obecně, pak pro zadané hodnoty. Tepelnou setrvačnost vařiče při změně výkonu zanedbejte. Tepelná kapacita vody na začátku děje je C, čajníku C_0. Únik tepla do okolí zanedbejte.

6. *Praktická úloha:* **Studium modelu plynu v nádobě**

Úloha navazuje na článek 1.5 v učebnici Bartuška, K., Svoboda, E.: Fyzika pro gymnázia. Molekulová fyzika a termika. Pozorně jej prostudujte.

Mějme nádobu, kterou symbolicky rozdělíme na dvě části stejného vnitřního objemu. Do nádoby napustíme plyn s počtem N částic stejného druhu a budeme v náhodně vybraných okamžicích zjišťovat počet N_l částic v levé polovině nádoby a počet N_p částic v pravé polovině nádoby ($N_\mathrm{l} + N_\mathrm{p} = N$). Provedeme simulační experiment s náhodným rozdělením 7 částic v levé a v pravé polovině nádoby.

Úkoly:

a) Rozdělení 7 částic budete simulovat házením 7 stejných mincí. Předem dohodou stanovíme, že dopad konkrétní mince lícem nahoru bude znamenat okamžitý výskyt částice v levé polovině nádoby a dopad rubem nahoru bude znamenat okamžitý výskyt částice v pravé polovině nádoby. Všech 7 mincí vezmeme do dlaní, důkladně protřepeme a hodíme na vodorovnou ohraničenou plochu. Po dopadu zjistíme počet N_l mincí, které dopadly lícem navrch a počet N_p mincí, které dopadly rubem navrch. Výsledek pokusu, tj. rozdělení na N_l a N_p, zaznamenáme čárkou v příslušném řádku 2. sloupce tabulky. Takto provedeme nejméně 220 pokusů. Poté zapíšeme počty čárek v jednotlivých políčkách. Ve 3. sloupci spočteme změřenou pravděpodobnost, tj. poměr počtu konkrétního stavu a celkového počtu pokusů, výsledek vyjádříme desetinným číslem zaokrouhleným na 3 platné číslice. V posledních dvou sloupcích uvedeme výsledky teoretické pravděpodobnosti, tj. poměr předpokládaného počtu stavů s daným rozdělením a počtu stavů všech možných rozdělení. Tento teoretický rozbor až pro 4 částice je uveden ve zmíněné učebnici.

$N_\mathrm{l} - N_\mathrm{p}$	Změřený počet stavů	Změřená pravděpodobnost	Teoretická pravděpodobnost	
	Čárky – počet	Desetinné číslo (3 platné číslice)	Zlomek	Desetinné číslo (3 platné číslice)
0 – 7				
1 – 6				
2 – 5				
3 – 4				
4 – 3				
5 – 2				
6 – 1				
7 – 0				
Součet				

b) Sestrojte v Excelu sloupcové grafy závislosti změřené a teoretické pravděpodobnosti rozdělení na počtu částic ve zvolené (levé) polovině nádoby (oba grafy v jednom obrázku).

Statistika, kterou vyšetřujeme, patří mezi *binomická rozdělení*. Teoretická pravděpodobnost, že ve zvolené polovině nádoby bude K částic z celkového počtu N, je

$$p(K,N) = \frac{\binom{N}{K}}{2^N} = \frac{N \cdot (N-1) \cdot (N-2) \cdot \dots \cdot (N-K)}{2^N \cdot 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot K}.$$

V Excelu ji můžeme vypočítat pomocí statistické funkce BINOMDIST, kam jako parametry dosadíme K; N; 0,5; 0. Chceme-li například vypočítat rozdělení pravděpodobnosti pro $N = 100$, použijeme tabulku podle obr. 3. Do prvního sloupce vložíme čísla od 0 do 100 a do buňky B2 funkci BINOMDIST s parametry A2; 100; 0,5; 0 (obr. 5a). Druhý sloupec pak vypočítáme posouváním vyplňovacího táhla (obr. 5b). Z vyplněné tabulky pak vytvoříme *xy bodový graf*.

B2 | fx =BINOMDIST(A2;100;0,5;0)

	A	B	C	D	E
1	K	P			
2	0	7,88861E-31			
3	1				
4	2				
5	3				

Obr. 5a

B5 | fx =BINOMDIST(A5;100;0,5;0)

	A	B	C	D	E
1	K	P			
2	0	7,88861E-31			
3	1	7,88861E-29			
4	2	3,90486E-27			
5	3	1,27559E-25			

Obr. 5b

c) Vyšetřete rozdělení teoretické pravděpodobnosti pro různá N a výsledky porovnejte. Zformulujte závěr, který vyplývá pro skutečné, tj. obrovské soubory částic (řádově 10^{23}).

7. Hod míčky

Honza hodí svisle vzhůru míček a v okamžiku, kdy je míček v nejvyšším bodě, hodí za ním stejnou počáteční rychlostí druhý míček. Míčky se setkají ve výšce $H = 5{,}4$ m. Po dokonale pružném, středovém rázu se míčky pohybují dále po stejné přímce.

a) Do jaké největší výšky H_0 vystoupil první míček?

b) Jakou počáteční rychlostí v_0 byly míčky vrženy? Jaká byla rychlost míčků při jejich srážce?

c) Po jaké době t_1 a t_2 od vržení druhého míčku dopadnou míčky zpět do Honzovy ruky?

Odpor vzduchu a rozměry míčků zanedbejte. Tíhové zrychlení $9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Úlohy 1. kola 61. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

1. Železniční přejezd

Automobil se pohybuje rychlostí $v = 24\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. V okamžiku, kdy se nachází ve vzdálenosti $s = 420\ \mathrm{m}$ před železničním přejezdem, začne blikat červené světlo. Chvilku pokračuje v jízdě stálou rychlostí, poté se pohybuje rovnoměrně zpomaleným pohybem se zrychlením o velikosti $a = 1{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ a zastaví těsně před přejezdem.

a) Vypočtěte číselně celkovou dobu t jízdy.

b) Celkovou dobu jízdy t vyjádřete obecně pomocí daných veličin s, v, a a ověřte dosazením číselný výsledek a).

c) Uvažujme variantu jízdy, kdy řidič začne brzdit v čase 2,0 s po aktivaci výstražného signálu a auto zpomaluje s poloviční velikostí zrychlení.

Sestrojte graf závislosti rychlosti na čase pro obě varianty pohybu. Z grafu určete, zda i v druhé variantě zastaví před přejezdem.

2. Padající kapky

Turisté pozorovali kapky padající ze skalního převisu. Měřením času zjistili, že kapky padají vždy ve stejných časových intervalech. Dále naměřili, že doba pádu každé kapky je 2,1 s a že doba mezi uvolněním první a páté kapky je 3,4 s. Tíhové zrychlení je $9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Odpor vzduchu zanedbejte.

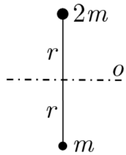
a) Sestrojte na časovém intervalu 0 s až 3 s graf závislosti rychlosti na čase pro první kapku uvolněnou v nulovém čase a pro všechny následující.

b) Z grafu určete minimální a maximální vzdálenost $d_{2\,\mathrm{min}}$ a $d_{2\,\mathrm{max}}$ mezi první a druhou kapkou během letu a minimální a maximální vzdálenost $d_{3\,\mathrm{min}}$ a $d_{3\,\mathrm{max}}$ mezi první a třetí kapkou během letu.

3. Rotace soustavy dvou kuliček

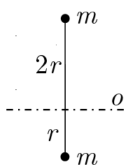
Soustava dvou malých kuliček umístěných na navzájem opačných koncích pevné tyčky zanedbatelné hmotnosti se může otáčet ve svislé rovině kolem vodorovné osy o procházející tyčkou.

a) Hmotnost jedné kuličky je m, hmotnost druhé $2m$. Poloměr trajektorie každé kuličky je r. Tyčku natočíme do svislé polohy s hmotnější kuličkou nahoře a nepatrným impulzem uvedeme do pohybu. Určete obecně maximální velikost v_m okamžité rychlosti každé kuličky. Určete obecně i číselně celkovou délku l tyčky, s níž dosáhneme hodnoty $v_\mathrm{m} = 2{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.



Obr. 1

b) Hmotnost každé kuličky je m, poloměr otáčení jedné kuličky je r, poloměr otáčení druhé kuličky $2r$. Tyčku opět natočíme do svislé rovnovážné vratké polohy a nepatrným impulzem uvedeme do pohybu. Určete maximální úhlovou rychlost ω_m soustavy. Určete obecně i číselně celkovou délku l' tyčky, s níž dosáhneme hodnoty $\omega_\mathrm{m} = 7{,}5\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$.



Obr. 2

Tíhové zrychlení je 9,81 m · s^{-2}. Poloměr kuličky vždy považujte za zanedbatelný vzhledem k poloměru trajektorie.

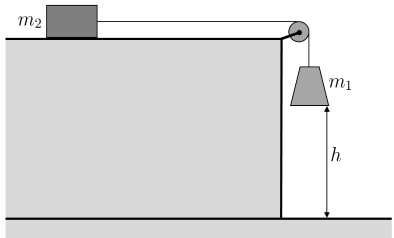
4. Kvádr a závaží

Na vodorovné desce stolu je kvádr o hmotnosti m_2. Ke kvádru je přivázáno lanko vedené vodorovně přes pevnou kladku a na druhém konci lanka visí závaží o hmotnosti m_1 ve výšce h nad podlahou. Po uvolnění se soustava uvede do pohybu. Doba pohybu závaží je t_1, následná doba pohybu kvádru je t_2.

a) Určete velikost v_m maximální rychlosti kvádru a součinitel f smykového tření.

b) Určete velikost zrychlení a_1 soustavy v první fázi pohybu a velikost zrychlení a_2 kvádru v druhé fázi pohybu.

c) Určete hmotnost m_2 kvádru.



Obr. 3

Tíhové zrychlení je 9,81 m · s^{-2}. Hmotnost kladky a hmotnost lanka zanedbejte. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m_1 = 500$ g, $h = 0{,}35$ m, $t_1 = 0{,}50$ s, $t_2 = 0{,}70$ s.

5. Vlak

Na daném úseku trati se stálým sklonem vytáhne lokomotiva rovnoměrným pohybem tři stejné vagóny za čas $t_1 = 219$ s. Hmotnost lokomotivy je $m_0 = 73$ t, hmotnost každého vagónu $m_1 = 45$ t.

a) Určete počet N vagónů, které lokomotiva při stejném výkonu na stejném úseku vytáhne za čas $t_2 = 360$ s.

b) Určete výkon P lokomotivy, jestliže uvažovaný úsek tratě má délku $d = 4{,}00$ km při stoupání 2,4 % a valivý odpor každého kolejového vozidla tvoří 0,2 % jeho tíhové síly.

c) Na horním konci uvažovaného traťového úseku je zabrzděný vagón. Po odbrzdění začíná sjíždět po trati dolů. Jakou velikost rychlosti v získá na dráze d a za jakou dobu t_0?

6. Praktická úloha: Nedokonale pružný ráz mincí

Při nedokonale pružné srážce dvou těles se část mechanické energie přemění na vnitřní energii, přitom se tělesa od sebe odrazí. Pohybuje-li se těleso o hmotnosti m_1 rychlostí $\boldsymbol{v}_1$ a narazí-li do tělesa o hmotnosti m_2 v klidu, změní se rychlost prvního tělesa na $\boldsymbol{u}_1$ a druhé získá rychlost $\boldsymbol{u}_2$.

Obr. 4

Uvažujme přímý středový ráz, to znamená, že veškerý pohyb těžišť těles se děje v jedné přímce. Označme v_1, u_1, u_2 v souladu se studijním textem x-ové souřadnice rychlostí $\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$, což lze zapsat $\boldsymbol{v}_1\,(v_1)$, $\boldsymbol{u}_1\,(u_1)$, $\boldsymbol{u}_2\,(u_2)$. Osu x volíme ve směru rychlosti $\boldsymbol{v}_1$.

Srážka je charakterizována koeficientem restituce (vzpruživosti), který je definován jako poměr velikostí vzájemných rychlostí těles po srážce a před srážkou:

$$k = \frac{|u_2 - u_1|}{v_1} = \frac{u_2 - u_1}{v_1}.$$

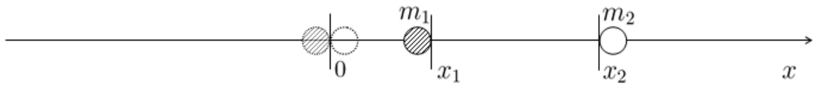
Ve studijním textu jsou na straně 23 uvedeny rovnice (21) a (22), které určují souřadnice rychlosti každého tělesa po přímém středovém rázu. V našem případě je na počátku druhé těleso v klidu, proto v nich položíme $v_2 = 0$:

$$u_1 = \frac{m_1 - km_2}{m_1 + m_2} v_1, \quad u_2 = \frac{(1+k)\,m_1}{m_1 + m_2} v_1.$$

Podělením rovnic dostaneme $\dfrac{u_1}{u_2} = \dfrac{m_1 - km_2}{(1+k)\,m_1}$, z rovnice vyjádříme k:

$$k = \frac{m_1\,(u_2 - u_1)}{m_1 u_1 + m_2 u_2}.$$

Provedení úlohy: Proměříme vzájemnou srážku mincí na stole při přímém středovém rázu. Do zvoleného počátku umístíme minci o hmotnosti m_2 a minci o hmotnosti m_1 uvedeme do pohybu tak, aby do ní narazila a aby se zachoval pohyb mincí po téže přímce (je třeba provést více pokusů, aby se tato podmínka přibližně splnila). Vlivem třecí síly obě mince zastaví a zaujmou polohy o souřadnicích x_1 a x_2.



Obr. 5

Místo rychlostí budeme měřit brzdné dráhy. Z kinematických rovnic rovnoměrně zpomaleného pohybu s počáteční rychlostí v_0 do zastavení na dráze s plyne $v_0 = \sqrt{2as}$. Je nutné použít mince ze stejného materiálu, aby byl zachován stejný součinitel smykového tření, a tím stejné brzdné zrychlení. Předchozí vzorec pro koeficient restituce pak lze přepsat do tvaru

$$k = \frac{m_1\left(\sqrt{2as_2} \mp \sqrt{2as_1}\right)}{m_2\sqrt{2as_2} \pm m_1\sqrt{2as_1}} = \frac{m_1\left(\sqrt{s_2} \mp \sqrt{s_1}\right)}{m_2\sqrt{s_2} \pm m_1\sqrt{s_1}},$$

kde horní znaménko platí pro nezměněný směr pohybu ($u_1>0$) a dolní znaménko pro opačný směr pohybu ($u_1<0$).

Měření provedeme pro dva typy materiálů mincí, v první variantě pro materiál mincí 10 Kč a 50 Kč (ocel plátovaná a galvanicky pokovená mědí) a v druhé variantě pro materiál mincí 1 Kč, 2 Kč a 5 Kč (ocel galvanicky pokovená niklem).

Popsaný přímý středový ráz se lépe provádí s mincemi s větším rozdílem hmotností a s volbou méně hmotné mince v klidu. Proto v první variantě měření použijeme jednu samostatnou minci v hodnotě 10 Kč a „složenou minci“ ze dvou s hodnotami 50 Kč a 10 Kč, které položíme na sebe a slepíme lepidlem na papír. Dosáhneme tak poměru hmotností významněji odlišného od jedničky. Obdobně v druhé variantě měření použijeme jednu samotnou minci v hodnotě 1 Kč a „složenou minci“ ze dvou s hodnotami 5 Kč a 1 Kč.

Při této kombinaci hmotností mincí ($m_1 > m_2$) nemůže dojít k odrazu mince do protisměru, proto se výsledný vzorec zjednoduší na tvar

$$k = \frac{m_1\left(\sqrt{s_2}-\sqrt{s_1}\right)}{m_2\sqrt{s_2}+m_1\sqrt{s_1}} = \frac{m_1\left(\sqrt{x_2}-\sqrt{x_1}\right)}{m_2\sqrt{x_2}+m_1\sqrt{x_1}}.$$

Měření provedeme na čistém archu papíru, na který narýsujeme osu x a zvolíme počátek. Je vhodné přikreslit obrys druhé mince v počáteční klidové poloze, kam tuto minci budeme pokládat. První minci uvedeme rukou do pohybu. Pokud se směry pohybů mincí příliš neodchýlí od narýsované přímky, zaznamenáme tužkou konečné polohy mincí a změříme souřadnice.

Hmotnosti mincí zjistíme vážením, případně najdeme na internetu. Pro každou kombinaci mincí provedeme 10 měření. Výsledky zapíšeme do tabulky (výpočty pro větší náročnost je vhodné provést v Excelu):

Druh mincí: (50 + 10) Kč a 10 Kč. $m_1 =$ $m_2 =$

Číslo měření	$\frac{x_1}{\mathrm{mm}}$	$\frac{x_2}{\mathrm{mm}}$	k
1			
⋮			

Stejné měření provedeme i pro jiný druh mincí: (5 + 1) Kč a 1 Kč. Z naměřených hodnot určíme v každé variantě střední hodnotu, průměrnou a relativní odchylku a vzájemně porovnáme. Zformulujeme závěr.

7. Srážka vozíků

Dva vozíky o hmotnostech m_1 a m_2 se pohybují po vodorovných kolejničkách proti sobě rychlostmi $\boldsymbol{v}$ a $-\boldsymbol{v}$. Na srážkových koncích vozíků jsou umístěny magnety tak, že při vzájemném přiblížení působí na sebe odpudivou silou. Tím lze srážku považovat za dokonale pružnou.

a) Určete obecně rychlosti $\boldsymbol{u}_1$ a $\boldsymbol{u}_2$ vozíků po srážce.

b) Jaké rychlosti budou mít vozíky po srážce, jestliže $m_2 = 4m_1$?

c) Jaké rychlosti budou mít vozíky po srážce, jsou-li jejich hmotnosti stejné?

d) Srážkou se jeden vozík zastaví. Jakou podmínku musí splňovat hmotnosti vozíků a jakou rychlost po srážce bude mít druhý vozík?

Úlohy 1. kola 61. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2019/2020

Databáze pro kategorie E a F

Ve všech úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ a hustotu vody $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg/m^3} = 1\,\mathrm{g/cm^3}$.

FO61EF1–1: Víkend na trati

Na obrázku je jízdní řád na trati 025 Dolní Lipka – Hanušovice, kde vlaky jezdí pouze o víkendech.

20520 ♿ 🚲	20522 ♿ 🚲	20523 80	20525 ♿5 🚲5 80	km	Vlak SŽDC, státní organizace / ČD, a.s. Vlak	km	20521 ♿ 🚲	20524 ♿ 🚲 80	20526	**Sp 1648** ♿5 🚲5
Králíky	Králíky				Ze stanice Do stanice		Králíky			Ústí nad Orlicí
25 7 29	25 9 15	25 15 25	26 17 28	0	↓**Dolní Lipka** 024 ⇔950 ○	20	25 8 40	25 10 40	25 16 35	26 **18 32**
× 7 34	× 9 20	×15 30	×17 33	4	Prostřední Lipka ⇔953	16	× 8 34	×10 34	×16 29	×**18 26**
× 7 38	× 9 24	×15 34	×17 37	6	Červený Potok ⇔954	14	× 8 30	×10 30	×16 25	×**18 23**
× 7 47	× 9 33	×15 43	×17 46	13	Podlesí	7	× 8 20	×10 20	×16 15	×**18 13**
× 7 53	× 9 39	×15 49	×17 52	17	Vlaské	3	× 8 14	×10 14	×16 09	×**18 07**
25 7 58	25 9 44	25 15 54	26 17 57	20	○**Hanušovice** 292,294 ↑	0	25 8 09	25 10 09	25 16 04	26 **18 02**

a) Ve kterém směru jezdí vlaky větší průměrnou rychlostí? Zjistěte např. na internetu nadmořskou výšku počáteční a konečné stanice i nadmořskou výšku nejvýše položené stanice na trati a navrhněte vysvětlení, proč se průměrná rychlost v opačných směrech může lišit.

b) Vypočítejte průměrnou rychlost v jednom i druhém směru pro první dopolední spoje.

c) Do jednoho grafu nakreslete závislost vzdálenosti vlaku od Dolní Lipky na čase pro první dopolední spoje v každém směru (20520, 20521). Mezi kterými stanicemi jede vlak č. 20520 ve směru do Hanušovic nejrychleji?

d) Viktor zaspal a do Prostřední Lipky dorazil z Králík až v 9:25, 5 minut po odjezdu druhého dopoledního vlaku. Bude v Hanušovicích dříve, pokud půjde zbývající vzdálenost pěšky rychlostí 3,5 km/h s půlhodinovou přestávkou na svačinu nebo když počká na první odpolední vlak? Jak byste se rozhodli?

FO61EF1–2: Usain Bolt a jeho světový rekord

Držitelem stále platného světového rekordu v běhu na 100 m je jamajský sprinter Usain Bolt. Rekordu dosáhl v roce 2009 na mistrovství světa v Berlíně a v tabulce jsou shrnuty časy, za které uběhl jednotlivé desetimetrové úseky trati:

úsek/m	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80	80–90	90–100
čas/s	1,89	0,99	0,90	0,86	0,83	0,82	0,81	0,82	0,83	0,83

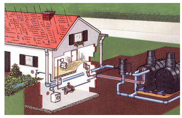
Z videozáznamu přitom víme, že jeho reakční doba byla $\tau = 146\,\mathrm{ms}$ (tj. rozběhl se až 146 ms po výstřelu ze startovní pistole, od něhož se měří čas); je započtena v celkovém čase na prvním úseku.

a) Jakému celkovému času odpovídá Boltův světový rekord?

b) Ve kterém úseku dosáhl největší a nejmenší průměrné rychlosti a jaké byly tyto rychlosti v km/h?

c) Jaká byla průměrná rychlost v km/h na celé dráze od startovního výstřelu po proběhnutí cílem?
d) Jakého celkového času by Bolt dosáhl, kdyby se mu podařilo reakční dobu zkrátit na 101 ms? Jak by se změnila jeho průměrná rychlost na celé dráze?
e) Při závodě v Berlíně měl Bolt v zádech vítr o rychlosti 0,9 m/s, který zlepšuje čas v průměru o 0,06 s. Jakou hodnotu by mohl rekord mít, kdyby Bolt zkrátil reakční dobu jako v případě d) a měl v zádech vítr o rychlosti 2,0 m/s, který dobu běhu zkracuje v průměru o 0,11 s?

FO61EF1–3: Úsporný dům



Rodinný domek má šířku $a = 12\,\mathrm{m}$ a délku $b = 15\,\mathrm{m}$. Z ploché vodorovné střechy, která na všech stranách přesahuje obvod domku o $l = 20\,\mathrm{cm}$, je dešťová voda sváděna do jímky a je používána na praní, mytí a splachování WC. Za měsíc rodina spotřebuje $V_1 = 120\,\mathrm{hl}$ této užitkové vody. Betonovou jímku tvoří 3 válcové nádoby s vnitřním průměrem $d = 2{,}5\,\mathrm{m}$ a o výškách $h_1 = 750\,\mathrm{mm}$, $h_2 = 750\,\mathrm{mm}$ a $h_3 = 1\,000\,\mathrm{mm}$. Pokud je jímka plná, přebytečná voda odtéká do odpadu.
a) Kolik hektolitrů vody se vejde do jímky?
b) Kolik ušetří rodina za měsíc na vodném a stočném, je-li jejich cena dohromady 65,- Kč za 1 m^3?
Srážkové úhrny za rok 2016 v Karlových Varech jsou uvedeny v tabulce:

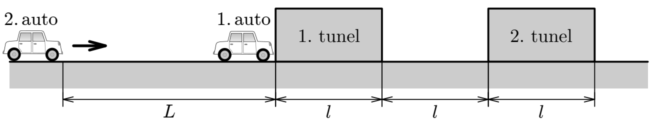
měsíc	srážky v mm/m^2	měsíc	srážky v mm/m^2
leden	56	červenec	67
únor	44	srpen	69
březen	47	září	56
duben	47	říjen	46
květen	61	listopad	52
červen	75	prosinec	61

c) Určete celkový srážkový úhrn za celý rok 2016.
d) Domek byl dokončen k 1. dubnu, spotřebovávat vodu rodina začala od 1. května. Zaznamenejte do grafu objem vody v jímce vždy k prvnímu dni v měsíci počínaje 1. 5. 2016 až do 1. 1. 2017.

Objem válce V vypočítáme ze vztahu $V = \frac{1}{4}\pi d^2 h$, kde d je průměr jeho podstavy a h jeho výška. Předpokládejte, že jímka nebyla nikdy prázdná.

FO61EF1–4: Dva automobily a dva tunely

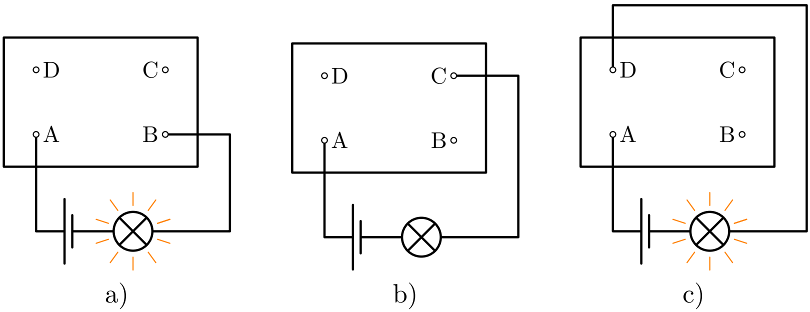
Na přímé silnici jsou dva tunely o stejné délce $l = 3\,\mathrm{km}$; vzdálenost mezi tunely je také l. Po silnici jedou dva automobily. Když první automobil vjíždí do prvního tunelu, je druhý automobil ještě ve vzdálenosti $L = 6\,\mathrm{km}$ před tunelem. Na volné silnici jedou automobily rychlostí $v = 60\,\mathrm{km/h}$, v tunelu rychlostí $u = 40\,\mathrm{km/h}$.



a) Kolik minut trvá průjezd automobilu tunelem?
b) Jaká je vzdálenost mezi automobily, když druhý automobil vjíždí do prvního tunelu?
c) Jaká je vzdálenost mezi automobily, když druhý automobil vyjíždí z prvního tunelu?
d) Nakreslete graf závislosti dráhy automobilů v kilometrech na čase v prvních alespoň 11 minutách. Z grafu zjistěte, kdy je vzdálenost mezi automobily nejmenší a určete tuto vzdálenost.

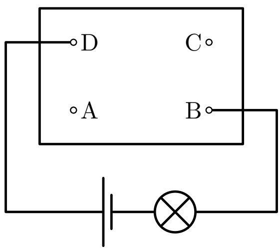
FO61EF1–5: Destička se žárovkou

V dřevěné destičce jsou upevněny čtyři kovové zdířky A, B, C, D. Na dolní straně, kterou na obr. 1a–c nevidíme, jsou některé zdířky propojeny dvěma izolovanými dráty. Martin postupně připojil žárovku s baterií ke zdířkám podle obr. 1 a zjistil, že v případech a) a c) žárovka svítí, v případě b) nesvítí.



Obr. 1: Destička se zdířkami

a) Zakreslete, jak mohou být na spodní straně desky zdířky propojeny *dvěma* vodiči. Zvažte tři různé možnosti!
b) Potom Martin připojil baterii se žárovkou ke zdířkám B a D podle obr. 2. Rozhodněte, ve kterých možných propojeních zdířek z části a) žárovka svítila a ve kterých ne a pro každý případ dokreslete do obr. 2 propojení zdířek na spodní straně.



Obr. 2: Připojení ke zdířkám B a D v části b)

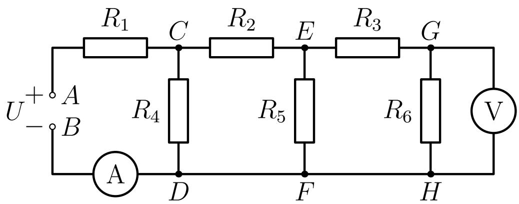
FO61EF1–6: Tepelná elektrárna Dětmarovice

Elektrárna Dětmarovice je největší černouhelnou elektrárnou v ČR. Nachází se v Moravskoslezském kraji v těsné blízkosti polských hranic u železniční tratě Bohumín–Žilina. Spálením 1 kg černého uhlí se získá teplo $H = 22\,\mathrm{MJ/kg}$, maximální elektrický výkon elektrárny je $P_1 = 800\,\mathrm{MW}$. Elektrárna ročně vyrobí $E = 2{,}5\,\mathrm{TWh}$ elektrické energie a více než $Q = 800\,\mathrm{TJ}$ tepla, které se dodává do Orlové, Bohumína a od roku 2018 i do skleníků pro pěstování zeleniny v Dolní Lutyni. Za rok elektrárna spálí asi $m = 1\,400\,000\,\mathrm{t}$ uhlí.

a) Jaká by byla roční produkce elektrické energie, pokud by elektrárna pracovala stále na plný výkon P_1?
b) Kolik vagónů uhlí, z nichž každý uveze $m_1 = 50\,\mathrm{t}$, se spotřebuje v elektrárně za rok a průměrně za jeden den?
c) Jaká je účinnost výroby elektrické energie spalováním uhlí v elektrárně? Jaká je celková účinnost elektrárny, pokud započítáme kromě elektřiny i teplo využívané na vytápění?
d) Jaký objem vody pro domácnosti lze ve výměníku tepla v průměru ohřát za 1 rok z teploty $t_1 = 15\,°\mathrm{C}$ na teplotu $t_2 = 60\,°\mathrm{C}$ díky teplu, které elektrárna vyprodukuje? Měrná tepelná kapacita vody je $c = 4{,}2\,\mathrm{kJ/(kg \cdot °C)}$.

FO61EF1–7: Odstraněný rezistor

Šest rezistorů bylo zapojeno podle obrázku. Ke svorkám A a B byl připojen ideální zdroj o napětí $U = 11\,\mathrm{V}$. Velikosti odporu rezistorů jsou: $R_1 = 55\,\Omega$, $R_2 = R_3 = 50\,\Omega$, $R_4 = 110\,\Omega$, $R_5 = R_6 = 100\,\Omega$ (obr. 3).



Obr. 3: Zapojení rezistorů

a) Určete v daném zapojení se zdrojem odpor mezi body E a F.
b) Určete odpor zapojení mezi body C a D.
c) Určete velikost proudu, který prochází ampérmetrem.
d) Jaké hodnoty budou ukazovat měřicí přístroje, když jeden z rezistorů R_1 nebo R_2 odstraníme?

Ampérmetr a voltmetr považujte za ideální – voltmetrem neprochází proud a odpor ampérmetru je zanedbatelný.

FO61EF1–8: Na Téryho chatu

Martin strávil letošní prázdniny ve Vysokých Tatrách. Při jedné túře dlouhé $s_1 = 6{,}2\,\mathrm{km}$ vystoupal z konečné stanice zubačky Hrebienok (1 255 m n.m.) k Téryho chatě (2 005 m n.m.).

a) Jakou práci Martin vykonal při výstupu, váží-li $m_1 = 55\,\mathrm{kg}$ a na zádech nesl batoh o hmotnosti $m_{z1} = 15\,\mathrm{kg}$? Jaký byl jeho průměrný výkon, jestliže trasu zvládl za čas $t_1 = 3{,}5\,\mathrm{h}$?
b) Nejlepší profesionální nosiči při každoročním závodu Sherpa rallye zvládnou stejnou trasu za čas $t_2 = 90\,\mathrm{min}$ se zátěží $m_{z2} = 60\,\mathrm{kg}$. Jakou práci přitom

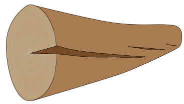
vykonají a jaký je jejich průměrný výkon? Předpokládejte hmotnost nosiče $m_2 = 80\,\mathrm{kg}$.

c) Jaký je procentuální podíl „užitečné práce“ nosiče při závodu (tj. práce na vynesení samotného nákladu) oproti jeho celkové práci?

d) Jakou průměrnou silou musí nosič při výstupu působit k vykonání potřebné práce?

e) Porovnejte průměrný výkon tatranského nosiče s průměrným výkonem nejlepšího nosiče závodu Sněžka Sherpa Cup 2019, který trasu z Pece přes Obří důl na Sněžku o délce $s_2 = 6{,}4\,\mathrm{km}$ a s převýšením $h_2 = 780\,\mathrm{m}$ se stejnou hmotností a zátěží zvládl za $t_3 = 2\,\mathrm{h}\,9\,\mathrm{min}$. Čí výkon je větší?

FO61EF1–9: Podepřená kláda

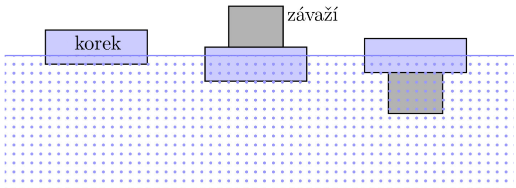


Dřevěná stejnorodá kláda o délce $L = 12\,\mathrm{m}$ je v rovnováze, jestliže ji podepřeme tyčí ve vzdálenosti $d_1 = 3\,\mathrm{m}$ od tlustšího konce.

a) Pokud tyč posuneme o $d_2 = 3\,\mathrm{m}$ směrem k tenčímu konci a na tenčí konec se posadí Vašek o hmotnosti $m_1 = 60\,\mathrm{kg}$, bude opět v rovnováze. Jaká je hmotnost m klády?

b) Kde musíme kládu podepřít, pokud se na tenčí konec místo Vaška posadí Lenka o hmotnosti $m_2 = 30\,\mathrm{kg}$, aby byla v rovnováze?

FO61EF1–10: Korková cihlička a závaží na vodě



Korková cihlička o hmotnosti 250 g plave na vodě tak, že je ponořena $\frac{1}{4}$ jeho objemu. Pokud na ni připevníme závaží, ponoří se $\frac{3}{4}$ jejího objemu. V určitém okamžiku se cihlička se závažím převrhne závažím dolů a přitom nad hladinou vyčnívá $\frac{1}{2}$ objemu cihličky. Jaká je hmotnost a hustota závaží?

FO61EF1–11: Experimentální úloha: počítáme velká množství

Vymyslete způsob, jak co nejpřesněji a co nejrychleji určit počet zrn hrachu (cizrny apod.) nebo čokoládových kuliček v jednom balení bez počítání jednoho zrna/kuličky po druhé a bez vážení. Určete typický průměr zrn/kuliček. Pokud vás napadne více způsobů, vyzkoušejte je a porovnejte, který je přesnější a rychlejší. Svůj postup podrobně popište.

FO61EF1–12: Experimentální úloha: kyvadlo

Sestrojte si z pevné nitě a závaží (např. kovové matice) jednoduché kyvadlo. K jednomu konci dlouhé nitě připevněte závaží, druhý konec nitě přivažte na stojan, věšák nebo lepicí páskou připevněte na zárubeň dveří. Když závaží mírně vychýlíte z rovnovážné polohy (maximálně o úhel 10°), bude vykonávat kmitavý pohyb (dejte pozor, aby kmitalo v jedné rovině). Pomocí stopek změřte dobu, za kterou kyvadlo vykoná 10 kmitů, vydělením 10 pak získáte dobu jednoho kmitu, tj. periodu svého kyvadla.

a) Vyšetřete, jak závisí perioda kmitů kyvadla na délce závěsu.
b) Vyšetřete, jak závisí perioda kmitů kyvadla na hmotnosti závaží.

Pomůcky: dlouhá pevná nit (1,5 m–2 m), vhodné závaží (sada závaží k laboratorním váhám, matice apod.), délkové měřidlo, stopky, váhy.

Postup:

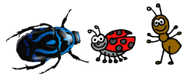
a) Podle výše uvedeného postupu změřte při dané délce závěsu periodu kyvadla. Měření opakujte 5krát, výsledky zapište do tabulky a spočtěte průměrnou periodu pro danou délku. Potom zkraťte délku kyvadla o 10 cm a měření opakujte, stejným způsobem pro 5 různých délek kyvadla. Do tabulky zapište i druhé mocniny průměrné periody pro danou délku. Nakreslete graf závislosti periody kyvadla na jeho délce, graf závislosti druhé mocniny periody kyvadla na jeho délce. Jak závisí perioda kyvadla na jeho délce?
b) Použijte kyvadlo s vybranou délkou (podle vlastního uvážení) a opět změřte jeho periodu. Potom použijte jiné závaží s rozdílnou hmotnosti, kterou předtím zjistíte vážením, měření opět 5krát opakujte a vypočtěte průměrnou periodu pro danou hmotnost závaží. Poté použijte závaží s jinou hmotností a měření opakujte pro 5 různých závaží, délku kyvadla neměňte. Jak závisí perioda kyvadla (při konstantní délce závěsu) na hmotnosti kyvadla?

Úlohy 1. kola 61. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2019/2020

Kategorie G – Archimédiáda

Ve všech úlohách uvažujte hustotu vody $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg/m^3}$.

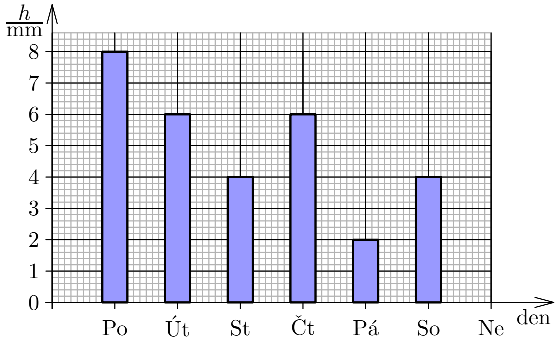
FO61G1–1: Kdo uzvedne více?



Jednoho dnes se setkali brouk, mravenec a beruška a dohadovali se, kdo z nich uzvedne těžší břemeno. Brouk se chlubil, že jednou s 6 nebo 7 bratry (přesně už si nevzpomínal) zvedli kámen o hmotnosti půl unce. Beruška si vzpomněla, že se svou sestrou jednou uzvedli větvičku o hmotnosti téměř jeden celý kvintlík. Mravenec pak tvrdil, že sám uzvedl briliant, který měl okolo 11 karátů. Kdo z nich uzvedne sám nejtěžší břemeno? Unce odpovídá 28,35 g, kvintlík 4,375 g a karát 0,200 g.

FO61G1–2: Dešťová voda

Během prvního týdne prázdnin občas pršelo a Kryšpín s Vendelínem měřili množství vody, která napršela ze střechy zahradní chatky do uzavřeného sudu. Měření prováděli vždy večer ve stejnou hodinu a výsledky měření zaznamenali do grafu. K tomu si koupili zahradní konev se srážkoměrem, kterým určili, kolik mm vody spadlo každý den. Střecha byla téměř vodorovná a v pondělí ráno, než začalo pršet, byl sud prázdný.



a) V pondělí napršelo 8 mm vody, všechna voda ze střechy odtekla do sudu a v pondělí večer v jí v něm bylo 96 l. Pomocí těchto údajů vypočítejte plochu střechy.

b) Jaký objem vody přitekl do sudu každý den, kromě neděle?

c) V neděli večer přestalo pršet. Kryšpín ale zakopl o srážkoměr a voda se z něj vylila. Kolik mm vody napršelo během neděle, jestliže v neděli večer bylo v sudu celkem 420 l vody? Voda do sudu přitékala jen ze střechy a nikdo ji neodebíral.

d) Další dny prázdnin nepršelo a Kryšpín s Vendelínem museli zalévat ovocné stromky na zahradě. Stromků bylo šest a ke každému nalili 5 litrů vody denně. Na kolik dní zalévání vystačila voda ze sudu?

e) Kolikrát větší hmotnost vody než váží oba dohromady odnosili při zalévání, jestliže Kryšpín váží $m_\mathrm{K} = 55\,\mathrm{kg}$ a Vendelín $m_\mathrm{V} = 65\,\mathrm{kg}$?

FO61G1–3: Do Vídně a zpět

Lenka s rodiči vyrazila z Přerova do Vídně. V tabulce jsou jízdní řády dvou spojů (jeden tam, druhý zpět) platné v roce 2019:

Stanice	↓km	EC 101 Moravia	↑km	EC 104 Sobieski
Přerov	↓ 0	7:53	↑190	10:06
Otrokovice	↓ 28	8:08/8:09	↑162	9:49/9:51
Staré Město	↓ 46	8:18/8:19	↑144	9:39/9:40
Hodonín	↓ 80	8:35/8:36	↑110	9:21/9:22
Břeclav	↓100	8:47/8:55	↑ 90	9:04/9:10
Wien Hbf	↓190	9:49	↑ 0	8:10

a) Vypočítejte průměrnou rychlost vlaků v úseku Přerov–Vídeň v km/h, m/s i km/min.
b) Do grafu zkreslete závislost vzdálenosti d obou vlaků od Přerova v časovém intervalu 7:45–10:15 na čase. Nezapomeňte, že vlaky jedou opačným směrem.
c) Mezi kterými stanicemi je průměrná rychlost vlaku EC 101 ve směru do Vídně největší a nejmenší?
d) Ve kterém úseku a nejblíže které stanice v seznamu se vlaky na dvoukolejné trati potkají?

FO61G1–4: Nákladní loď

Nákladní loď délky $l = 60\,\mathrm{m}$ je unášena proudem řeky rychlostí $u = 1{,}5\,\mathrm{m/s}$. Lodník přechází po lodi od zádi k přídi a zpět rychlostí $v = 1{,}2\,\mathrm{m/s}$ vzhledem k palubě lodi.

a) Jak dlouho trvá lodníkovi přechod od zádi k přídi lodi a jak dlouho mu trvá přechod opačným směrem?
b) Jakou vzdálenost loď urazí při lodníkově přechodu z přídě na záď a zpět vzhledem ke břehu?
c) Tam a zpět přejde lodník celkem $n = 10$krát. Jakou vzdálenost přitom ujde lodník vzhledem k lodi?
d) O jakou vzdálenost se změní poloha lodníka vzhledem ke stromu na břehu, když desetkrát přejde loď tam a zpět?

FO61G1–5: Experimentální úloha: těžiště brambory

Navrhněte způsob, jak nalézt těžiště brambory a zakreslete alespoň 3 průměty těžiště na povrch. Svůj postup popište, zdůvodněte a fotodokumentací doložte, že se vám úkol podařilo splnit.