ZPRÁVY

Mimořádný úspěch v 62. ročníku Mezinárodní matematické olympiády

IMO 2021
62nd International Mathematical Olympiad Saint-Petersburg Russia

Po loňské Mezinárodní matematické olympiádě (IMO), která se kvůli pandemii covid-19 musela konat online formou, se ruští kolegové rozhodli ji opět uspořádat a doufali, že se letos bude konat prezenčně v Petrohradě. Bohužel přes jejich veškerou snahu přetrvávající pandemie způsobila, že IMO opět proběhla online. Soutěž se tak konala ve dnech 14.– 24. července 2021. Pokud to epidemiologická situace dovolila, sešly se jednotlivé národní týmy v jednom centru, kde soutěžily pod dohledem kamer, svých vedoucích a IMO komisaře. Soutěže se zúčastnilo tentokrát 619 žáků ze 107 zemí celého světa.

Český reprezentační výběr byl sestaven na základě výsledků ústředního kola kategorie A 70. ročníku Matematické olympiády a dále následného výběrového soustředění. Místo v reprezentaci si vybojovali: *Karel Chwistek* (4/4), Mendelovo gymnázium v Opavě, *Michal Janík*, (6/8), *Magdaléna Mišinová* (8/8), *Samuel Rosiar* (2/4) a *Matouš Šafránek* (7/8), všichni gymnázium Jana Keplera v Praze 6 a *Jiří Kalvoda* (8/8), gymnázium v Brně, tř. Kapitána Jaroše. Vedoucím české delegace byli *RNDr. Jaroslav Švrček, CSc.*, z PřF UP v Olomouci, jeho zástupcem *doc. RNDr. Tomáš Bárta, Ph.D.*, z MFF UK v Praze a pedagogickým vedoucím byl *RNDr. Pavel Calábek, Ph.D.*, z PřF UP v Olomouci. IMO komisařem pro české družstvo byl *Dr. Jacek Uryga* z polských Katovic.

Celý český tým se sešel v neděli 18. července na gymnáziu Mikuláše Koperníka v Bílovci, které nám poskytlo vynikající podmínky pro zdárný průběh online soutěže. Zatímco naši soutěžící sledovali virtuální slavnostní zahájení a ladili formu na soutěž, vedoucí družstva nastavovali, testovali a připojovali počítačovou techniku. Vlastní soutěž se konala tradičně ve dvou dnech, 19. a 20. července 2021, kdy soutěžící řešili po dobu 4,5 hodiny každý den tři soutěžní úlohy. Každá z úloh byla ohodnocena nejvýše 7 body. S ohledem na online formu soutěže byly tyto dny pro vedení týmů velmi hektické. Jako tradičně odeslali v dubnu zástupci jednotlivých zemí návrhy soutěžních úloh. Úlohová komise IMO pak (tentokrát sama – bez spoluúčasti vedoucích týmů jako členů mezinárodní jury) vybrala šestici soutěžních úloh, s nimiž se pak vedoucí národních týmů mohli seznámit vždy nejvýše tři hodiny před začátkem soutěže v každém ze soutěžních dnů. V této době (kromě obvyklé organizační činnosti) vedoucí týmů pod dohledem IMO komisaře úlohy přeložili do mateřských jazyků a poslali ke schválení organizátorům. Až poté se soutěžní úlohy pro každý den mohly definitivně vytisknout.

Tento způsob výběru úloh se promítl i do závěrečných výsledků. Úlohová komise IMO správně posoudila obtížnost první a třetí úlohy každého dne – první úloha bývá tradičně přístupná pro všechny řešitele a třetí úloha má rozřadit řešitele na předních místech. Ovšem druhá úloha prvního dne, která má rozhodnout o pořadí řešitelů přibližně uprostřed výsledkové listiny, se ukázala jako druhá nejobtížnější celé soutěže. Bodové hranice, které určovaly medaile, tak byly letos jedny z nejnižších v celé historii soutěže. I přesto absolutní vítěz 62. IMO *Yichuan Wang* z Číny získal plný počet 42 bodů. S potěšením lze konstatovat, že české družstvo si letos vedlo nad očekávání dobře. Nejlepšího umístění dosáhl *Matouš Šafránek* (35 bodů), který získal zlatou medaili a umístil se v celkovém pořadí na děleném 10.–12. místě, *Magdaléna Mišinová* (22 bodů), *Samuel Rosiar* (21 bodů) a *Karel Chwistek* (21 bodů) získali stříbrnou medaili, kdy první z nich se umístila na 63.–104. místě, zbývající dva obsadili 105.–142. místo. Konečně *Jiří Kalvoda* obdržel bronzovou medaili za zisk 18 bodů, což byl výsledek jediný bod za hranicí udělení stříbrné medaile. Celkově tak skončil na 156.–163. místě.

Podle zisku medailí je letošní výsledek českého družstva nejlepší v celé historii české účasti od roku 1993. Skvělý výsledek podtrhuje také výborné 16. místo v soutěži družstev. Podrobnější informace o výsledcích najdete ve výsledkových listinách, na stránkách letošního ročníku IMO a na oficiálních stránkách soutěže.

Vzhledem k pandemii covid-19 připravili ruští organizátoři pro soutěžící bohatý virtuální program, kterého se všichni mohli zúčastnit pomocí aplikací na sociálních sítích. Nechyběla zde ani tradiční prezentace všech účastníků z jednotlivých zemí, ani závěrečný ceremoniál. Kromě toho obsahoval zmíněný program množství diskusních center a virtuálních prohlídek významných petrohradských pamětihodností.

Na závěr uvádíme zadání všech šesti soutěžních úloh.

První soutěžní den

(19. 7. 2021)

1. Nechť $n \geq 100$ je celé číslo. Ivan napsal čísla $n, n+1, \ldots, 2n$, každé z nich na jinou kartu. Pak těchto $n+1$ karet zamíchal a rozdělil na dvě hromádky. Dokažte, že aspoň jedna z těchto hromádek obsahuje takové dvě karty, že součet čísel na nich napsaných je druhou mocninou přirozeného čísla.

2. Dokažte, že pro všechna reálná čísla $x_1, \ldots, x_n$ platí nerovnost

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sqrt{|x_i - x_j|} \leq \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sqrt{|x_i + x_j|}.$$

3. Nechť D je vnitřní bod ostroúhlého trojúhelníku ABC, v němž $|AB| > |AC|$, a platí $|\sphericalangle DAB| = |\sphericalangle CAD|$. Bod E úsečky AC splňuje $|\sphericalangle ADE| = |\sphericalangle BCD|$, pro bod F úsečky AB platí $|\sphericalangle FDA| = |\sphericalangle DBC|$ a pro bod X přímky AC platí $|CX| = |BX|$. Nechť O_1 a O_2 jsou středy kružnic opsaných po řadě trojúhelníkům ADC a EXD. Dokažte, že přímky BC, EF a O_1O_2 procházejí společným bodem.

Druhý soutěžní den

(20. 7. 2021)

4. Nechť Γ je kružnice se středem I a $ABCD$ konvexní čtyřúhelník, jehož strany AB, BC, CD, DA jsou tečnami kružnice Γ, a Ω je kružnice opsaná trojúhelníku AIC. Polopřímka BA protíná kružnici Ω v bodě X, který leží za bodem A a polopřímka BC protíná Ω v bodě Z, který leží za bodem C. Polopřímky AD a CD protínají kružnici Ω po řadě v bodech Y a T, které leží za bodem D. Dokažte, že

$$AD| + |DT| + |TX| + |XA| = \\ = |CD| + |DY| + |YZ| + |ZC|.$$

5. Dvě veverky, Bushy a Jumpy, nasbíraly na zimu 2021 oříšků. Jumpy označila oříšky čísly od 1 do 2021 a vyhloubila 2021 malých jamek po obvodu kružnice kolem svého oblíbeného stromu. Následující ráno Jumpy zjistila, že Bushy umístila do každé jamky po jednom oříšku bez ohledu na jejich čísla. Nešťastná Jumpy se rozhodla přeskupit oříšky použitím posloupnosti 2021 kroků. V k-tém kroku Jumpy zamění pozice dvou oříšků sousedících s oříškem k. Dokažte, že existuje hodnota k taková, že v k-tém kroku zamění Jumpy oříšky s některými čísly a a b, která splňují nerovnost $a < k < b$.

6. Nechť $m \geq 2$ je celé číslo, A je konečná množina (ne nutně kladných) celých čísel a $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_m$ jsou podmnožiny A. Předpokládejme, že pro každé $k = 1, 2, \ldots, m$ je součet prvků B_k roven m^k. Dokažte, že A obsahuje aspoň $m/2$ prvků.

Následující, doufejme, že již prezenční, ročník soutěže bude organizovat Norsko (v hlavním městě Oslo), a to v termínu 6.–16. 7. 2022.

Pavel Calábek

České družstvo před budovou GMK v Bílovci. Zleva: K. Chwistek, doc. T. Bárta, J. Kalvoda, M. Mišinová, dr. P. Calábek, S. Rosiar, M. Šafránek, M. Janík a dr. J. Švrček