Příloha časopisu
MATEMATIKA – FYZIKA – INFORMATIKA
Ročník 29 (2020), číslo 4

Úlohy I. kola (domácí část) 62. ročníku FO (kategorie A–G)

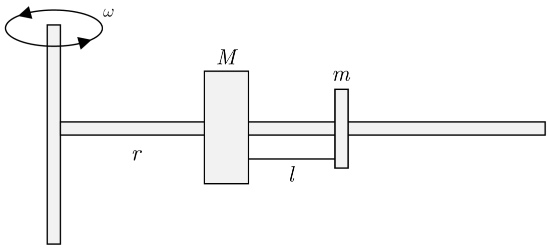
http://fyzikalniolympiada.cz/

Zadání úloh 1. kola 62. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

1. Rotující tyč s tělesy

Na tyči, která rotuje kolem jednoho svého konce ve vodorovné rovině, jsou umístěna dvě tělesa, spojená napjatou nití (obr. 1). Těleso blíže k ose otáčení má hmotnost M a součinitel tření mezi tělesem a tyčí je f. Na počátku jsou obě tělesa vůči tyči v klidu a bližší těleso je vzdálenosti r od osy otáčení.

Těleso vzdálenější od osy otáčení má hmotnost m a může se po tyči pohybovat bez tření. Na počátku je od osy otáčení ve vzdálenosti $r + l$.



Obr. 1

Jak závisí velikost síly T napínající nit na úhlové frekvenci otáčení tyče? Sestrojte graf této závislosti.

Úlohu řešte obecně, graf sestrojte pro hodnoty: $M = 0{,}1$ kg, $m = 0{,}05$ kg, $f = 0{,}1$, $r = 0{,}1$ m, $l = 0{,}04$ m, $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

2. Výbuch časovaného granátu

Časovaný granát o hmotnosti $m = 600$ kg byl vystřelen počáteční rychlostí $v_0 = 6{,}2 \cdot 10^2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ pod úhlem $\alpha = 45°$. Po době $t_0 = 30$ s od výstřelu se granát roztrhne na velké množství drobných úlomků, které se rozletí do všech stran rychlostmi o velikostech od 0 do $u = 1{,}2 \cdot 10^3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ tak, že vznikne homogenní mračno úlomků.

a) Za jakou dobu Δt dospěje zvuk výbuchu do místa výstřelu? Rychlost zvuku ve vzduchu $v_z = 3{,}3 \cdot 10^2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

b) Určete souřadnice x_0 a y_0 místa výbuchu granátu vzhledem k místu, odkud bylo vystřeleno.

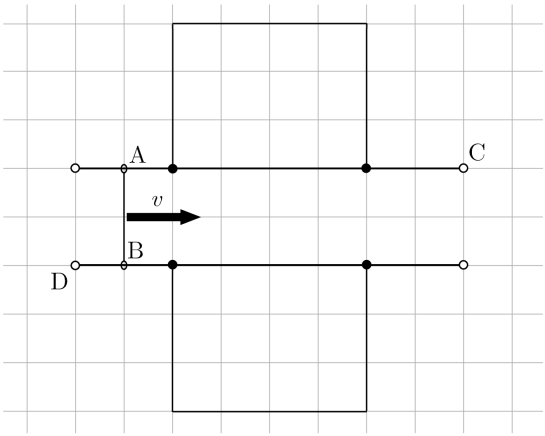
c) Určete tvar a polohu „mračna“ úlomků v čase $\tau_1 = 20$ s po výbuchu granátu. Kolik procent úlomků je ještě ve vzduchu?

d) Určete tvar a polohu mračna úlomků v čase $\tau_2 = 60$ s po výbuchu granátu. Jaká část původní hmotnosti granátu bude ještě ve vzduchu?

Odpor vzduchu zanedbejte. Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Objem kulového vrchlíku $V_1 = \frac{1}{6}\pi v \left(3r_1^2 + v^2\right)$, kde v je výška vrchlíku (výška úseče od středu podstavy úseče k vrcholu úseče – pólu) a r_1 poloměr kruhové podstavy úseče.

3. Síť s pohyblivou příčkou

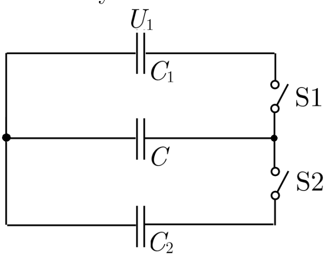
Síť je sestavena z přímých částí odporového vodiče, jehož 1 m má odpor 7 Ω (obr. 2). Část vodiče AB tvoří pohyblivou příčku, která se pohybuje v naznačeném směru rychlostí o velikosti $v = 0{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Jaký bude maximální a jaký bude minimální odpor mezi body C a D během pohybu příčky? Nakreslete graf závislosti odporu mezi body C a D na čase. Na počátku pohybu bod B ≡ D, na konci pohybu bod A ≡ C. Podkladové čtvercové měřítko má stranu 0,5 m.



Obr. 2

4. Tři kondenzátory

Tři kondenzátory o kapacitách C_1, C, C_2 a dva spínače S1, S2 jsou zapojeny podle schématu. V počátečním stavu jsou oba spínače rozpojené, na kondenzátoru s kapacitou C_1 je napětí U_1 a na zbývajících kondenzátorech je napětí nulové. Nyní spínač S1 sepneme a rozepneme, poté sepneme a rozepneme spínač S2. V okamžiku sepnutí či rozepnutí je soustava vždy v rovnovážném stavu.



Obr. 3

a) Určete konečné napětí U_2 na kondenzátoru s kapacitou C_2.

b) Určete, při jaké kapacitě C prostředního kondenzátoru bude napětí U_2 na kondenzátoru s kapacitou C_2 maximální a určete toto maximální napětí $U_{2\,\max}$.

c) Zvolme násobné kapacity C_1, $C = 2C_1$, $C_2 = 3C_1$ kondenzátorů. Určete, jaká část původní elektrické energie soustavy se v tomto případě po skončení celého děje přeměnila na vnitřní energii.

5. Zvětšení úsečky

Na optické ose tenké spojné čočky s ohniskovou vzdáleností f leží malá tyčinka, jejíž rozměr je v porovnání s ohniskovou vzdáleností zanedbatelný. Vzdálenější konec tyčinky leží ve vzdálenosti $a_1 = 20$ cm od čočky. Obraz tyčinky za čočkou je $k = 9$krát větší než tyčinka.

a) Jaká je ohnisková vzdálenost čočky?

b) Jak se změní velikost obrazu tyčinky, posuneme-li tyčinku o vzdálenost $\Delta a = 5$ cm směrem od čočky?

Řešte nejprve obecně, pak pro zadané hodnoty. Při řešení můžete použít přibližný vztah

$$\frac{1}{1+x} \approx 1 - x \text{ pro } |x| \ll 1.$$

6. Zvuk lahve

Foukáte-li v blízkosti hrdla lahve, může se vám podařit vytvořit píšťalový zvuk. Jemný až středně silný proud vzduchu přitom musí projít hrdlem podél osy láhve. Vaším úkolem bude studovat závislost frekvence f generovaného zvuku na objemu V vody v láhvi. Při foukání postavte láhev na vodorovnou podložku a přiložte spodní ret na hrdlo lahve. Jemně foukejte a měňte směr proudu vzduchu, dokud neuslyšíte hluboký píšťalový zvuk.

Pomůcky: prázdná lahev o objemu 1 litr (může být skleněná nebo plastová, lépe s užším hrdlem a rovným dnem), odměrný válec o objemu minimálně 100 ml (případně jiná odměrka), chytrý mobilní telefon s nainstalovaným softwarem „Physics Toolbox Sensor Suite" (volně ke stažení na Google Play i App Store), případně program „Spectrum Lab" pro PC s mikrofonem.

a) Proměřte závislost frekvence zvuku na objemu vody uvnitř láhve. V menu softwaru na mobilním telefonu zvolte „Spektrální analyzátor", v případě čistých tónů lze použít i „Tónový detektor". Pro každý objem vody v láhvi proveďte několik měření. Zapište svá měření do tabulky.

b) Teoretickou závislost frekvence na objemu lze popsat vztahem

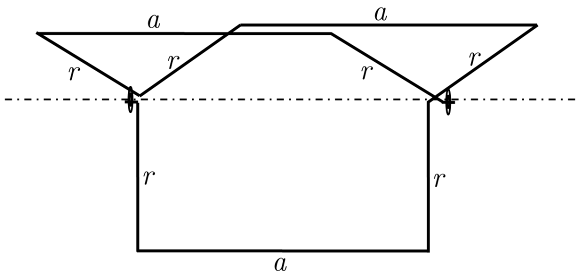
$$f = \sqrt{\frac{A}{V_0 - V}}, \tag{1}$$

kde A je konstanta a V_0 značí objem celé láhve, tedy $V_0 = 1000$ ml. Vztah pro konstantu A je možné odvodit v následujícím modelu. Uvažujme vzduch v oblasti hrdla láhve o objemu v, $v \ll V_0$ a hmotnosti $m = \varrho v$, kde ϱ značí hustotu vzduchu. Tento objem vzduchu se můžu pohybovat nahoru a dolů, zatímco vzduch ve zbytku lahve funguje jako pružina. Jestliže se vzduch v hrdle pohne o malou vzdálenost x, objem vzduchu v láhvi se zmenší o xS, kde S je průřez hrdla lahve. Celý děj je velice rychlý, charakteristické časy jsou v řádu milisekund, považujme ho tedy za adiabatický. Odvoďte teoreticky vztah pro konstantu A.

c) Vhodným způsobem graficky ověřte platnost vztahu (1). Určete číselně konstantu A. Změřte průřez hrdla lahve u jeho ústí. Určete z Vašich výsledků hodnotu objemu v a diskutujte, zda je hodnota realistická. Nemusíte provádět analýzu chyb.

7. Prostorová smyčka v magnetickém poli

Z jednoho kusu vodivého drátu o hmotnosti m je vytvarována prostorová trojitá smyčka, místa dotyku jsou nevodivá. Vodič tak leží ve třech rovinách se společnou vodorovnou průsečnicí, která je současně osou otáčení trojité smyčky neboli rotoru. Roviny vzájemně svírají úhel 120°. Vodiče rovnoběžné s osou otáčení mají délku a, vodiče kolmé k ose otáčení mají délku r.



Obr. 4

Rotor se nachází v prostoru homogenního magnetického pole s magnetickou indukcí svislého směru. Po připojení stejnosměrného zdroje napětí prochází smyčkou stálý proud I.

a) Najděte všechny rovnovážné polohy rotoru.

b) Určete práci, kterou vykoná magnetické pole při otočení rotoru z rovnovážné polohy vratké do rovnovážné polohy stálé.

c) Určete periodu malých kmitů smyčky kolem rovnovážné polohy stálé.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 20$ g, $a = 7{,}0$ cm, $r = 4{,}0$ cm, $B =$ $= 0{,}12$ T, $I = 0{,}45$ A.

Indukované napětí způsobené pohybem smyčky v magnetickém poli zanedbejte.

Úlohy 1. kola 62. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

1. Kapající kyvadlo

Kyvadlo o délce l, zavěšené u stropu místnosti, je tvořeno malou nádobkou s vodou. Z otvoru ve dně nádobky odkapávají kapky vody. V krajní poloze svírá nit se svislým směrem úhel $\varphi = 5{,}0°$. Doba kmitu tohoto kyvadla, které můžeme považovat za matematické, je $T = 2{,}0$ s.

a) Určete vzdálenost mezi místy, do kterých dopadnou kapky, které opouští kyvadlo při jeho průchodu rovnovážnou polohou. Jak dlouhou mokrou stopu na podlaze místnosti může voda nejvýše vytvořit, je-li výška místnosti $h = 2{,}6$ m?

b) Do jaké hloubky H bychom museli umístit vodorovnou podložku pod kyvadlo nacházející se v rovnovážné poloze, aby kapky, které odkápnou z nádobky v rovnovážné poloze, dopadaly do stejného místa jako kapky, které odkápnou v krajní poloze kyvadla? Řešte obecně, využijte okolnosti, že pro malé úhly platí $\sin\varphi \cong \varphi$, $\cos\varphi = 1 - \dfrac{\varphi^2}{2}$.

Odpor vzduchu zanedbejte. Tíhové zrychlení $g = 9{,}81 \quad \mathrm{m\cdot\ s^{-1}}$.

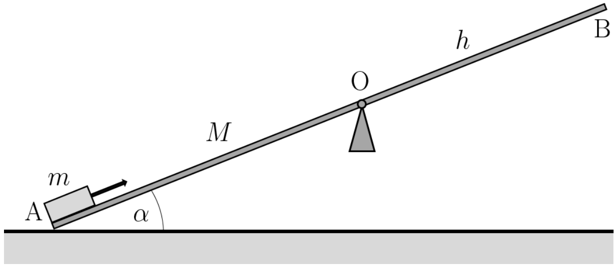
2. Nakloněná deska

Úzká hladká deska má hmotnost M, délku l a je upevněna ve vzdálenosti h od kratšího konce v kloubu O, kolem kterého se může volně otáčet kolem vodorovné osy. Její delší konec leží na vodorovné podlaze, se kterou svírá úhel α. Na spodním okraji desky leží těleso o hmotnosti m, kterému udělíme počáteční rychlost v směrem vzhůru po nakloněné rovině (obr. 1).

a) Jakou rychlost musíme udělit tělesu, aby se spodní konec desky odpoutal od vodorovné roviny? V jaké vzdálenosti x od osy otáčení se těleso zastaví?

b) Jaký musí být poměr $\dfrac{M}{m}$, aby tento případ mohl nastat?

c) Jak se změní výsledky a) a b), nebude-li deska dokonale hladká a součinitel tření mezi tělesem a deskou bude f?



Obr. 1

Rozměr tělesa je v porovnání s délkou desky zanedbatelný.

3. Měrná tepelná kapacita

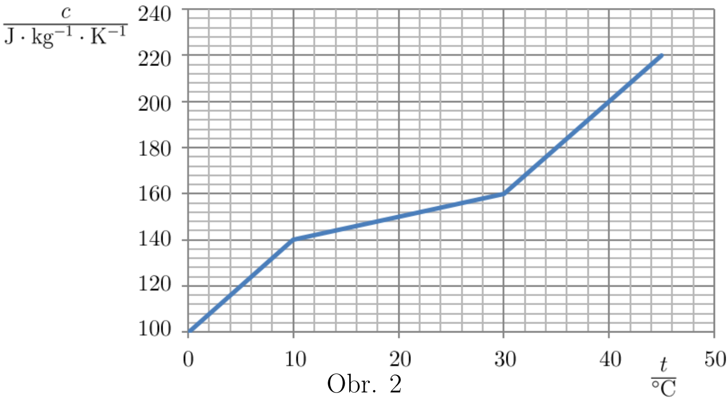
V laboratoři byla vyvinuta nová látka, jejíž měrná tepelná kapacita závisí na teplotě, jak ukazuje graf. V kalorimetru smícháme hmotnost m_1 látky, která měla teplotu 0 °C a hmotnost m_2 látky, která měla teplotu 40 °C.

Tepelnou kapacitu kalorimetru a ztráty tepla do okolí zanedbejte.

a) Při jakém poměru $\dfrac{m_1}{m_2}$ se teplota v kalorimetru ustálí na 10 °C?

b) Při jakém poměru $\dfrac{m_1}{m_2}$ se teplota v kalorimetru ustálí na 30 °C?

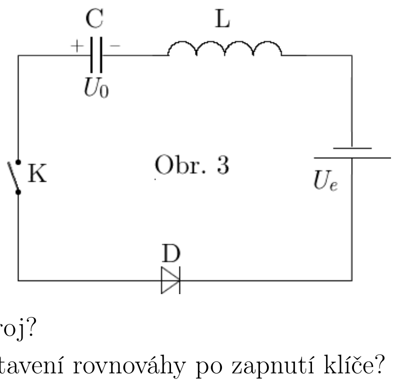
c) Jaká teplota se ustálí v kalorimetru, jestliže v něm smícháme stejná množství této látky ($m_1 = m_2$), která měla teploty 0 °C a 40 °C?



Obr. 2

4. Obvod s diodou

Při rozpojeném klíči je na kondenzátoru o kapacitě $C = 20\ \mu\mathrm{F}$ v obvodu na obrázku napětí $U_0 = 12$ V. Elektromotorické napětí zdroje $U_e = 5$ V, indukčnost cívky $L = 2$ H. Dioda je ideální.



Obr. 3

a) Jaká bude maximální hodnota proudu I_m v obvodu po zapnutí klíče? Jaký náboj ΔQ prošel obvodem do dosažení této hodnoty proudu? Jakou práci W_z přitom vykonal zdroj?

b) Jaké napětí U_k bude na kondenzátoru po ustavení rovnováhy po zapnutí klíče?

5. Nabíjení elektromobilu

Elektromobil Tesla model S má průměrnou spotřebu elektrické energie 240 Wh na kilometr. Spalovací motor automobilu stejné velikosti má průměrnou spotřebu 8,0 litrů na 100 km.

Hustota benzinu $\rho = 750\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, výhřevnost benzinu $H = 43{,}5 \cdot 10^6\ \mathrm{J \cdot kg^{-1}}$.

a) Porovnejte množství energie potřebné pro ujetí jednoho kilometru pro elektrický a benzinový pohon. Jaký je poměr těchto energií?

b) Porovnejte mechanickou práci v obou případech s uvážením skutečnosti, že účinnost přeměny elektrické energie v elektromotoru je řádově 90 %, kdežto účinnost spalovacího motoru s turbodmychadlem 30 %.

c) Elektromobil lze nabíjet jak z klasické jednofázové zásuvky, tak ze zásuvky třífázové. Vypočtěte, jak dlouho bude trvat nabíjení 85 kWh akumulátoru, jestliže k nabíjení použijeme jednu fázi s napětím 230 V a stálým proudem 16 A, a jak dlouho by trvalo nabíjení třífázovým napětím 400 V, a stálým proudem 32 A. Uvažujte, že účinnost nabíjení je 85 %. Jaký dojezd lze v obou případech získat nabíjením po dobu jedné hodiny?

6. Praktická úloha: Studium kmitů deklinační magnetky

Pomůcky: cívka 300 z/5 A z rozkladného transformátoru, reostat 16 Ω/4 A, ampérmetr, zdroj stejnosměrného napětí 12 V, malá deklinační magnetka, stopky.

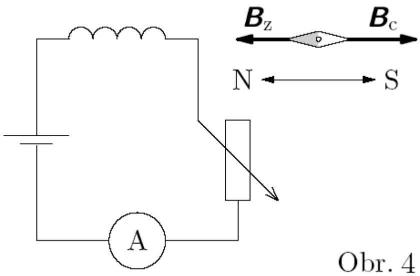
Úkol: Ověřte, že závislost periody malých kmitů deklinační magnetky okolo rovnovážné polohy na velikosti B horizontální složky magnetické indukce pole je popsána vztahem

$$T = kB^m, \tag{1}$$

kde k a m jsou konstanty. Určete hodnotu konstanty m, která by neměla záviset na použité magnetce.

Provedení úlohy:

- Cívku umístíme do vzdálenosti asi 15 cm od magnetky tak, aby její osa splývala s podélnou osou deklinační magnetky. Zdroj napětí připojíme k cívce přes reostat a ampérmetr tak, aby magnetická indukce $\boldsymbol{B}_c$ cívky v místě magnetky měla opačný směr než horizontální složka $\boldsymbol{B}_z$ magnetického pole Země (obr. 4).



Obr. 4

- Proud v obvodu nastavíme na hodnotu $I_0 = 1$ A a vzdálenost cívky od magnetky upravíme tak, aby se magnetka po vychýlení přestala vracet do rovnovážné polohy. Tím dosáhneme rovnosti $B_{c0} = B_z$, kde B_{c0} je velikost magnetické indukce pole cívky v místě magnetky při proudu I_0.

- Reostatem postupně nastavíme alespoň 10 různých hodnot proudu $I > I_0$. Pokaždé změříme periodu kmitů magnetky po jejím malém vychýlení z rovnovážné polohy. Výsledky měření zapíšeme do tabulky:

i	I/A	$10T$/ s	T/ s	$\log(I - I_0)$	$\log T$

Vyhodnocení měření: Velikost B_c indukce magnetického pole cívky v místě magnetky je přímo úměrná procházejícímu proudu, konstantu úměrnosti označíme k_1:

$$B_\mathrm{c} = k_1 I, \quad B_\mathrm{z} = B_{\mathrm{c}0} = k_1 I_0.$$

Velikost B výsledné horizontální složky magnetické indukce v místě magnetky je tedy

$$B = k_1(I - I_0).$$

Dosazením do (1) dostaneme

$$T = k[k_1(I - I_0)]^m = K(I - I_0)^m, \tag{2}$$

kde $K = k \cdot k_1^m$. Zlogaritmováním vztahu (2) dojdeme k lineárnímu vztahu mezi proměnnými $y = \log T$ a $x = \log(I - I_0)$:

$$\log T = m \log(I - I_0) + \log K, \quad \text{tj.} \;\; y = mx + \log K. \tag{3}$$

Zpracování naměřených hodnot:

a) Z výsledků měření sestrojte graf funkce (3).

b) Z grafu funkce (3) určete konstantu m a vyjádřete ji ve tvaru $m \approx \dfrac{p}{q}$, kde p, q jsou malá celá čísla.

c) Určete fyzikální rozměr konstanty k ze vztahu (1).

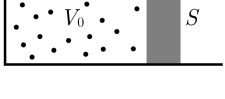
Poznámky: Je třeba použít magnetku malých rozměrů, u velkých dochází k tlumení. Magnetku vychýlit jen o malý úhel do 20°. Cívku a magnetku umístit na dřevěný stůl co nejdále od kovových předmětů – připojení ke zdroji, reostatu ampérmetru provést dlouhými vodiči. Zpracování naměřených hodnot doporučujeme provést v Excelu – zvolit *XY bodový graf*, *přidat spojnici trendu* a zobrazit rovnici regrese a koeficient spolehlivosti.

7. Plyn jako pružina

Ideální dvouatomový plyn vyplňuje vodorovně umístěnou válcovou nádobu uzavřenou pohyblivým pístem, který se může pohybovat bez tření. Stěny nádoby jsou dokonale vodivé. Plocha pístu je $S = 200\ \mathrm{cm}^2$, počáteční objem nádoby je $V_0 = 3{,}0$ l. Okolní atmosférický tlak je $p_0 = 101$ kPa.

a) Dokažte, že při malých posunutích pístu, způsobených vnější silou, se plyn chová jako pružina při jejím stlačování a určete „tuhost“ k této pružiny.

b) Ukažte, že při malých posunutích pístu platí Hookův zákon a určete velikost Youngova modulu pružnosti E.



Obr. 5

c) Určete „tuhost“ plynného tělesa k_1 a velikost modulu pružnosti E_1 v případě, že nádoba bude dokonale tepelně izolovaná.

Pro malá x platí: $\frac{1}{1+x} \approx 1 - x + x^2 - x^3 + \ldots$ Můžete také použít úpravu: $\frac{1}{1+x} = \frac{1-x}{1-x^2}$ a pak provést aproximaci zanedbáním kvadratického členu.

Úlohy 1. kola 62. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

1. Jízda v metru

Zdeněk přestupuje ve stanici Florenc z trasy B na trasu C. Z pohyblivých schodů vyjede v místě, kde obvykle stojí tažný vůz vlaku, ale vidí, že vlak je již v pohybu. Předposlední vůz vlaku ho mine za dobu $t_1 = 3{,}2$ s, poslední vůz za dobu $t_2 = 2{,}7$ s.

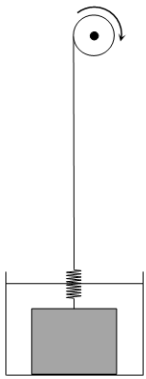
a) Před jakou dobou t se vlak metra dal do pohybu?

b) Kolik vozů měl vlak metra?

c) Vzdálenost mezi stanicí Florenc a následující stanicí Vltavská je $s_z = 1\,200$ m. Vlak se při rozjíždění pohybuje rovnoměrně zrychleně, pak rovnoměrně a při brzdění rovnoměrně zpomaleně. Jakou rychlostí v se vlak mezi stanicemi pohybuje při rovnoměrném pohybu, jestliže celková doba jízdy mezi zastávkami $t_z = 120$ s a z toho na rozjíždění a brzdění vlak potřebuje celkem čas $\Delta t = 60$ s?

2. Těleso na pružině tažené z vody

V sudu tvaru válce o vnitřním obsahu dna $S = 0{,}30\ \mathrm{m}^2$ je postavena válcová uzavřená nádoba. Nádoba má obsah podstavy $S_0 = 0{,}20\ \mathrm{m}^2$, výšku $h_0 = 0{,}60$ m a hmotnost $m_0 = 180$ kg. Do sudu nalijeme vodu o objemu $V = 90$ l. Hustota vody je $\rho = 1\,000\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$. Do středu horní podstavy nádoby připevníme pružinu o tuhosti $k = 4\,000\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}$. Její druhý konec spojíme s lanem spuštěným z navijáku tak, že pružina není napínána.



Obr. 1

a) Určete výšku h_1 hladiny vody v sudu a dokažte, že nádoba zůstane na dně.

b) Sestrojte graf závislosti síly napínající lano na čase, jestliže se lano navíjí rychlostí $v = 0{,}050\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Čas měříme od okamžiku, kdy se pružina začíná napínat, do okamžiku, kdy se celá nádoba vynoří z vody.

c) Určete práci vykonanou elektromotorem.

Hmotnost pružiny, lana a kladky zanedbejte. **Z důvodu snazšího sestrojení grafu** počítejte s tíhovým zrychlením $g = 10\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$.

3. Pohyb hranolu

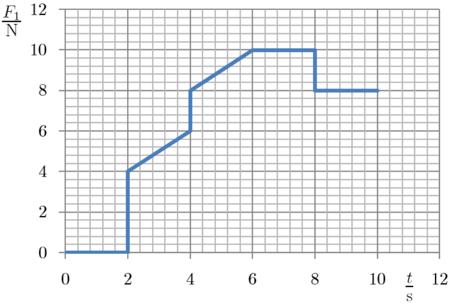
Na vodorovné podložce leží kvádr o hmotnosti $m = 1$ kg (obr. 2). Součinitel tření mezi kvádrem a podložkou je $f = 0{,}4$. Směrem doleva působí síla F_1, jejíž velikost závisí na čase podle obr. 3 a směrem doprava přes volnou kladku síla F_2, jejíž velikost závisí na času podle obr. 4. Hmotnost kladky je zanedbatelná, vlákna jsou pevná a mají zanedbatelnou hmotnost.

Obr. 2

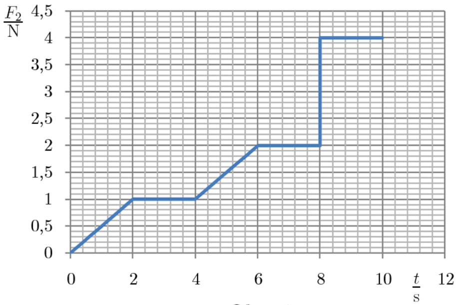
a) Kterým směrem se bude hranol pohybovat? Odpověď zdůvodněte.

b) Nakreslete grafy závislosti zrychlení a rychlosti na času a určete dráhu, kterou hranol urazí za prvních 10 s.

Tíhové zrychlení uvažujte $10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.



Obr. 3



Obr. 4

4. Dva spojené válce

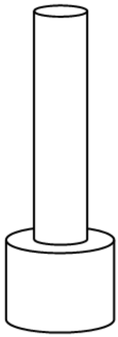
Těleso o hmotnosti M je složeno ze dvou souosých plných válců stejné hustoty. Spodní válec má průměr i výšku d, horní válec má průměr poloviční a výšku trojnásobnou než spodní válec.

a) Určete poměr hmotností $\frac{m_1}{m_2}$ spodního a horního válce.

b) Určete výšku h_T těžiště tělesa.

c) Určete moment setrvačnosti J tělesa vzhledem ke svislé ose souměrnosti.

d) Jakou výšku h_2 by musel mít horní válec, aby těžiště tělesa bylo ve společném středu podstav?



Obr. 5

5. Vaření vody

Radek vaří vodu v čajové konvici na elektrickém vařiči. Voda v konvici má počáteční teplotu $t_0 = 20\ °\mathrm{C}$. Když po době $\tau_1 = 2$ min měla voda teplotu pouze $t_1 = 40\ °\mathrm{C}$, polovinu vody vylil. Když po další době $\tau_2 = 1$ min teplota stoupla jen na $t_2 = 55\ °\mathrm{C}$ vylil Radek polovinu zbylé vody. Přitom nechtěně snížil výkon vařiče na polovinu.

a) Za jakou dobu τ_3 začne voda nyní vařit (tj. dosáhne teploty $t_3 = 100\ °\mathrm{C}$)?

b) Jak dlouho by trvalo vaření vody, kdyby Radek během vaření vodu neuléval?

c) Jak dlouho by trvalo vaření vody, kdyby Radek po dvou minutách polovinu vody vylil, ale pak už nechal vodu i vařič bez povšimnutí?

Řešte nejprve obecně, pak pro zadané hodnoty. Tepelnou setrvačnost vařiče při změně výkonu zanedbejte. Tepelná kapacita vody na začátku děje je C, čajníku C_0. Únik tepla do okolí zanedbejte.

6. *Praktická úloha:* **Studium modelu plynu v nádobě**

Úloha navazuje na článek 1.5 v učebnici Bartuška, K., Svoboda, E.: Fyzika pro gymnázia. Molekulová fyzika a termika. Pozorně jej prostudujte.

Mějme nádobu, kterou symbolicky rozdělíme na dvě části stejného vnitřního objemu. Do nádoby napustíme plyn s počtem N částic stejného druhu a budeme v náhodně vybraných okamžicích zjišťovat počet N_l částic v levé polovině nádoby a počet N_p částic v pravé polovině nádoby ($N_\mathrm{l} + N_\mathrm{p} = N$). Provedeme simulační experiment s náhodným rozdělením 7 částic v levé a v pravé polovině nádoby.

Úkoly:

a) Rozdělení 7 částic budete simulovat házením 7 stejných mincí. Předem dohodou stanovíme, že dopad konkrétní mince lícem nahoru bude znamenat okamžitý výskyt částice v levé polovině nádoby a dopad rubem nahoru bude znamenat okamžitý výskyt částice v pravé polovině nádoby. Všech 7 mincí vezmeme do dlaní, důkladně protřepeme a hodíme na vodorovnou ohraničenou plochu. Po dopadu zjistíme počet N_l mincí, které dopadly lícem navrch a počet N_p mincí, které dopadly rubem navrch. Výsledek pokusu, tj. rozdělení na N_l a N_p, zaznamenáme čárkou v příslušném řádku 2. sloupce tabulky. Takto provedeme nejméně 220 pokusů. Poté zapíšeme počty čárek v jednotlivých políčkách. Ve 3. sloupci spočteme změřenou pravděpodobnost, tj. poměr počtu konkrétního stavu a celkového počtu pokusů, výsledek vyjádříme desetinným číslem zaokrouhleným na 3 platné číslice. V posledních dvou sloupcích uvedeme výsledky teoretické pravděpodobnosti, tj. poměr předpokládaného počtu stavů s daným rozdělením a počtu stavů všech možných rozdělení. Tento teoretický rozbor až pro 4 částice je uveden ve zmíněné učebnici.

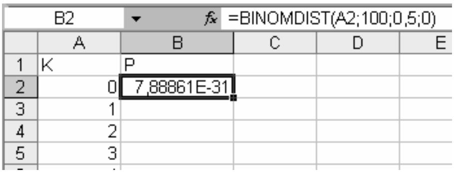
$N_\mathrm{l} - N_\mathrm{p}$	Změřený počet stavů	Změřená pravděpodobnost	Teoretická pravděpodobnost	
	Čárky – počet	Desetinné číslo (3 platné číslice)	Zlomek	Desetinné číslo (3 platné číslice)
0 – 7				
1 – 6				
2 – 5				
3 – 4				
4 – 3				
5 – 2				
6 – 1				
7 – 0				
Součet				

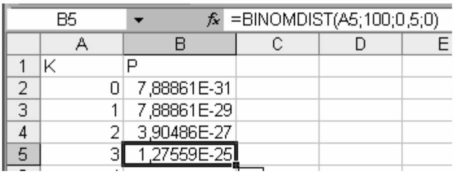
b) Sestrojte v Excelu sloupcové grafy závislosti změřené a teoretické pravděpodobnosti rozdělení na počtu částic ve zvolené (levé) polovině nádoby (oba grafy v jednom obrázku).

Statistika, kterou vyšetřujeme, patří mezi *binomická rozdělení.* Teoretická pravděpodobnost, že ve zvolené polovině nádoby bude K částic z celkového počtu N, je

$$p(K,N) = \frac{\binom{N}{K}}{2^N} = \frac{N \cdot (N-1) \cdot (N-2) \cdot \dots \cdot (N-K)}{2^N \cdot 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot K}.$$

V Excelu ji můžeme vypočítat pomocí statistické funkce BINOMDIST, kam jako parametry dosadíme K; N; 0,5; 0. Chceme-li například vypočítat rozdělení pravděpodobnosti pro $N = 100$, použijeme tabulku podle obr. 6. Do prvního sloupce vložíme čísla od 0 do 100 a do buňky B2 funkci BINOMDIST s parametry A2; 100; 0,5; 0 (obr. 6a). Druhý sloupec pak vypočítáme posouváním vyplňovacího táhla (obr. 6b). Z vyplněné tabulky pak vytvoříme *xy bodový graf.*





Obr. 6a Obr. 6b

c) Vyšetřete rozdělení teoretické pravděpodobnosti pro různá N a výsledky porovnejte. Zformulujte závěr, který vyplývá pro skutečné, tj. obrovské soubory částic (řádově 10^{23}).

7. Hod míčky

Honza hodí svisle vzhůru míček a v okamžiku, kdy je míček v nejvyšším bodě, hodí za ním stejnou počáteční rychlostí druhý míček. Míčky se setkají ve výšce H = 5,4 m. Po dokonale pružném, středovém rázu se míčky pohybují dále po stejné přímce.

a) Do jaké největší výšky H_0 vystoupil první míček?

b) Jakou počáteční rychlostí v_0 byly míčky vrženy? Jaká byla rychlost míčků při jejich srážce?

c) Po jaké době t_1 a t_2 od vržení druhého míčku dopadnou míčky zpět do Honzovy ruky?

Odpor vzduchu a rozměry míčků zanedbejte. Tíhové zrychlení $9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Úlohy 1. kola 62. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

1. Železniční trať

Z Kulína do Holína vede železniční trať délky $s = 43{,}2$ km. Mezi oběma městy je 7 zastávek. Vlak se mezi každými dvěma zastávkami rozjíždí rovnoměrně zrychleným pohybem na dráze $s_1 = 450$ m, kdy dosáhne rychlosti $v_1 = 65\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, poté se pohybuje rovnoměrným pohybem a zastaví rovnoměrně zpomaleným pohybem na stejné dráze s_1 jako při rozjíždění. Vlak na každé zastávce čeká průměrnou dobu $\Delta t = 75$ s.

a) Určete obecně a číselně dobu t_1 rozjíždění vlaku a velikost jeho zrychlení a.

b) Určete obecně a číselně dobu jízdy t z Kulína do Holína.

c) Vypočtěte průměrnou rychlost vlaku v_p mezi Kulínem a Holínem.

2. Cyklista

Jízdní kolo má průměr kol $d = 65$ cm. Cyklista zvolil převod $N_1 = 36$ zubů na předním talíři a $n_1 = 17$ zubů na zadním kolečku. Při stálé frekvenci šlapání $f_1 = 1{,}2$ Hz ujel danou trasu s mírným stoupáním za čas $t_1 = 9{,}0$ min. Při jízdě zpět zvolil převod s počty zubů $N_2 = 42$ a $n_2 = 12$ a vrátil se za čas $t_2 = 7{,}0$ min.

a) Určete rychlost v_1 cyklisty při cestě tam.

b) Určete frekvenci f_2 šlapání při jízdě zpět.

c) Určete průměrnou rychlost v_p jízdy cyklisty na celé trase.

Řešte obecně i číselně.

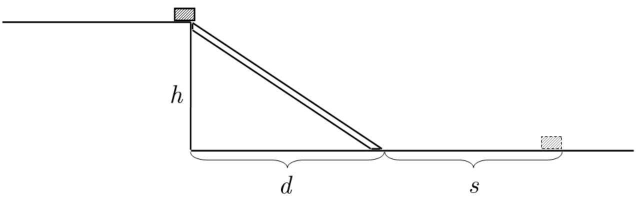
3. Rampa

Ve skladu je k rampě výšky $h = 1{,}6$ m přiložena dřevěná deska tak, že její dolní konec se nachází ve vzdálenosti $d = 2{,}5$ m od paty rampy. Z rampy spustíme kvádr o hmotnosti $m = 13$ kg. Kvádr sjíždí dolů a na vodorovné dřevěné podlaze urazí dráhu $s = 2{,}3$ m. Mezi kvádrem a oběma třecími plochami je stejný součinitel smykového tření. Tíhové zrychlení je $9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

a) Určete obecně i číselně součinitel f smykového tření mezi kvádrem a třecími plochami.

b) Určete obecně i číselně práci W potřebnou k vytlačení kvádru zpět do původní polohy, působíme-li po celou dobu silou ve směru pohybu.

c) Práce vypočtená v otázce b) je číselným násobkem potenciální energie kvádru na rampě vzhledem k podlaze, tj. $W = kE_\mathrm{p}$. Fyzikálně zdůvodněte hodnotu k.



4. Tramvaj

Tramvaj se rozjíždí z klidu se stálým pohybovým výkonem, přičemž v čase $t_1 = 4{,}0$ s dosáhla rychlosti $v_1 = 5{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

a) Jaká je rychlost v_2 tramvaje během rozjíždění v čase $t_2 = 9{,}0$ s?

b) Za jakou dobu t_3 během rozjíždění dosáhne tramvaj rychlosti $v_3 = 12{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$?

c) Určete okamžité velikosti zrychlení a_1, a_2, a_3 v časech t_1, t_2, t_3.

Řešte nejprve obecně, pak číselně pro dané hodnoty.

5. Kulička na tyčce

Tyčka délky $l = 30$ cm zanedbatelné hmotnosti je na svém konci zavěšena. Na opačném konci je upevněna malá kulička o hmotnosti $m = 150$ g. Tyčku roztočíme ve svislé rovině. Tření a odpor vzduchu zanedbáme.

a) Určete podmínku pro velikost rychlosti v_0 kuličky v nejnižší poloze, aby se tyčka s kuličkou trvale otáčely.

b) Určete velikost rychlosti v_2 v nejvyšší poloze, jestliže v nejnižší poloze má kulička rychlost o velikosti $v_1 = 3{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

c) Určete velikost síly F_1, kterou kulička působí na tyčku v nejnižší poloze a velikost síly F_2, kterou působí kulička na tyčku v nejvyšší poloze. Vždy rozhodněte, zda je tyčka napínána, nebo stlačována.

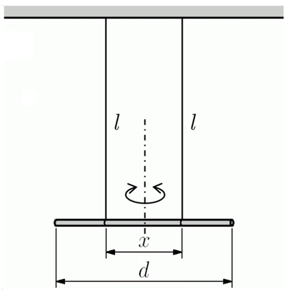
d) Určete velikost počáteční rychlosti kuličky v_1' v nejnižší poloze, aby v okamžiku průchodu kuličky nejvyšší polohou byla síla působící na tyčku nulová.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

6. Praktická úloha: Rotační kmity zavěšené tyče

Homogenní tyč délky d zavěsíme souměrně na vzájemně rovnoběžné závěsy zanedbatelné hmotnosti do vodorovné polohy a nepatrně vychýlíme otočením kolem svislé osy. Po uvolnění bude tyč konat rotační kmity. Z teorie plyne, že frekvence f malých kmitů závisí na vzdálenosti závěsů x přímo úměrně, a to podle vzorce

$$f = \frac{1}{2\pi d}\sqrt{\frac{3g}{l}} \cdot x = A \cdot x. \qquad (1)$$



Úkol: Zjistěte experimentálně funkční závislost frekvence f malých rotačních kmitů vodorovné tyče na vzájemné vzdálenosti x rovnoběžných závěsů a ověřte platnost uvedeného vzorce.

Pomůcky: Závitová tyč délky aspoň 20 cm (průměr 6 až 10 mm), stativ, tenké závěsy, stopky.

Návod a poznámky:

1) Frekvence f měřená v jednotce Hz je počet kmitů tyče za 1 s. Perioda T kmitů je doba, za kterou se tyč vrátí do původní polohy. Platí $f = \frac{1}{T}$.
2) Závěsy uvážeme na háčky posunutelné po vodorovné tyči stativu nebo je přímo na tyč stativu přivážeme tak, aby při kmitech uzlík pod tyčí stativu zůstal v klidu, ale aby bylo možno při změně vzdálenosti vláken očko po tyči stativu snadno posunovat. Na dolním konci každého závěsu vytvoříme volnější očko, aby se jeho poloha na závitové tyči dala snadno měnit. Délku závěsů volíme aspoň 4krát větší, než je délka tyče.
3) Změříme délku d tyče a délku l závěsů.
4) Kmity tyče jsou při malých úhlových výchylkách harmonické. To znamená, že perioda kmitů pro malé výchylky prakticky na výchylce nezávisí. Při větších výchylkách se perioda poněkud prodlužuje. Proto při měření nechte kmitat tyč s co nejmenší úhlovou výchylkou.
5) Vzdálenost x závěsů budeme měnit od maximální možné vzdálenosti d do nejmenší, pro kterou bude perioda ještě měřitelná. Získáme tak zhruba 10 různých hodnot x. Výsledky měření zapíšeme do tabulky. Dobu např. 10 period měříme vždy dvakrát a počítáme s aritmetickým průměrem. Jako poslední údaj doplníme $x = 0$ cm. V tomto případě kmity nevzniknou, jejich periodu lze považovat za nekonečně velkou a frekvenci za nulovou, proto doplníme frekvenci $f = 0$ Hz (tato hodnota frekvence jako jediná není zatížena chybou měření).

Číslo měření	$\frac{x}{\text{cm}}$	$\frac{10T_1}{\text{s}}$	$\frac{10T_2}{\text{s}}$	$\frac{\overline{T}}{\text{s}}$	$\frac{f}{\text{Hz}}$
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10	0	∞	∞	∞	0

6) Graf závislosti frekvence f kmitů na vzdálenosti x vláken sestrojíme v Excelu. Do buněk tabulky zapíšeme naměřené údaje v opačném pořadí (tj. s rostoucím x) a ve zbývajících sloupcích provedeme výpočty pomocí vložené funkce (aritmetický průměr dvou period lze vynechat a výpočet zahrnout do vzorce pro frekvenci). Kurzorem označíme dvojici sloupců x a f s daty a vložíme *Graf*. Volíme typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů) – zobrazí se soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich z nabídky vybereme položku *Přidat spojnici trendu*

a následně položku *Typ trendu a regrese*, zvolíme typ *Lineární* a podmínku, aby graf procházel počátkem. Tím se zobrazí přímka, která proloží body grafu. Zobrazíme též *Rovnici regrese*, tj. rovnici získané přímky.

7) Ze zobrazené rovnice regrese vyčteme číselnou hodnotu konstanty A a porovnáme ji s číselnou hodnotou této konstanty získané z rovnice (1)

$$A' = \frac{1}{2\pi d}\sqrt{\frac{3g}{l}}$$

dosazením změřených hodnot d, l a tíhového zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

8) Zformulujeme závěr.

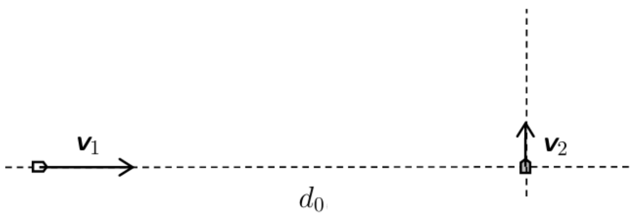
7. Motorové čluny

Dva malé motorové čluny se po klidné hladině jezera pohybují v navzájem kolmých přímkách. První člun pluje rychlostí o velikosti $v_1 = 8{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, druhý rychlostí o velikosti $v_2 = 4{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. V okamžiku, kdy se druhý člun nachází ve směru plavby prvního člunu, je mezi nimi vzdálenost $d_0 = 320$ m. Naším úkolem bude v různých vztažných soustavách znázornit průběh míjení člunů a najít vzdálenost mezi čluny při jejich největším přiblížení.

a) Ve vztažné soustavě spojené s hladinou jezera sestrojte spojnice poloh člunů v časech 0 s, 10 s, 20 s, 30 s, 40 s, 50 s, 60 s a určete v každém z těchto okamžiků vzájemnou vzdálenost člunů. Je možné pomocí těchto údajů najít nejmenší vzájemnou vzdálenost d_m člunů?

b) Uvažujme vztažnou soustavu spojenou s prvním člunem. To znamená, že druhý člun se vzhledem k této soustavě pohybuje rychlostí, která je výslednicí rychlostí $-\boldsymbol{v}_1$ a $\boldsymbol{v}_2$. Sestrojte ve stejných časech spojnice poloh člunů z hlediska této soustavy, výslednou rychlost $\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2$ a vypočtěte úhel α, který rychlosti $-\boldsymbol{v}_1$ a $\boldsymbol{v}$ svírají. Určete minimální vzájemnou vzdálenost d_m člunů.

c) Uvažujme vztažnou soustavu spojenou s druhým člunem. To znamená, že první člun se vzhledem k této soustavě pohybuje rychlostí, která je výslednicí rychlostí $\boldsymbol{v}_1$ a $-\boldsymbol{v}_2$. Sestrojte ve stejných časech spojnice poloh člunů z hlediska této soustavy, výslednou rychlost $\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{v}_2$ a vypočtěte úhel α', který rychlosti $\boldsymbol{v}_1$ a $\boldsymbol{v}'$ svírají. Určete minimální vzájemnou vzdálenost d_m člunů.



Úlohy 1. kola 62. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2020/2021

Databáze pro kategorie E a F

Ve všech úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ a hustotu vody $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg/m^3} = 1\,\mathrm{g/cm^3}$.

FO62EF1-1: Zapomnětlivý řidič

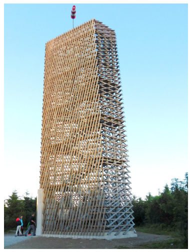
Pan Novák vyjíždí v 6:00 h ráno z vesnice, kde bydlí, do města ve vzdálenosti $s = 80\,\mathrm{km}$. Jede přitom průměrnou rychlostí $v_1 = 50\,\mathrm{km/h}$. Paní Nováková si 10 minut po jeho odjezdu všimne, že doma zapomněl mobil, a vyjede za ním svým autem průměrnou rychlostí $v_2 = 75\,\mathrm{km/h}$.

a) V kolik hodin a jak daleko od vesnice dojede paní Nováková svého manžela?

b) Po předání mobilu, které jim trvá 5 minut, pokračuje pan Novák v cestě průměrnou rychlostí $v_3 = 60\,\mathrm{km/h}$ a paní Nováková se vrací domů do vesnice rychlostí $v_1 = 50\,\mathrm{km/h}$. V kolik hodin dojede pan Novák do města a v kolik hodin se vrátí paní Nováková zpátky domů?

c) Nakreslete do jednoho grafu závislost vzdálenosti od vesnice na čase pro oba manžele.

FO62F1-2: Rozhledna na Velké Deštné



Nová rozhledna na Velké Deštné v Orlických horách otevřená v říjnu 2019 má celkem 5 pater, první o výšce 3,7 m, zbývající o výšce 3,4 m, na vyhlídkovou plošinu v pátém patře musíme vystoupat 96 schodů.

a) V jaké výšce nad zemí je vyhlídková plošina? Jakou výšku má v průměru jeden schod?

b) Dan vyšel první dvě patra za 15 s. Jaká byla jeho průměrná rychlost na tomto úseku?

c) Každé další patro se jeho průměrná rychlost zmenšila o 10 % předchozí hodnoty. Jaká byla jeho průměrná rychlost na posledním úseku? Jak dlouho mu trvalo, než se dostal na vyhlídkovou plošinu?

d) Tom vyšel první dvě patra za 20 s, ale svou rychlost udržel po celou dobu. Který z chlapců byl na vyhlídkové plošině dříve?

FO62EF1-3: Poštolka a hraboš

Poštolka o hmotnosti $m = 220\,\mathrm{g}$ se vznáší ve výšce $h = 20\,\mathrm{m}$ nad polem.

a) Jaká je polohová energie E_p poštolky vzhledem k poli?

b) Popište přeměny mechanické energie poštolky při jejím střemhlavém pádu k zemi po spatření hraboše. Jakou maximální rychlost v může dosáhnout při střemhlavém pádu směrem k zemi? Odpor vzduchu zanedbejte. Dosáhne tuto rychlost při skutečném lovu? Popište jevy, které mají na reálnou rychlost poštolky vliv, u každého rozhodněte, jak se projeví na vámi vypočtené rychlosti.

c) Zakreslete graf závislosti rychlosti poštolky na čase od $v = 0\,\mathrm{m/s}$ do maximální rychlosti vypočítané v části b), jestliže se za každou sekundu její rychlost zvětší o $\Delta v = 9{,}8\,\mathrm{m/s}$. Za jak dlouho se při střemhlavém pádu dostane poštolka k zemi?
d) Hraboš dokáže vyvinout rychlost okolo $v_1 = 9{,}0\,\mathrm{km/h}$. Jaká může být největší bezpečná vzdálenost mezi dvěma norami, aby hraboš stihl přeběhnout z jedné do druhé, aniž by ho poštolka chytila? Reakční doba poštolky je $t_1 = 0{,}25\,\mathrm{s}$, tzn. poštolka začne střemhlav lovit až po 0,25 s od chvíle, kdy hraboše uvidí. Jak se ve výsledku projeví jevy diskutované v části b)?

FO62EF1-4: Skládání písku

Karlovi přivezli $V = 3\,\mathrm{m}^3$ písku o průměrné hustotě $\varrho = 1\,600\,\mathrm{kg/m}^3$ na přestavbu jeho domku. Protože nákladní automobil nemohl projet brankou, složil svůj náklad před vchodem do domku. Karel proto musí písek převézt na místo spotřeby kolečkem, přičemž se na jedno kolečko vejde nejvýše $m_1 = 120\,\mathrm{kg}$ písku.
a) Kolikrát musí Karel jet, než převeze celý náklad?
b) Prázdné kolečko váží $m_\mathrm{k} = 23\,\mathrm{kg}$. Jeho těžiště je ve vzdálenosti $r_1 = 40\,\mathrm{cm}$ od osy kola. Jakou silou F_1 uzvedne Karel prázdné kolečko, jestliže jsou místa uchopení vzdálena od osy kola $r_2 = 1{,}4\,\mathrm{m}$? Kolečko můžeme považovat za jednozvratnou páku.
c) Jakou silou F_2 uzvedne Karel kolečko plné písku? Vzdálenost těžiště plného kolečka od osy kola je $r_3 = 20\,\mathrm{cm}$.
d) Jakou práci W Karel vykoná při nakládání všeho písku na kolečko, zvedá-li plnou lopatu vždy do výšky $h = 40\,\mathrm{cm}$? Práci na zvedání lopaty nezapočítávejte.

FO62EF1-5: MVE Rudolfov I a nádrž Bedřichov

Kulturní památka malá vodní elektrárna Rudolfov I nedaleko Liberce je v provozu od roku 1927. Dvě vysokotlaké Peltonovy turbíny spolu s generátorem mohou při celkovém maximálním objemovém průtoku vody $Q = 0{,}65\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ dohromady dodávat výkon $P = 916\,\mathrm{kW}$. Z vodní nádrže Bedřichov na Černé Nise je voda k turbínám naváděna potrubím s převýšením $h = 170\,\mathrm{m}$.
a) Jaká je účinnost výroby elektrické energie v této elektrárně?
b) Povodí vodní nádrže má rozlohu $S = 4{,}31\,\mathrm{km}^2$. Při rekordních srážkách koncem července 1897 napadlo v této oblasti za jeden den 345 mm srážek na m^2. Pokud by v té době stála přehrada se zásobním objemem $V = 1{,}709$ miliónů m^3, byla by schopna toto množství vody zadržet?
c) Pokud by v roce 1897 stála i dnešní elektrárna a všechnu napršenou vodu bychom využili k výrobě elektřiny, za jakou dobu by protekla elektrárnou a kolik energie bychom z ní mohli vyrobit? Zvažte, nakolik jsou vypočítané hodnoty reálné.

FO62EF1-6: Akvárium

Filip si chce připravit akvárium s mořskou vodou. Do akvária o vnitřních rozměrech dna $a \times b = 40\,\mathrm{cm} \times 60\,\mathrm{cm}$ a výšce $h = 40\,\mathrm{cm}$ chce dát vodu a v ní rozpustit tolik soli, aby výsledný objem roztoku byl $V = 80$ litrů a hustota $\varrho = 1{,}025\,\mathrm{g/cm^3}$. Tato hustota odpovídá 3% roztoku chloridu sodného (3 % celkové hmotnosti tvoří chlorid sodný NaCl).

a) Jaký objem roztoku by se vešel do akvária, kdyby bylo plné po okraj, a do jaké výšky h_1 bude v akváriu sahat připravený roztok soli o objemu V?

b) Jaká bude celková hmotnost roztoku a kolik soli musí Filip navážit?

c) Filip nasypal do vody sůl, ale zapomněl ji promíchat, takže u dna je hustota roztoku $\varrho_1 = 1{,}050\,\mathrm{g/cm^3}$ a hustota roztoku směrem nahoru klesá tak, že u hladiny je čistá voda o hustotě $\varrho_2 = 1{,}000\,\mathrm{g/cm^3}$. V jaké hloubce pod hladinou se bude nacházet hračka ve tvaru ryby, kterou vhodí do akvária, jestliže její hmotnost je $m_1 = 5{,}10\,\mathrm{g}$ a její objem $V_1 = 5{,}0\,\mathrm{cm^3}$? Můžete ji odhadnout z grafu nebo náčrtku závislosti hustoty na hloubce pod hladinou.

d) Jaká je ve srovnání s hustotou roztoku v akváriu ϱ hustota mořské vody ϱ_m v Mrtvém moři, jestliže u člověka, jehož průměrná hustota je $\varrho_\mathrm{č} = 0{,}98\,\mathrm{g/cm^3}$, zůstává při jeho položení na hladinu moře stále 20 % jeho objemu nad vodou?

FO62EF1-7: Automobil a životní prostředí

V dokumentaci vozu Škoda Fabia se uvádí, že průměrná spotřeba benzínu na 100 km je 4,8 litru pro jízdu mimo město a 7,7 litru pro jízdu ve městě, emise by měly být okolo 140 g CO_2 na ujetý kilometr. Předpokládejte, že během roku ujede řidič s vozem 20 000 km. Spálením z 1 litru benzínu získáme nejvýše 32 MJ tepla, účinnost motoru je asi 22 %.

a) Jak velká by byla spotřeba benzínu za rok jízdy, kdyby řidič jezdil pouze ve městě a kdyby jezdil pouze mimo město?

b) Jakou práci by motor vykonal v těchto případech?

c) Kolik oxidu uhličitého by auto vyprodukovalo za rok do atmosféry?

d) Jestliže během jednoho výdechu produkuje lidské tělo průměrně 0,4 g oxidu uhličitého, kolik vydechne řidič za rok CO_2? Uvažujte dechovou frekvenci 15 výdechů za minutu.

FO62EF1-8: Výstup na Musalu

Ze základního tábora v horském středisku Borovec, které se nachází v nadmořské výšce 1 300 m n. m., vyrazili Václav a jeho kamarád Petr na nejvyšší horu Bulharska i celého Balkánu Musalu, vysokou 2 925 m n. m. po cestě dlouhé $L = 12{,}6$ km. Václav i Petr s batohy na zádech se pohybují průměrnou rychlostí $v_1 = 42\,\mathrm{m/min}$ a $v_2 = 28\,\mathrm{m/min}$, bez batohů se pohybují o 50 % většími průměrnými rychlostmi, a to jak do kopce, tak s kopce.

a) Jak dlouho by trval výstup Václavovi a Petrovi, kdyby šli každý samostatně?

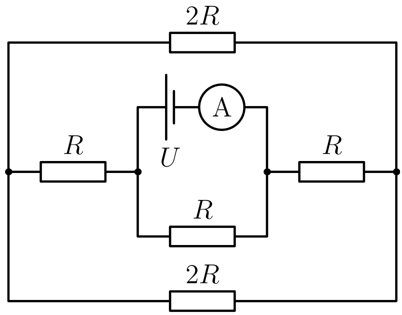
b) Jak dlouho by každému z nich trval výstup, kdyby Václav vyšel až nahoru, odložil batoh, vrátil se Petrovi naproti, vzal na záda jeho batoh a zbytek cesty šli zase každý svou rychlostí?

c) Ve vhodném měřítku zakreslete do jednoho grafu závislost vzdálenosti Václava a Petra od základny v Borovci pro případ b), kdy Václav na vrcholu odloží svůj batoh a jde Petrovi naproti, aby mu odnesl ten jeho.

FO62E1-9: Elektrický obvod

Elektrický obvod na obrázku se skládá z rezistorů o odporu $R = 2{,}0\,\mathrm{k\Omega}$, z rezistorů o odporu $2R = 4{,}0\,\mathrm{k\Omega}$, ideálního zdroje napětí $U = 6{,}0\,\mathrm{V}$ a ideálního ampérmetru (se zanedbatelným odporem). Určete:

a) proud procházející ampérmetrem;
b) proud a napětí na každém rezistoru;
c) teplo, které se uvolní v obvodu (tj. na všech rezistorech dohromady) za 1 minutu.



Obr. 1: K zadání úlohy FO62E1-9

FO62E1-10: Vaření kakaa

Anička chce uvařit k snídani $V = 0{,}50$ litru kakaa. Mléko z ledničky, kde je teplota $t_1 = 4{,}0\,°\mathrm{C}$, nalije do porcelánového hrnku o hmotnosti $m_2 = 0{,}40\,\mathrm{kg}$ a hrnek s mlékem pak ohřívá v mikrovlnné troubě s příkonem $P = 1\,200\,\mathrm{W}$ a účinností ohřevu $\eta = 50\,\%$. Teplota v kuchyni je $t_2 = 20\,°\mathrm{C}$ a stejnou počáteční teplotu má i používané nádobí.

a) Anička zapne mikrovlnku na dobu $\tau_1 = 2{,}0$ minuty. Na jakou teplotu se mléko s hrnkem ohřeje? Odpovídá výsledek vaší zkušenosti s ohříváním v mikrovlnce?
b) Na jak dlouho by měla Anička zapnout mikrovlnku, aby se mléko z teploty t_1 ohrálo na $t_3 = 90\,°\mathrm{C}$ a jaká bude přitom spotřeba elektrické energie?
c) Jak se změní výsledky části b), počká-li Anička, až se teplota mléka ustálí na teplotě okolí, a pak teprve začne mléko ohřívat? Kolik procent energie by ušetřila?

Měrná tepelná kapacita mléka je $c_1 = 3{,}9\,\mathrm{kJ/(kg\cdot °C)}$, porcelánu $c_2 = 1{,}1\,\mathrm{kJ/(kg\cdot °C)}$. Hustota mléka $\varrho = 1{,}1\,\mathrm{g/cm^3}$.

FO62F1-11: (experimentální úloha): hustota dřeva

Dřevo různých stromů má různou hustotu. Martina má dřevěný hranol (popř. kostku) a chce zjistit, o jaké dřevo jde. Poradili jí, aby určila hustotu dřevěného hranolku a podle tabulek určila druh dřeva. Má však k dispozici jen délkové měřidlo (např. pravítko) a úzkou skleněnou nádobu s vodou, v které může hranolek volně plavat. Ze školy už zná Archimédův zákon, tak by ho chtěla použít na změření objemu ponořené části hranolku. Zjistila však, že hranolek plave nakloněný a není jednoduché objem ponořené části dost dobře změřit. Nakonec vymyslela způsob, jak určit hustotu a pomocí tabulek nebo internetu určila i druh dřeva.

a) Najděte si několik dřevěných hranolků (třeba ze stavebnice) s různými poměry délek stran a vyzkoušejte, v jaké poloze ve vodě plavou.
b) Navrhněte postup měření a určete hustoty několika různých hranolků. Můžete vymyslet i více způsobů, každý z nich vyzkoušet a výsledky porovnat. Zvažte,

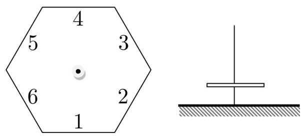
jaké mají jednotlivé postupy výhody a nevýhody a který z nich je nejpřesnější.

c) Posuďte, jaký vliv na přesnost měření mají rozměry hranolku a průměr použité nádoby. Má na měření podstatný vliv teplota vody?

Nakreslete potřebné náčrtky, průběh a výsledky měření zapište do tabulky.

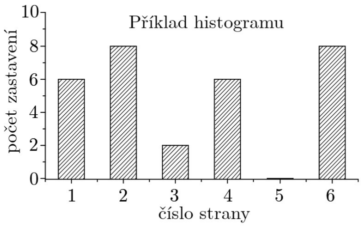
FO62E1-12 (experimentální úloha): dobře vyvážená káča

Ze silnějšího a rovného(!) kartonu pečlivě vystřihněte 2 pravidelné šestiúhelníky (se stejně dlouhými stranami) tak, aby průměr (příčná vzdálenost protilehlých vrcholů) byl 4–8 cm. Doporučujeme šestiúhelníky nejprve co nejpřesněji na karton nakreslit a poté teprve vystřihnout.



Strany šestiúhelníka popište uprostřed číslicemi podle obrázku. Poté jehlou ve středu propíchněte otvor a protáhněte párátko nebo zaostřenou špejli tak, aby na jedné straně trčela část o délce 1–1,5 cm, na druhé 3–6 cm (kratší strana by měla být zaostřena do špičky). Poté párátko/špejli zakápněte lepidlem (nebo tavnou pistolí) a nechte zaschnout tak, aby byla kolmá na rovinu šestiúhelníku a aby se v něm neprotáčela. Nakonec budeme mít k dispozici dvě káči.

Na rovném hladkém stole (lavici, podlaze) roztočte jednu vyrobenou káču tak, aby osa stála svisle. Naše káča se po nějaké době zastaví a zůstane stát na některé straně. Do tabulky zapište číslo strany, na které zůstala stát a pokus opakujte nejméně 100krát. Stejně i pro druhou káču. Dávejte přitom pozor, aby se šestiúhelník nedeformoval. Pro každou káču sestrojte tzv. histogram (viz obrázek), tj. pro každé číslo strany vyneste počet, kolikrát se na ni káča zastavila. Najděte strany s největším a nejmenším počtem zastavení. Je mezi nimi nějaká souvislost? Co můžete říci o přesnosti, s jakou párátko/špejle prochází těžištěm vašeho šestiúhelníku? Mohli byste alespoň jednu káču používat namísto hrací kostky třeba ve hře „Člověče, nezlob se“?



Leták pro kategorie E a F připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek ve spolupráci s autorem úloh Janem Thomasem. Autorem jedné experimentální úlohy je Vladimír Šebeň (FO SR), v jedné úloze byl použit námět z Всесибирской олимпиады по физике 2017. V ilustracích byly použity volně šiřitelné obrázky z Wikipedie, serverů `www.freepik.com`, `www.ourgreenhouse.com`, `pixabay.com` a `pxhere.com`.

Sázeno systémem XƎLaTeX

Úlohy 1. kola 62. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2020/2021

Kategorie G – Archimédiáda

Ve všech úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$.

FO62G1-1: Na skateboardu

Lucka vyrazila odpoledne do skateparku. Při sjíždění dolů z jednoduché překážky měla na počátku v čase $t_0 = 0\,\mathrm{s}$ rychlost $v_0 = 0{,}6\,\mathrm{m/s}$ a každou sekundu pohybu se její velikost zvětšila o $0{,}2\,\mathrm{m/s}$. Po $3\,\mathrm{s}$ zrychleného pohybu Lucka pokračovala po rovině rovnoměrným přímočarým pohybem, který trval $5{,}0\,\mathrm{s}$. Pak nechtě sjela mimo asfaltovanou plochu a vlivem většího tření se začala pohybovat zpomaleným pohybem a zastavila se za $2{,}0\,\mathrm{s}$.

a) Sestrojte graf závislosti velikosti její rychlosti na čase.
b) Z grafu určete, jakou rychlostí se pohybovala při rovnoměrném pohybu.
c) Vypočítejte dráhu, kterou urazila při rovnoměrném pohybu.
d) Z grafu určete dráhu Lucky při zrychleném a při zpomaleném pohybu.
e) Určete průměrnou rychlost Lucky během celého pohybu.

FO62G1-2: Cyklista Petr

Cyklista Petr používá bicykl (jízdní kolo), který při jedné otáčce zadního kola kolem osy urazí vzdálenost $l = 220\,\mathrm{cm}$. Převod síly a pohybu od nohou se uskutečňuje řetězem na ozubené kolo spojené s osou zadního kola. Počet zubů na talíři spojeném s klikami pedálů je $n_1 = 54$, počet zubů na příslušném kolečku přehazovačky je $n_2 = 18$.

a) Jaký je průměr zadního kola (včetně pláště) v mm a palcích?
b) Cyklista Petr šlápne levou nohou 40krát za minutu. Jakou rychlostí se jízdní kolo pohybuje?
c) V jednom úseku na rovné silnici tachometr Petrovi naměřil rychlost $v = 30\,\mathrm{km/h}$. S jakou minutovou frekvencí „šlape do pedálů“?
d) Ve skutečnosti při jízdě po rovině nemusí cyklista neustále „šlapat do pedálů“. Jak to lze vysvětlit?

FO62G1-3: Trénink chodců

Dva chodci trénují na malém stadionu. Oba udělají za stejný čas stejný počet kroků, Slávek dělá kroky dlouhé $0{,}7\,\mathrm{m}$, menší Bedřich dlouhé jen $0{,}5\,\mathrm{m}$. Oba vyjdou současně stejným směrem. Když se poprvé znovu setkají, ujde Bedřich právě vzdálenost $1\,000\,\mathrm{m}$.

a) Jak dlouhý je ovál stadiónu?
b) Jaké vzdálenosti od startu by chodci urazili do místa setkání, vyjdou-li stejným tempem v opačných směrech?

c) O kolik metrů vyhraje Slávek před Bedřichem v závodě na 20 km chůze, udrží-li oba stejné tempo po celý závod?
d) Kolik kroků za sekundu by musel udělat každý z chodců, kdyby chtěl dosáhnout světového rekordu Japonce Júsuke Suzukiho z roku 2015, který je v závodě na 20 km 1:16:36 (1 hodina, 16 minut a 36 sekund)?

FO62G1-4: Zatížení střechy

Na plechové střeše o rozloze 15 m × 8 m leží 20 cm sněhu. Zatížení střechy podle stavebních norem může být nejvýše 120 kg/m^2, hustota ulehlého sněhu je 0,2 g/cm^3.

a) Jaký tlak vyvolává vrstva ulehlého sněhu na střechu?
b) V 8:00 h ráno začal znovu padat sníh, přičemž podle hlášení místní meteorologické stanice každou hodinu připadne 5 cm sněhu. V kolik hodin bude situace kritická, nepřestane-li sněžit? Hustota čerstvého sněhu je 0,1 g/cm^3.

FO62G1-5 (experimentální úloha): hustota látek

a) Určete hustotu tří vybraných sypkých materiálů (alespoň tří, např. soli, cukru krystal nebo krupice, máku, polohrubé mouky, pracího prášku) pomocí plastové kuchyňské odměrky na potraviny. Navrhněte způsob měření a výsledky zapište. Pro každou vybranou látku proveďte tři až pět měření. Změní se výsledek, pokud odměrkou několikrát zatřepeme (aniž by cokoli vypadlo)? Vysvětlete!
b) Stanovte hustotu kostkového cukru pomocí milimetrového pravítka. Máte k dispozici pouze krabici kostkového cukru a pravítko. Proveďte pečlivé měření a způsob měření vysvětlete.
c) Určete objemovou hustotu běžného kancelářského papíru 80 g/m^2. Máte k dispozici jedno balení (500 ks listů) kancelářského papíru pro tiskárnu nebo kopírku, ale ne váhy. Vhodným způsobem určete hmotnost a rozměry jednoho listu papíru.

Leták pro kategorii G připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek ve spolupráci s autorem úloh Janem Thomasem. V ilustracích byly použity obrázky z Wikipedie a serverů `www.pixabay.com` a `www.oriondomacipotreby.cz`.

Sázeno systémem XeLaTeX