L i t e r a t u r a

[1] *Kuřina, F.*: Důkazy a kalkuly. Matematika, fyzika, informatika, roč. 20 (2010/2011), č. 1.

[2] *Švrček, J.*: Prostorové analogie dvou planimetrických vět. Matematika, fyzika, informatika, roč. 23 (2014), č. 2, s. 81–85.

Z historie výuky infinitezimálního počtu

DAG HRUBÝ

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Lze říci, že otázka zavedení diferenciálního a integrálního počtu do výuky matematiky na středních školách je stále aktuální. Jsou zde jak příznivci, tak odpůrci této výuky. Zejména ze strany učitelů vysokých škol však často zaznívá názor, že je zbytečné zabývat se na střední škole ve výuce matematiky derivacemi a integrály, kterým většina žáků plně nerozumí, a že by bylo užitečnější věnovat se např. lomeným výrazům. Otázka porozumění infinitezimálnímu počtu je složitější – v této souvislosti lze upozornit na článek [1]. Mezi učiteli matematiky mám řadu přátel a vím, že někteří z nich začali studovat matematiku právě proto, že se již na střední škole seznámili se základy infinitezimálního počtu. V současném rámcovém vzdělávacím programu pro gymnázia (RVP G) není diferenciální a integrální počet uveden, to však neznamená, že by nebyl na současných gymnáziích vyučován, většinou je ale zařazen do volitelné výuky.

Zařazení diferenciálního a integrální počtu do výuky matematiky na gymnáziích souvisí s tzv. Marchetovou reformou středního školství v roce 1908. Nové učební osnovy a plány pro gymnázia a reálky byly vyhlášeny v roce 1909. Jedná se o poslední úpravy učebních osnov gymnázií a reálek v rámci Rakousko-Uherska. Nařízení ministra kultu a vyučování bylo vydáno 20. března 1909. Před tím však vyšlo 8. srpna 1908 nařízení ministra kultu a vyučování o zřízení osmitřídních reálných gymnáziích a reálných reformovaných gymnázií. Učební osnovu osmitřídního reálného gymnázia lze nalézt v publikaci [2]. V těchto osnovách je ve IV. třídě, v rámci všeobecné aritmetiky, zařazeno *grafické znázornění lineárních funkcí*. Jedná se zřejmě o historicky první výskyt pojmu *funkce* v osnovách matematiky pro gymnázia. V rámci analytické geometrie je v těchto osnovách v VII. třídě uvedeno: *Zobrazení koeficientů směru zejména při vyučování probíraných křivek pomocí quotientu differencialního*. Na konci těchto osnov jsou uvedeny poznámky uvádějící čeho má býto touto osnovou dosaženo. Bod 4. těchto poznámek zní: *Pochopení vztahů funkcionálních, ze začátku při všech zvláštních příležitostech uvnitř mathematického vyučování, a po jeho dovršení pochopení pojmu funkce včetně až k pochopení míry změny nějaké funkce pomocí quotientu differenciálního*.

Nabízí se přirozeně otázka, kdo a kdy poprvé pojem funkce použil. Jako první tak učinil G. W. Leibniz v roce 1673 ve svém rukopise *Methodus tangentium inversa, seu de functionibus* (*Inverzní metoda tečen neboli o funkcích*). Zájemcům o fylogenezi pojmu funkce mohu doporučit článek [3]. Uplynulo tedy přes 200 let, než se pojem funkce stal součástí výuky matematiky na gymnáziu.

Dříve, než budeme sledovat jak se rozvíjela výuka diferenciálního a integrálního počtu na gymnáziích od roku 1908 do současnosti, vrátíme se do druhé poloviny 18. století, kdy se v Čechách objevují první systematické výklady diferenciálního a integrálního počtu. Jejich autory jsou *Josef Stepling* (1716–1778) a *Jan Tesánek* (1728–1788). Josef Stepling byl česko-německý jezuitský kněz, fyzik, astronom, matematik a meteorolog. Byl jedním z prvních matematiků u nás, který se věnoval diferenciálnímu a integrálnímu počtu, působil na pražské filosofické fakultě. Pro potřeby studentů vydal v roce 1751 učebnici integrálního počtu *Exercitationes geometrico-analyticae de ungulis aliisque frustis cylindrorum*, v roce 1765 učebnici diferenciálního počtu *Differentiarum minimarum, quantitatum variantium calculus directus, vulgo differentialis*. Obě Steplingovy knihy jsou dostupné na internetu. Zájemcům o život a dílo Josefa Steplinga a Jana Tesánka doporučuji pro první čtení článek [4]. Do učebnice diferenciálního počtu převzal Stepling hlavní výsledky deset let starého spisu L. Eulera *Institutiones calculi differentialis*. Nekonečně malou veličinu definoval Stepling jako výsledek nekonečného dělení konečné veličiny. Přitom výslovně podotkl, že nekonečně malá velična je větší než nula. V dalších úvahách určuje Stepling ještě nekonečné veličiny vyšších řádů. Z úměry $1 : \infty = \infty : x$, kde ∞ značí nekonečně velkou veličinu, vyvozuje $x = \infty^2$. Pomocí nekonečně malých veličin dochází k diferenciálu a píše

$$\mathrm{d}x = \frac{1}{\infty}, \qquad \mathrm{dd}x = \frac{1}{\infty^2}.$$

Pro výpočet diferenciálu funkce se inspiruje dílem *L'Hospitala.* Nejprve určí rozdíl $f(x + \mathrm{d}x) - f(x)$, v němž zanedbává diferenciály vyších řádů. Např. píše

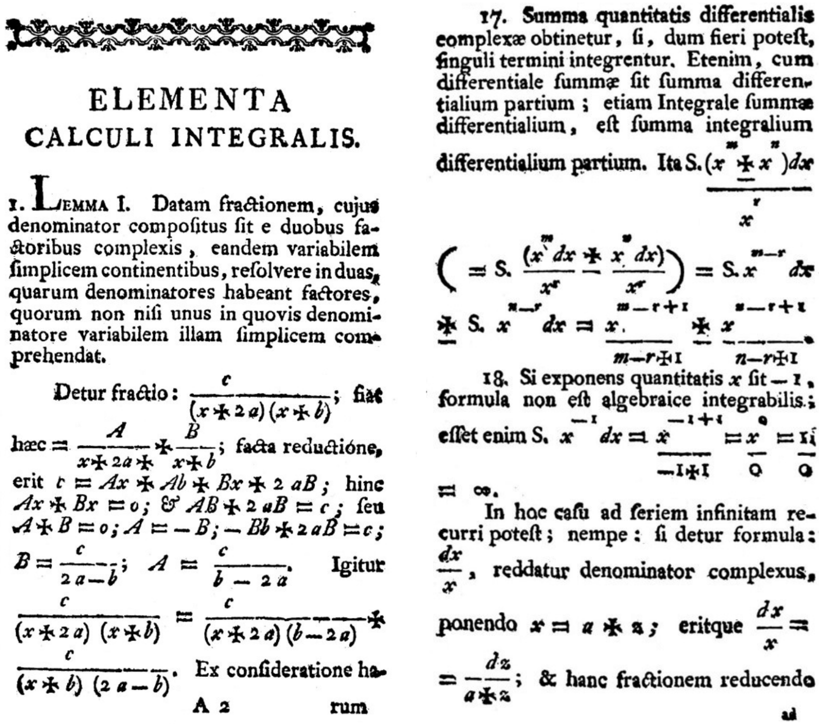
$$\mathrm{d}(xyz) = (x + \mathrm{d}x)(y + \mathrm{d}y)(z + \mathrm{d}z) - xyz = \ldots = xy\,\mathrm{d}z + xz\,\mathrm{d}y + yz\,\mathrm{d}x.$$

Pro Steplingův postup je charakteristický příklad

$$\mathrm{d}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x + \mathrm{d}x} - \frac{1}{x} = -\frac{\mathrm{d}x}{x(x + \mathrm{d}x)} = -\frac{\mathrm{d}x}{x^2}.$$

Vidíme, že Stepling nejprve rozlišoval $x + \mathrm{d}x$ a x, ale pak ve vhodném okamžiku použil rovnost $x + \mathrm{d}x = x$ k získání potřebného výsledku.

Jan Tesánek, český jezuita, fyzik, matematik a astronom postupoval jinak. Přejal základní myšlenku eulerovské definice derivace. Zamýšlel se nad tím, jak vymezit podíl $\Delta y : \Delta x$ pro Δx blížící se nule. Využíval přitom poznatků o limitě, ke kterým dospěli d'Alembert, Kästner a Cousin. Tesánek vymezil pojem limity [5] takto: *Veličina A je limitou veličiny B, jestliže veličina B se blíží k veličině A více než je libovolná daná diference, aniž však veličinu A překročí.* Tesánkovy názory byly vyjádřeny velmi stručně, nezabýval se ani výpočtem derivací elementárních funkcí. Stěžejním Tesánkovým dílem je komentované pražské latinské vydání klasického Newtonova díla *Philosophiae naturalis principia mathematica.* První dva díly vyšly v letech 1780, 1785 a byly vysoce oceňovány, mimo jiných také Lagrangem. Třetí díl zůstal v rupopise, ale z jeho pozůstalosti se ztratil. Význam pražského vydání Newtonových principií je v tom, že je zde poprvé učiněn pokus v komentářích ukázat na využití infinitezimálního počtu k celkovému výkladu newtonovské mechaniky. Proto také Tesánka jeho domácí současníci nazývali „komentátorem velkého Newtona“. Mimo jiné je autorem publikace *Pertractatio elementorum calculi integralis* (1771). Tesánek měl kontakty v zahraničí, stýkal se zejména s J. L. Lagrangem a J. Bernoullim.



ELEMENTA
CALCULI INTEGRALIS.

1. LEMMA I. Datam fractionem, cujus denominator compositus sit e duobus factoribus complexis, eandem variabilem simplicem continentibus, resolvere in duas, quarum denominatores habeant factores, quorum non nisi unus in quovis denominatore variabilem illam simplicem comprehendat.

Detur fractio: $\frac{c}{(x+2a)(x+b)}$; fiat hæc $= \frac{A}{x+2a} + \frac{B}{x+b}$; facta reductione, erit $c = Ax + Ab + Bx + 2aB$; hinc $Ax + Bx = 0$; & $Ab + 2aB = c$; seu $A + B = 0$; $A = -B$; $-Bb + 2aB = c$; $B = \frac{c}{2a-b}$; $A = \frac{c}{b-2a}$. Igitur $\frac{c}{(x+2a)(x+b)} = \frac{c}{(x+2a)(b-2a)} + \frac{c}{(x+b)(2a-b)}$. Ex consideratione ha-

A 2 rum

17. Summa quantitatis differentialis complexæ obtinetur, si, dum fieri potest, singuli termini integrentur. Etenim, cum differentiale summæ sit summa differentialium partium; etiam Integrale summæ differentialium, est summa integralium differentialium partium. Ita $S.\frac{(x^m \pm x^n)dx}{x^r}$ $\left(= S.\frac{(x^m dx \pm x^n dx)}{x^r}\right) = S.x^{m-r}dx \pm S.x^{n-r}dx = \frac{x^{m-r+1}}{m-r+1} \pm \frac{x^{n-r+1}}{n-r+1}$.

18. Si exponens quantitatis x sit -1, formula non est algebraice integrabilis; esset enim $S.x^{-1}dx = \frac{x^{-1+1}}{-1+1} = \frac{x^0}{0} = \frac{1}{0} = \infty$.

In hoc casu ad seriem infinitam recurri potest; nempe: si detur formula: $\frac{dx}{x}$, reddatur denominator complexus, ponendo $x = a \pm z$; eritque $\frac{dx}{x} = \frac{dz}{a \pm z}$; & hanc fractionem reducendo

ad

Obr. 1 Ukázka textu z Tesánkovy knihy *Pertractatio elementorum calculi integralis*

Po smrti Tesánkově (1788) se stal profesorem matematiky *František Josef Gerstner* (1756–1832). Gerstner studoval na univerzitě v Praze matematiku u Stanislava Vydry (elementrání matematika) a u Jana Tesánka (vyšší matematika). Od šedesátých let 18. století až do školního roku 1848/49 existovaly na pražské univerzitě dvě stolice matematiky. Stolice nižší matematiky a stolice vyšší matematiky [6]. Řádným profesorem vyšší matematiky na univerzitě byl jmenován Gerstner 4. prosince 1789. Už v rámci konkurzu na toto místo navrhoval Gerstner, aby se v prvním roce tříletého kuzu matematiky přednášel diferenciální a integrální počet podle učebnic Eulerových [5]. Přednášky z analýzy, které navrhl se uskutečnily již v roce 1788/1789, kdy výuku vyšší matematiky suploval ze nemocného Tesánka. Ve svých přednáškách se přitom neomezoval pouze na vyšší analýzu a astronomii, ale věnoval se i mechanice a hydraulice. Matematiku na univerzitě přednášel až do roku 1823. V roce 1803 byl jmenován ředitelem Českého stavovského polytechnického ústavu (v provozu od 10. 11. 1806, od roku 1920 České vysoké učení technické v Praze), založeném dekretem císaře Františka Josefa I. 14. března 1803. V roce 1807 se mu podařilo pro školu získat první Wattův parní stroj v Rakousku. Navrhl také výstavbu koněspřežné železnice z Českých Budějovic do Lince. Gerstner sám žádné matematické práce nenapsal. Tehdejší matematiku pokládal za dostačující prostředek k řešení technických a fyzikálních problémů.

Roku 1772 byl jmenován profesorem elementární matematiky na univerzitě *Stanislav Vydra* (1741–1804), český katolický kněz, jezuita a národní buditel. Patřil nejvýznamnějším žákům Steplinga a Tesánka. Přednášel a psal latinsky, ale když v roce 1784 bylo nařízeno aby se od školního roku 1784–1785 vyučovalo matematice a fyzice jazykem německým, místo jazyka latinského, dokázal Vydra tomuto nařízení maximálně vyhovět. Pro kurz matematiky ve druhém ročníku, který se nazýval *mathesis mixta*, napsal Vydra v roce 1774 učebnici *Primæ calculi differencialis et integralis notiones*, která byla vydána ještě v roce 1783 pod názvem *Elementa calculi differencialis et integralis.*

28. *Differentiare quantitatem* x^2.

Formula $d(x^2) = 2xdx$.

DEMONST. $x^2 = xx$; igitur $d(x^2) = xdx + xdx$, actu addendo $= 2xdx$. Q. E. D.

Pari ratione $d(x^3) = 3x^2 dx$. Nam $x^3 = xxx$. Sed $d(xxx) = xxdx + xxdx + xxdx = 3xxdx, = 3x^2 dx$.

Sic etiam $d(x^4) = 4x^3 dx$.

Habemus igitur *Regulam* generalem, variabiles exponente affectas differentiandi, nempe: *Exponens variabilis fiat coefficiens; ipsa vero variabilis exponentem unitate minorem acquirens per differentiale variabilis multiplicetur.*

Ergo in genere $d(x^m) = mx^{m-1} dx$.

Et $d(x^m y^n) = my^n x^{m-1} dx + nx^m y^{n-1} dy$.

Obr. 2 Ukázka textu z Vydrovy knihy *Elementa calculi differencialis et integralis*

Vydra měl problémy se zrakem, v červenci 1799 oslepl na levé oko a 22. ledna 1803 náhle, během přednášky u tabule, oslepl i na druhé [7]. Přesto dokázal svým dvěma žákům, Josefu Zieglerovi a Janu Dostálovi, diktovat první českou vysokoškolskou učebnici elementární matematiky. Knihu vydal po Vydrově smrti v roce 1806 Josef Ladislav Jandera pod názvem *Počátkové aritmetyky* (1806). Názvy kapitol ještě vypovídají o tom, že nebyla zavedena česká odborná matematická terminologie. První kapitola se jmenuje *o věcech, kteréž musejí být vysvětleny, abychom uměli jak s určitými, tak s neurčitými počty nakládati.* Začal pracovat ještě na *Algebře*, kterou však nedokončil. Jako zajímavost uvádím, že v prvním čísle *Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky*, který začal vycházet v roce 1872, je první článek věnován právě Stanislavu Vydrovi. Mezi jeho žáky patřil vedle F. J. Gerstnera také B. Bolzano.

Za nemocného Vydru se stal suplentem Vydrův žák Josef Stanislav Jandera. Na Vydrovo místo byl vypsán konkurs, do kterého se vedle Jandery přihlásil také B. Bolzano. I když Bolzana podporoval profesor polytechniky F. J. Gerstner a pražská studijní komise, byl profesorem jmenován Jandera. F. J. Studnička [8] se k této záležitosti vyjadřuje takto: *Dopodrobna se snad nedozvíme, proč ve Vídni profesura mathematiky udělena Janderovi a ne Bolzanovi, kdežto opak bylo na místě. Toliko však jisto, že náhodnou snad touto nehodou bylo studium mathematické skoro na celé půlstoletí u nás paralyzováno. A nemenší újmu spůsobilo osudné toto quiproquo, máme-li na zřeteli i rozvoj mathematické literatury naší. Ačkoli totiž slíbil Jandera v předmluvě uvedené již arithmetice Vydrově, že v ní bude pokračovati a vydá česky další výklady se nesoucí, neučinil tak ani řádkem, nýbržr vydal pouze* Beiträge zur Arithmetik*, z něhož je patrno, jak vysoko nad ním stojí Bolzano.*

Roku 1805 se stal řádným profesorem matematiky (na stolici elementární matematiky) *J. S. Jandera* (1776–1857). Texty týkající se diferenciálního a integrálního počtu jsou ve vlastních rukopisech Janderových přednášek z let 1850–1853. Tyto rukopisy jsou uloženy v Královské kanonii premonstrátů na Strahově. Žádnou publikaci z inifinitezimálního počtu však nevydal. Jandera nebyl tvůrčím matematikem, byl prý však svědomitým učitelem a přísným examinátorem. Penzionován byl v roce 1837, ale vyučoval dalších dvacet let. Chtěl být „odvezen z katedry rovnou do hrobu“. Dne 8. července 1857 byl cestou na přednášku v Karlově ulici sražen povozem, přednášku sice ještě proslovil, ale 27. července 1857 svým zraněním podlehl.

Po Janderovi přednášel na univerzitě diferenciální a integrální počet jeho nástupce, německý matematik *Wilhelm Matzka* (1798–1891), který přišel na univerzitu z pražské polytechniky v roce 1850 a působil zde do roku 1871. Život a dílo W. Matzky je podrobně a pečlivě popsáno v publikaci [9]. Zde se můžeme dočíst, že Matzka ovlivnil přípravu středoškolských učitelů matematiky. Nerozvíjel skutečnou vědeckou práci, byl především učitelem. Po roce 1848/1849 byla příprava středoškolských profesorů hlavním posláním filosofických fakult. Na tuto přípravu budoucích učitelů se Matzka výrazně soustředil. Byl členem zkušební komise gymnaziálního učitelského úřadu pro předmět matematika. Vychoval řadu výtečných středoškolských profesorů a významně ovlivnil výuku matematiky na středních školách v českých zemích.

V roce 1826 byl profesorem vyšší matematiky na univerzitě jmenován *Jakub Filip Kulik* (1793–1863). Kulik je známý vytvořením tabulek dělitelů a tabulky prvočísel od čísla 3 033 001 do čísla 100 330 201. Toto dílo, nedokončený osmisvazkový rukopis, nebylo pro svoji rozsáhlost vydáno. Kulik přednášel diferenciální a integrální počet nejdříve podle učebnice Ettingshausenovy (*Vorlesungen über die höhere Matematik*, Wien, 1827). Protože nebyl s touto učebnicí spokojen, vydal v roce 1831 první vydání své učebnice *Lehrbuch der höheren Analysis*. Druhé, rozšířené vydání vyšlo v roce 1843. Jak uvádí L. Moravec [10], jednalo se o poměrně rozšířenou a mezi studenty oblíbenou knihu. Kulik patřil ke vstřícným a oblíbeným učitelům, na něž studenti rádi vzpomínali.

K činnosti Jandery, Kulika a Matzky se vyjadřuje ve své práci [8] F. J. Studnička. Jeho hodnocení není, s výjimkou Kulika, příliš příznivé. V souvislosti s Janderou píše o smutné době Janderovské, chválí Kulikovy spisy, které však byly německé a čeština prý z nich neměla žádných výhod. Podobně prý neprospěl češtině sterilní Matzka.

Nejvýznamnějším matematikem, který působil v Čechách v první polovině 19. století je *Bernard Bolzano* (1781–1848), český, německy hovořící matematik, filozof, estetik a kněz. Po neúspěšném konkurzu na místo profesora matematiky po Stanislavu Vydrovi přijal Bolzano místo univerzitního profesora filosofie náboženství. V roce 1819, na Štědrý den, mu bylo znemožněno dekretem císaře Františka I. učit a tři týdny poté byl z učitelského úřadu pro své reformátorské názory nakonec suspendován a byla mu přiřčena penze ve výši 300 zlatých na rok. Původní plat byl 800 zlatých ročně. V matematice se věnoval geometrii, diferenciálnímu a integrálnímu počtu, logice, otázkám souvisejícím s teorii množin a filosofii matematiky [6]. V matematické analýze zkoumal pojmy jako jsou funkce, limita funkce, spojitost funkce, derivace funkce, konvergence posloupnosti, reálná čísla. Za jeho života vyšly jen dvě práce týkající se matematické analýzy [11]. Bohužel, mnohé jeho výsledky, ač měly světovou úroveň, zůstaly v rukopisech a vývoj matematiky neovlivnily. Výsledky Bolzanovy práce v matematice byly zhodnoceny až v roce 1881 (Otto Stolz). Jeden z nejznámějších výsledků Bolzanovy práce v matematické analýze je věta, kterou dokázal v roce 1817 a která je nazývána jako *Bolzanova věta* nebo *Bolzano–Cauchyova věta* nebo *Cauchyova věta*. Je zajímavé, že v učebnicích diferenciálního počtu Vojtěcha Jarníka označení *Bolzanova věta* není použito. Současný zápis této věty je:

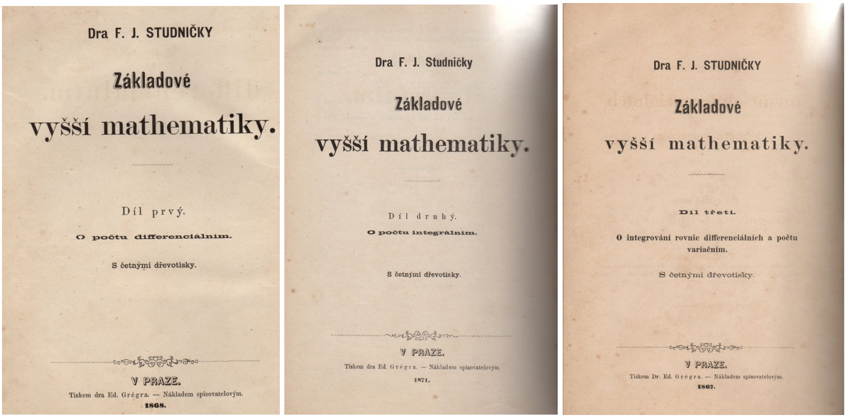
> *Nechť f je spojitá funkce na intervalu $\langle a, b\rangle$, kde $f(a) \cdot f(b) < 0$. Pak existuje $c \in (a, b)$ tak, že $f(c) = 0$.*

Bolzano uvádí tuto větu ve tvaru [11]:

> *Jsou-li f, g funkce spojité v uzavřeném intervalu $\langle a, b\rangle$ a je-li $f(a) < g(a)$, $f(b) > g(b)$, existuje uvnitř tohoto intervalu aspoň jedno číslo x tak, že $f(x) = g(x)$.*

Podle [11] již pouhé vyslovení této krajně důležité věty, v němž má Bolzano prioritu před Cauchym, svědčí o pronikavosti jeho pohledu na základní otázky analýzy. Martin Jašek, profesor matematiky a fyziky na dívčím gymnáziu v Plzni, se ke konci první světové války vydal do Vídně pátrat v Bolzanově pozůstalosti. Zde objevil spis *Functionenlehre*, ve kterém byl uveden historicky první příklad funkce (od té doby označovanou termínem Bolzanova funkce), která je na celém svém intervalu spojitá, ale v žádném bodě diferencovatelná. K vydání *Functionenlehre* [12] došlo až v roce 1930, zejména zásluhou profesora Karla Rychlíka, který knihu doplnil poznámkami.

V roce 1871 byl na pražské univerzitě jmenován profesorem matematiky *František Josef Studnička* (1836–1903) [13], který předtím působil na pražské technice. Hlavním přínosem Studničky bylo zavedení českých matematických přednášek [5]. Po letech, kdy byl přednášen diferenciální a integrální počet zprvu latinsky a poté německy, mohli poprvé čeští univerzitní studenti sledovat přednášky z analýzy v české řeči. Studnička je autorem první česky psané vysokoškolské učebnice z matematické analýzy. Učebnice *Základové vyšší mathematiky* byla napsána v době, kdy byl Studnička ještě na pražské technice. Učebnice, kterou vydal Studnička nákladem vlastním, se skládá ze tří dílů (*I. O počtu differenciálním, II. O počtu* *integrálním, III. O integrování rovnic differenciálních a počtu variačním*). Podrobným rozborem a hodnocením této publikace se zabývá práce [13]. V tomto hodnocení, které není příliš pro Studničku příznivé, se můžeme dočíst, že se Studnička při psaní této knihy potýkal s řadou problémů. Jedním z nich byl problém terminologie, protože v té době ještě neexistovala česká matematická terminologie. Na odbornou úroveň knihy měla vliv skutečnost, že kniha nebyla psána pro univerzitní studenty, ale pro budoucí techniky, při jejichž výuce byly upřednostňovány základní matematické metody a řešení praktických problémů. Kniha však byla používána na univerzitě až do počátku 20. století.



Obr. 3 Titulky tří dílů Studničkovy učebnice *Základové vyšší mathematiky*

V učebnici nejsou použity kvantifikátory, látka není rozdělena na definice, věty a důkazy, není používán jazyk (ε, δ)-analýzy. Na ukázku uvádím část textu z kapitoly *Jak se určuje první differenciální poměr funkcí jednoduchých* (Kniha I. O differencování a differenciálních poměrech vůbec, s. 18–21):

Jest-li $y = \sin x$, bude podle známého pravidla $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \lim \frac{\sin(x+\alpha) - \sin x}{\alpha}$ aneb podlé goniometrické stejniny známé $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \lim \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \cos\left(x + \frac{\alpha}{2}\right)$; poněvadž $\lim \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} = 1$, jest $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \lim \cos\left(x + \frac{\alpha}{2}\right) = \cos x$ aneb $\mathrm{d}\sin x = \cos x\,\mathrm{d}\,x$. Znajíce $\mathrm{d}\sin x$, obdržíme $\mathrm{d}\cos x$, píšeme-li $\frac{\pi}{2} - x$ místo x a tedy $-\mathrm{d}x$ místo $\mathrm{d}x$, z čehož jde $\mathrm{d}\cos x = -\sin \mathrm{d}x$.

Předložena-li nějaká funkce $y = \varphi(x)$ a jest-li její funkce obrácená $x = \psi(y)$, tu obdržíme differencováním této $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}y} = \psi'(y)$, a differencováním oné $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \varphi'(x)$, z kterýchžto posledních dvou rovnic jde $\varphi'(x) = \frac{1}{\psi'(y)}$ aneb $\varphi'(x) = \frac{1}{\psi'[\varphi(x)]}$.

Učebnice Studničkovy byly částečně nahrazeny až v roce 1902, kdy vyšla nákladem JČM (*Jednota českých mathematiků*) učebnice *Počet differenciálný*, kterou napsal na objednávku JČM *Eduard Weyr* (1852–1903). Na rozdíl od JČM, která knihu vysoce hodnotila, Weyrovu knihu velmi zkritizoval *J. V. Pexider* (1874–1914). Vyvolal tak velký spor nejen mezi matematiky. V dobovém tisku vyšlo ke sporu několik článků. Podrobné informace o této záležitosti lze nalézt v publikaci [14].

Literatura

[1] *Bero, P., Hejný, M.*: Vyučovanie infinitezimálného počtu. Matematické obzory, roč. 36 (1991), s. 15–22.

[2] *Drtina, F.*: Reforma středoškolská z českého hlediska. Družstvo Pokrok, Praha, 1909.

[3] *Kopáčková, A.*: Fylogeneze pojmu funkce. In: Bečvář, J., Fuchs, E. (eds.): Matematika v proměnách věků II. Prometheus, Praha, 2001.

[4] *Kolomý, R.*: J. Stepling – matematik, fyzik a astronom. Matematika a fyzika ve škole, roč. 9 (1978), č. 4.

[5] *Nový, L. a kol.*: Dějiny exaktních věd v českých zemích do konce 19. století. ČSAV, Praha, 1961.

[6] *Bečvářová, M.*: Česká matematická komunita v letech 1848 až 1918. Matfyzpres, Praha, 2008.

[7] *Rybička, A.*: Václav Vydra. Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. 1 (1872), č. 1, 2.

[8] *Studnička, F. J.*: Mathematika. In: Vědecký a umělecký rozvoj v národě českém 1848–1898. Vědy exaktní. Česká akademie císaře Františka Josefa pro vědy, slovesnost a umění, Praha, 1898.

[9] *Chocholová, M., Štoll, I.*: Wilhelm Matzka (1798–1891). Edice Dějiny matematiky, sv. 49, Matfyzpress, Praha, 2011.

[10] *Moravec, L.*: Jakub Filip Kulik v Olomouci, Štýrském Hradci a Praze. In: Bečvář, J., Bečvářová, M. (eds.): 31. mezinárodní konference Historie matematiky, Velké Meziříčí, 18. až 22. 8. 2010. Matfyzpres, Praha, 2010.

[11] *Jarník, V.*: Bolzano a základy matematické analýzy. JČMF, Praha, 1981.

[12] *Bolzano, B.*: Functionenlehre. Královská česká společnost nauk, Praha, 1930.

[13] *Bečvářová, M.*: František Josef Studnička 1836–1903. Prometheus, Praha, 1998.

[14] *Bečvář, J.*: Eduard Weyr 1852–1903. Prometheus, Praha, 1995.