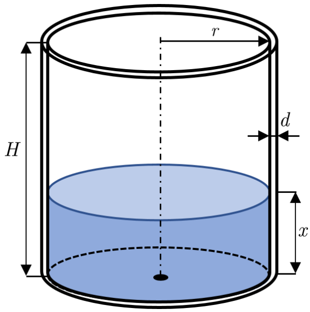
Příloha časopisu
MATEMATIKA – FYZIKA – INFORMATIKA
Ročník 30 (2021), číslo 4

Úlohy I. kola (domácí část) 63. ročníku FO (kategorie A–G)

http://fyzikalniolympiada.cz/

1. Válec s vodou

Nádoba tvaru tenkostěnného válce o poloměru $r = 5{,}0$ cm je do určité výšky h_0 naplněna vodou. Hustota vody $\rho = 1{,}0 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Malým otvorem uprostřed dna nádoby voda pomalu vytéká, dokud nádoba není prázdná. Během vytékání vody se výška těžiště nádoby s vodou h nad základnou mění v závislosti na výšce hladiny vody x nad základnou. Tato závislost je zaznamenána v grafu na obr. 2. Tloušťka stěn nádoby je d ($d \ll r$) a je stejná jako tloušťka jejího dna. Nádoba je vyrobena z materiálu o hustotě $\rho_1 = 3{,}0 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.



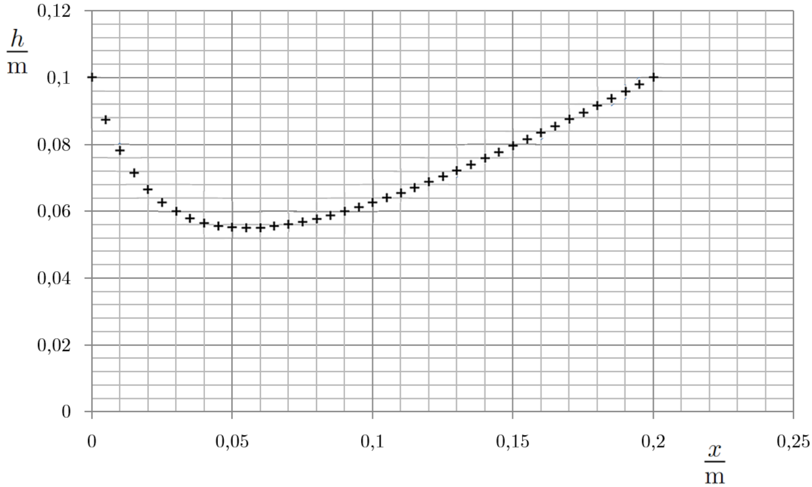
Obr. 1

a) Pomocí grafu určete počáteční výšku h_0 a výšku h_1, ve které se nachází těžiště prázdné nádoby.

b) Napište závislost výšky těžiště nade dnem nádoby $h(x)$. Užitím této závislosti a pomocí grafu zjistěte hmotnost prázdné nádoby m_1. Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.

c) Určete výpočtem výšku hladiny vody x_1, při které je těžiště nádoby s vodou nejníže. Hodnoty m_1 a h_1 považujte za známé.

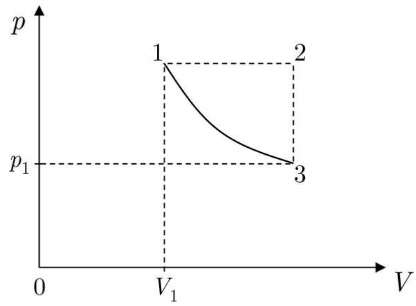
d) Užitím získaných výsledků m_1 a h_1 určete výšku nádoby H a tloušťku jejích stěn d.



Obr. 2

2. Kruhový děj

Určité množství ideálního dvouatomového plynu prochází kruhovým dějem 1–2–3–1, který je znázorněn v pV-diagramu. Děj 3–1 je izotermický, známe veličiny p_3 a V_1. V části děje 1–2 bylo plynu dodáno teplo Q.



Obr. 3

a) Určete tlak a objem plynu v ostatních bodech kruhového děje.
b) Určete teplo vyměněné s okolím ve zbylých částech kruhového děje.
c) Jaká by byla účinnost tepelného stroje, který by pracoval podle tohoto kruhového děje?

Části a) a b) řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $Q = 2{,}0$ kJ, $p_3 = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa, $V_1 = 0{,}5$ l. Vnitřní energie ideálního plynu s dvouatomovými molekulami $U = \frac{5}{2}nRT$.

3. Nanohodiny

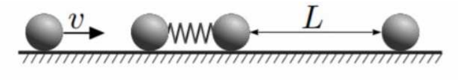
Nanotechnologie umožňují výrobu velice malých struktur. Uvažujme malý tenký prstenec o poloměru R, který je rovnoměrně nabitý kladným nábojem Q.

a) Určete elektrický potenciál φ v bodě P ležícím na ose prstence ve vzdálenosti z od jeho středu.
b) Určete intenzitu elektrického pole $\boldsymbol{E}$ v bodě P.
c) Ukažte, že síla působící na elektron pohybující se se podél osy symetrie v blízkosti středu prstence ($|z| \ll R$) je harmonická (tj. závisí na z přímo úměrně).
d) Určete frekvenci kmitání takového elektronu. Použijte číselné hodnoty $R = 1{,}0$ µm a $Q = 1{,}0 \cdot 10^{-13}$ C.
e) Uvažujme nyní, že elektron se může pohybovat i mimo osu symetrie prstence. Je poloha ve středu prstence (na ose, tj. pro $z = 0$) stabilní nebo nestabilní? Zdůvodněte svoji odpověď.

Může se vám hodit následující vztah: $(1 + x)^\alpha \cong 1 + \alpha x + \dfrac{1}{2}\alpha(\alpha - 1)x^2$.

4. Činka

Dvě stejné dokonale pružné koule o hmotnosti m jsou spojeny pružinou o tuhosti k, čímž vytvoří činku. Tato činka leží v klidu na hladké vodorovné podlaze (zanedbejte veškeré tření). Třetí koule (stejná jako předchozí dvě) narazí do činky z levé strany rychlostí v (viz obr. 4). Čtvrtá koule (stejná jako předchozí) leží napravo od činky.



Obr. 4

a) Jaká je rychlost těžiště činky poté, co je zasažena koulí putující zleva?

b) Při jaké vzdálenosti L mezi činkou a koulí napravo bude výsledná rychlost pravé koule stejná, jako počáteční rychlost v koule, která narazila zleva?

5. Balistická raketa

Raketa je vystřelena z pólu nerotující planety Země první kosmickou rychlostí a dopadne na rovník. Poloměr Země uvažujte $R = 6\,400$ km.

a) Určete velikost hlavní poloosy a dráhy rakety.

b) Jaká je maximální výška h rakety během jejího letu nad povrchem Země?

c) Jaká je doba letu τ rakety?

Poznámka: Mechanická energie tělesa obíhajícího kolem Země je $E = -\frac{GMm}{2a}$, kde G je gravitační konstanta, M hmotnost Země, m hmotnost tělesa a a velikost hlavní poloosy oběžné dráhy (nulová potenciální energie odpovídá letu do nekonečna). Obsah elipsy je $S = \pi ab$, kde b je velikost vedlejší poloosy. Předpokládejte, že $R > \max(a, b)$.

6. Latexová rukavice

Latex je vysoce pružný elastický materiál, u kterého lze předpokládat, že jeho objem zůstává při protahování konstantní prakticky až do jeho přetržení.

Pomůcky: Alespoň tři páry bezbarvých lékařských latexových rukavic; pevná průhledná lepicí páska; nůžky; alespoň čtyři listy milimetrového papíry formátu A4 nebo většího; tři pravítka; měřicí páska (minimálně 1 m); permanentní značkovač s co možná nejmenším hrotem.

Gumové rukavice můžete stříhat na kusy dle libosti. Kousky rukavic lepte buďto přímo na pracovní stůl pomocí lepicí pásky nebo k připevnění použijte pravítko. Ke každé úloze načrtněte vaši experimentální aparaturu a podrobně popište pracovní postup. Výsledky měření zapisujte do tabulek.

a) Určete maximální relativní prodloužení ε_m pásku latexového filmu, tedy relativní prodloužení odpovídající mezi pevnosti latexu. Relativní prodloužení je definováno jako $\varepsilon = (l - l_0)/l_0$, kde l_0 je délka nedeformovaného pásku a l délka deformovaného pásku. Měření proveďte alespoň třikrát a diskutujte výsledky.

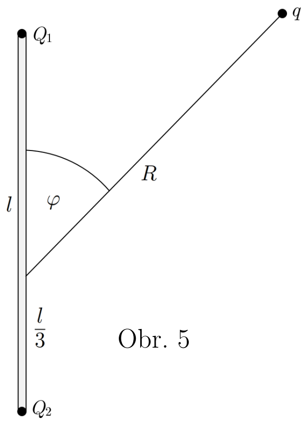
b) Předpokládáme, že objem latexu se v deformovaném stavu nemění a také, že působící síla ovlivňuje změny v příčném směru stejným způsobem. Předpokládejme také konstantní tloušťku pásku. Tedy, označíme-li tlouštku latexového filmu a a šířku pásku d, platí $d/a = d_0/a_0$, kde a_0 je tloušťka v nedeformovaném stavu a d_0 je šířka pásku v nedeformovaném stavu. Uvažujme nyní latexový pásek o šířce d_{m0} a délce l_0 v nedeformovaném stavu. Sílu, která pásek přetrhne, označíme F_m, délka pásku při přetržení je l_m. Normálové napětí σ je dle definice číselně rovno napínací síle působící na jednotku plochy průřezu deformovaného pásku, tedy obecně $\sigma = F/ad$. Tzv. mez pevnosti σ_p je normálové napětí nutné k přetržení pásku, v našem případě $\sigma_p = F_m/a_m d_m$. Mějme nyní druhý pásek se šířkou d_0, $d_0 > d_{m0}$, a stejnou délkou l_0 v nedeformovaném stavu. Působíme-li na pásek výše zmíněnou silou F_m, pásek se prodlouží na délku l. Ukažte, že platí

$$\frac{\sigma}{\sigma_p} = \frac{d_{m0}}{d_0}\frac{l}{l_m}.$$

c) Navrhněte způsob, jak zajistit stejné silové působení na pásky latexu o stejné délce a různé šířce. Změřte a vyneste do grafu deformační křivku latexu, tj. závislost normálového napětí σ na relativním prodloužení. Normálové napětí měřte v relativních jednotkách, normalizujte je na napětí, které způsobí přetržení pásku (mez pevnosti σ_p).

7. Měření náboje

Na koncích nevodivé tyče o délce l jsou umístěny dvě nabité kuličky (obr. 5). Náboj Q_2 spodní kuličky je známý, náboj Q_1 horní kuličky neznáme.



Obr. 5

Ve vzdálenosti l_1 od náboje Q_1 je k nevodivé tyči pomocí nevodivé nitě o délce R připevněna třetí kulička o zanedbatelné tíze, nesoucí náboj q. Všechny náboje mají stejná znaménka.

a) Určete velikost náboje Q_1, je-li úhel, který svírá nit s tyčí, roven β.

b) Jaký největší náboj $Q_{\max}$ a nejmenší náboj $Q_{\min}$ můžeme popsaným zařízením naměřit, bude-li $l_1 = \frac{2l}{3}$ a $R = l$?

Úlohy 1. kola 63. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

1. Míček na nakloněné rovině

Malý míček je z výšky h puštěn na dlouhou nakloněnou rovinu s úhlem sklonu α a několikrát se od ní odrazí. Ráz je dokonale pružný, velikost rychlosti se proto při odrazu nemění, úhel dopadu se rovná úhlu odrazu. Určete

a) vzdálenost x_1 bodů na nakloněné rovině, ve kterých míček dopadl na nakloněnou rovinu poprvé a podruhé,

b) vzdálenost x_2 bodů na nakloněné rovině, ve kterých míček dopadl na nakloněnou rovinu poprvé a potřetí,

c) poměr vzdáleností mezi jednotlivými body dopadu.

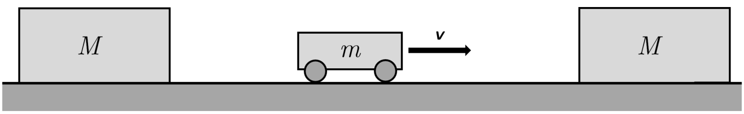
2. Vozík mezi hranoly

Na vodorovném povrchu leží dva stejné hranoly, každý o hmotnosti M (obr. 1). Součinitel tření mezi hranolem a podložkou je f. Mezi hranoly se bez tření pohybuje vozík, jehož hmotnost je $m = \frac{M}{3}$ a jeho počáteční rychlost má velikost v. Vozík se pohybuje vpravo. Po dokonale pružné srážce s pravým hranolem se pohybuje opačným směrem a po dokonale pružné srážce s levým hranolem zase v původním směru. Určete

a) velikost rychlosti vozíku v_1 a velikost rychlosti pravého hranolu u_1 po prvním odrazu,

b) velikost rychlosti vozíku v_2 po prvním odrazu od levého hranolu a velikost rychlosti u_2 levého hranolu po prvním odrazu,

c) o jakou vzdálenost l_1 a l_2 se posunou pravý a levý hranol po skončení pohybu vozíku, předpokládáme-li, že doba nárazu je nekonečné malá a při dalším nárazu vozíku je hranol zase v klidu.

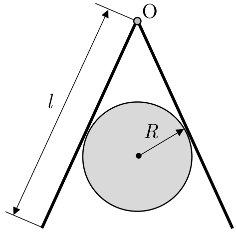


Obr. 1

Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

3. Válec mezi deskami

Dvě stejné, tenké, stejnorodé desky, každá o hmotnosti m a délce $l = 0{,}5$ m, jsou zavěšeny na společné vodorovné ose tak, že se mohou volně otáčet. Mezi desky umístíme válec o hmotnosti $M = 0{,}4m$ s poloměrem $R = 0{,}1$ m tak, že jeho osa je rovnoběžná s osou závěsu desek a body dotyku mezi válcem a deskami jsou právě v polovině délky desek (obr. 2).



Obr. 2

a) Jaký musí být součinitel tření f mezi válcem a deskami, aby soustava byla v rovnováze?

b) Jaký by musel být součinitel tření f_1, posuneme-li válec tak, aby body dotyku mezi válcem a deskami byly ve vzdálenosti $\frac{3}{4}l$ od osy otáčení?

c) Jak nejdále od osy otáčení mohou být body dotyku válce a desek, bude-li součinitel tření $f_2 = \frac{f}{2}$?

4. Přelévání vody

V jednom kalorimetru je $m = 200$ g vody o teplotě $t_{01} = 20$ °C, ve druhém kalorimetru je dvojnásobné množství vody o teplotě $t_{02} = 80$ °C. Z kalorimetru s teplejší vodou přelijeme $\Delta m = 50$ g vody do kalorimetru s chladnější vodou a po promíchání přelijeme stejné množství vody zpět do kalorimetru s vodou teplejší.

a) Jaký bude rozdíl teplot vody $(t_2 - t_1)$ v kalorimetrech po ustálení teplot?

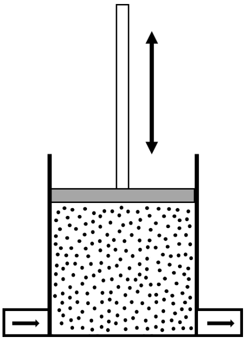
b) Jaký bude rozdíl teplot vody $(t_4 - t_3)$ v kalorimetrech, provedeme-li přelévání vody ještě jednou?

c) Kolikrát budeme muset toto přelévání opakovat, aby rozdíl teplot v kalorimetrech byl menší než 1 °C?

Ztráty tepla při přelévání vody a tepelnou kapacitu kalorimetrů zanedbáme.

5. Válec s ventily

Válec s pohyblivým pístem (obr. 3) je opatřen dvěma ventily; vstupní se otevírá, když rozdíl tlaku vzduchu vně a uvnitř válce je $\Delta p_1 = 0{,}20 p_0$, výstupní ventil se otevírá, když rozdíl tlaku vzduchu uvnitř a vně válce je $\Delta p_2 = 0{,}40 p_0$, kde p_0 je normální atmosférický tlak. Píst se pohybuje pomalu nahoru a dolů tak, že se objem vzduchu ve válci mění od objemu V_0 k objemu $2V_0$ a zpět. Teplota vzduchu T_0 vně i uvnitř válce se nemění.



Obr. 3

a) Určete největší a nejmenší množství látky n ve válci během pohybu pístu.

b) Zobrazte tento děj v $p - V$ diagramu po větším počtu kmitů pístu.

c) Jak se změní výsledky a) a b) v případě, že $\Delta p_1 = 0{,}40 p_0$ a $\Delta p_2 = 0{,}20 p_0$?

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $p_0 = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa, $V_0 = 1{,}00$ l, $T_0 = 300$ K. Molární plynová konstanta $R = 8{,}31 \ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$.

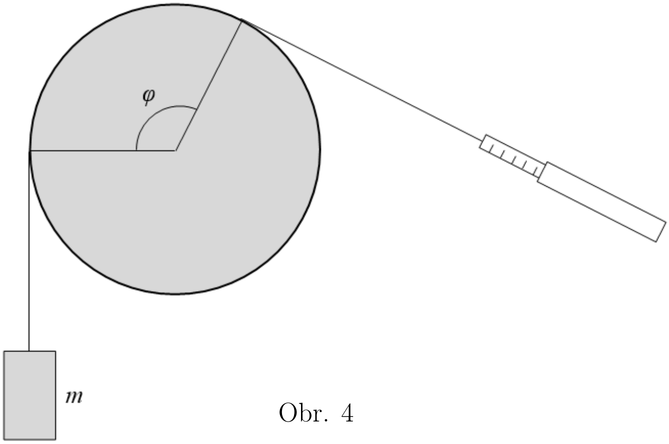
6. Praktická úloha: Vláknové tření

Přes upevněný válec s vodorovnou osou vedeme tenký provázek. Na jeho jeden konec zavěsíme závaží o hmotnosti m, na jeho druhý konec připevníme siloměr, za který táhneme v daném směru tak, že těleso velmi pomalu rovnoměrným pohybem stoupá vzhůru. Provázek přitom klouže po plášti válce v dotykovém kruhovém oblouku se středovým úhlem φ (úhel opásání). Siloměr pro tento úhel změří velikost F síly, která je součtem velikosti tíhové síly závaží mg a velikosti třecí síly F_t mezi provázkem a pláštěm válce. Součinitel smykového tření mezi provázkem a pláštěm válce označíme f. Z teorie plyne, že pro velikost této síly platí

$$F = mg \cdot \mathrm{e}^{f\varphi}, \tag{1}$$

kde úhel φ měříme v radiánech. To znamená, že tahová síla závisí na hmotnosti závaží, na úhlu opásání a na součiniteli smykového tření mezi provazem a pláštěm válce. Tahová síla naopak nezávisí na poloměru válce. Pro úplnost velikost samotné třecí síly lze vyjádřit

$$F_\mathrm{t} = F - mg = mg \cdot \mathrm{e}^{f\varphi} - mg = mg\left(\mathrm{e}^{f\varphi} - 1\right).$$



Obr. 4

Úkol: Změřte závislost (1) tahové síly na úhlu opásání pro daný válec a dvě různé hmotnosti závaží (F_1, F_2), pro válec z téhož materiálu a s jiným poloměrem (F_3) a pro válec z jiného materiálu (F_4). V každé závislosti zjistěte součinitel smykového tření.

Pomůcky: Stativová souprava, válcové profily podle požadavků, provázek, sada siloměrů, závěsné závaží.

Návod a poznámky:

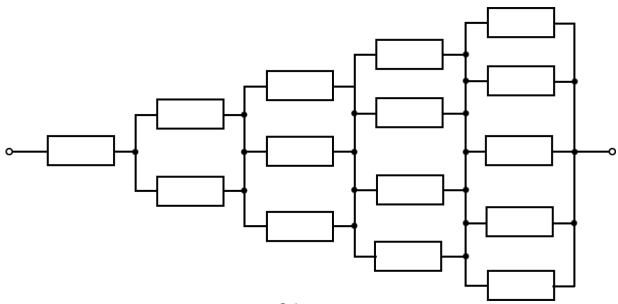
1) Jako válcovou plochu lze použít např. novodurové trubky s dvěma různými průměry.
2) Úhel opásání měníme po $\pi/2$ rad, tj. po 90°, od nuly např. do 4π rad. Hmotnosti závaží přizpůsobíme možnostem rozsahů siloměrů, stejně tak je možné měnit úhel po 45° místo po 90° do polovičního maxima. Naměřené hodnoty uspořádáme do tabulky, číselné a materiálové parametry jsou uvedeny pouze jako příklad.

$\frac{\varphi}{\mathrm{rad}}$	$\frac{F_1}{\mathrm{N}}$ $m = 50$ g novodur $d = 50$ mm	$\frac{F_2}{\mathrm{N}}$ $m = 100$ g novodur $d = 50$ mm	$\frac{F_3}{\mathrm{N}}$ $m = 50$ g novodur $d = 110$ mm	$\frac{F_4}{\mathrm{N}}$ $m = 50$ g ocel $d = 12$ mm
0				
$\frac{\pi}{2}$				
π				
$\frac{3\pi}{2}$				
2π				
$\frac{5\pi}{2}$				
3π				
$\frac{7\pi}{2}$				
4π				
f				

3) Grafy závislostí sestrojíme v Excelu. Změřená data zapíšeme do buněk tabulky. Kurzorem označíme příslušné sloupce s daty a vložíme *Graf*. Volíme typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů) – zobrazí se soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich z nabídky vybereme položku *Přidat spojnici trendu* a následně položku *Typ trendu a regrese*, zvolíme typ *Exponenciální*. Tím se zobrazí křivka zvaná exponenciála, která proloží body grafu. Zobrazíme též *Rovnici regrese*, tj. rovnici získané exponenciály.
4) Ze zobrazené rovnice regrese vyčteme číselnou hodnotu f součinitele smykového tření, zapíšeme do posledního řádku tabulky a zformulujeme závěr.

7. Rezistory s diamanty

Schéma na obrázku 5 se skládá z 15 stejných rezistorů. V každém z nich je ukrytý diamant. Rezistory jsou připojeny ke zdroji stálého napětí U. Chytrý lupič Arsen Lupin chce několik rezistorů ukrást. Přitom ví, že kdyby ukradl rezistor, na kterém je napětí větší než $\frac{U}{7}$, spustí se bezpečnostní alarm. Kolik rezistorů může nejvýše ukrást? Jaké bude konečné schéma zapojení? Uložení diamantů znemožňuje zkratování jednoho rezistoru nebo části obvodu.



Obr. 5

Úlohy 1. kola 63. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

1. Antilopa a gepard

Gepard zahlédl antilopu, která běží směrem od něj rychlostí $v_a = 80\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$. Gepard se rozbíhá z klidu rovnoměrně zrychleně po dobu $t_1 = 4$ s na svou maximální rychlost $v_g = 120\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$. Touto rychlostí může běžet nejvýše po dobu $t_2 = 6$ s a pak musí pro přehřátí organismu postupně zastavit se zrychlením stejné velikosti, s jakým se rozbíhal.

Sestrojte do jednoho grafu závislost rychlosti na času pro obě zvířata. Jaká musí být nejvýše počáteční vzdálenost d mezi zvířaty, má-li gepard antilopu dostihnout? Sestrojte graf závislosti dráhy na času pro pohyb geparda a vyznačte v něm závislost dráhy antilopy na čase pro tento případ.

2. Oční maska

Oční maska POSIFORLID slouží k léčení očí jejich zahříváním na teplotu kolem 45 °C po dobu 5 až 7 minut. Slouží k tomu zvláštní polštářky naplněné kapalinou, která vyvoláním rázové vlny rychle ztuhne. Přitom se uvolní skupenské teplo tuhnutí, které pak oko prohřívá. Vzniklá pevná látka se po ukončení aplikace převádí zpátky na kapalinu zahříváním po dobu nejméně $\tau_1 = 10$ minut ve vroucí vodě.

Radim vzal podle návodu ocelový hrnec o hmotnosti $m_1 = 0{,}7$ kg, dal do něj dva litry vody a po vyrovnání teplot na hodnotě $t_1 = 18$ °C zahříval na ploténce elektrického vařiče zapnuté na nejvyšší příkon $P_{\max} = 1\,200$ W.

a) Za jak dlouhou dobu τ se voda s hrncem zahřeje na teplotu varu vody $t_2 = 100$ °C, když účinnost tepelného přenosu vařiče je $\eta = 80$ %?

Pak Radim vloží do vody polštářky a teplotu udržuje na hodnotě blízké teplotě varu přepnutím vařiče na nejmenší příkon $P_{\min} = 200$ W. Po době $\tau_1 = 10$ minut zahřívání ukončí a polštářky jsou připraveny k dalšímu použití.

b) Jaká byla spotřeba elektrické energie E v kWh při celém procesu?

Aby Radim celý proces urychlil, dá do hrnce jen 0,3 litru vody, zapne vařič a současně využije k ohřátí 1,7 litru vody (více se do konvice nevejde) o stejné počáteční teplotě na teplotu varu varnou konvici o tomto objemu, která má příkon $P_1 = 2\,200$ W. Účinnost tepelného přenosu konvice je $\eta_1 = 90$ %. Vodu zahřátou v konvici na bod varu pak přidá do již vroucí vody v hrnci, přičemž do tohoto okamžiku zůstává nastavený příkon $P_{\max}$ plotýnky.

c) Jak dlouho bude trvat zahřívání vody k bodu varu v konvici (τ_3) a v hrnci (τ_4)? Jaká bude nyní spotřeba energie během celého procesu?

d) Jak by měl Radim vodu rozdělit mezi hrnec a konvici, aby doba zahřívání byla co nejkratší? Jaká bude spotřeba energie v tomto případě?

Hustota vody je $\rho = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, měrná tepelná kapacita vody pak $c = 4\,200\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, měrná tepelná kapacita oceli $c_1 = 450\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$. Teplo spotřebované na vypařování vody v druhé části zahřívání zanedbejte.

3. Pád koule do vody

Koule o hmotnosti $m = 0{,}25$ kg a o objemu $V = 1{,}0\ \mathrm{dm^3}$ padá z výšky $H = 2{,}0$ m bez počáteční rychlosti do vody. Přitom se potopí do hloubky $h = 0{,}5$ m, kde se zastaví a pohybuje se zpět k vodní hladině. Odporová síla proti pohybu koule ve vodě je stálá, odpor vzduchu zanedbáme. Tíhové zrychlení $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Hustota vody $\rho = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

a) Určete velikost odporové síly F ve vodě a porovnejte ji se silou vztlakovou.

b) Do jaké výšky h_1 nad vodní hladinu koule poprvé vyskočí?

c) Do jaké hloubky y se koule potopí po druhém dopadu na hladinu a do jaké výšky h_2 koule vyskočí při jejím druhém vynoření z vody?

Řešte nejprve obecně, v části c) použijte číselné výsledky získané v předchozích částech.

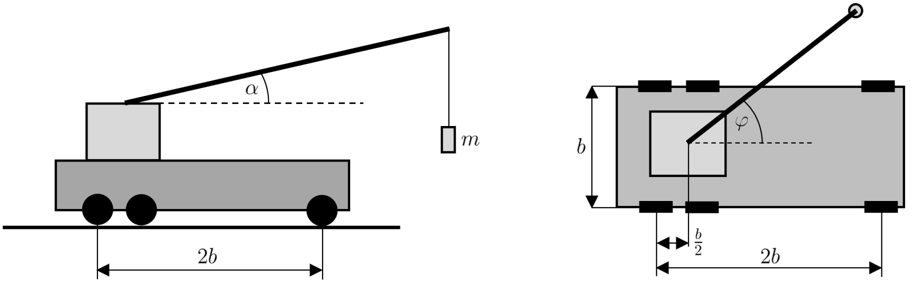
4. Autojeřáb

Autojeřáb hmotnosti $M = 15$ t má rozchod $b = 3{,}0$ m a vzdálenost krajních náprav $2b$ (obr. 1). Délku jeho výsuvného ramena je možno měnit od $l_1 = \frac{l}{2} = 15$ m do $l = 30$ m. Jeřáb je ukotven na ose automobilu ve vzdálenosti $\frac{b}{2}$ od osy zadní nápravy. Úhlová výška ramena jeřábu je α, průmět ramena jeřábu do vodorovné roviny svírá s osou automobilu úhel φ.

Určete:

a) Jaké největší břemeno m_1 může jeřáb udržet při délce ramena l_1 a úhlu $\alpha = 45°$ před automobilem ($\varphi = 0°$) a za automobilem ($\varphi = 180°$)?

b) Jaké největší břemeno m_2 může jeřáb udržet při délce ramena l_1, úhlu $\alpha = 45°$ a úhlu $\varphi = 30°$?



Obr. 1

c) Jaké největší břemeno m_3 může jeřáb udržet při délce ramena l, úhlu $\alpha = 45°$ a úhlu $\varphi = 90°$?

d) S jakým největším zrychlením a může jeřáb zvedat břemeno o hmotnosti $m_4 = 1{,}0$ t ve všech případech? Můžete použít výsledky částí a) až c).

Tíhové zrychlení $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, hmotnost ramena jeřábu můžeme zanedbat, těžiště nezatíženého autojeřábu leží na jeho ose, uprostřed mezi přední a zadní nápravou.

5. Pavouk a pavučina

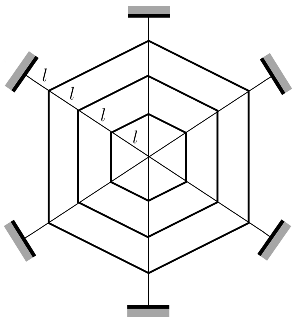
Pavučina zanedbatelné hmotnosti má tvar podle obrázku. Šestiúhelníky jsou pravidelné a dělí radiální vlákna na stejné části o délce l. Konce pavučiny jsou upevněny ve stejné výšce nad zemí. Na počátku pavučina není prověšená. Když se pavouk o hmotnosti m přesune do středu pavučiny, prohne se pavučina tak, že její střed se přiblíží k zemi o vzdálenost h.

a) Dokažte, že příčná vlákna nemají vliv na prohnutí pavučiny.

b) Jaká je tuhost k pavučinového vlákna o délce l? Tíhové zrychlení je g.

c) Určete Youngův modul pružnosti v tahu E pavučinového vlákna, které má průměr d.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $l = 0{,}010$ m, $m = 0{,}010$ g, $h = 5{,}0$ mm, $d = 0{,}15$ µm. Tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.



Obr. 2

6. Pohyb hladiny při výtoku kapaliny otvorem ve stěně nádoby

Vezměte plastovou láhev, která má mezi dnem a hrdlem stejný příčný průřez ve výškovém rozmezí aspoň 20 cm. V nejnižším bodě válcové části vytvořte pomocí hřebíku o průměru asi 2,5 mm zahřátého v plameni malý otvor. Na stěně válcové části vytvořte svislou stupnici v centimetrech s počátkem ve středu výtokového otvoru, která určuje výšku hladiny nad středem otvoru.

Naplňte láhev vodou a nechte ji vytékat. V okamžiku, kdy hladina dosáhne úrovně horního konce stupnice, začněte stisknutím stopek měřit čas. Optimální jsou stopky, které umožňují měřit mezičasy. Zaregistrujte časy průchodu hladiny každou ryskou, dokud voda tryská vodorovně a nestéká po stěně, a zapište je do tabulky. Toto celé měření proveďte 5krát.

Vyplňte zbývající část tabulky. V tabulce je $\bar{t}_i$ aritmetický průměr pěti naměřených časů, $\Delta t_i = \bar{t}_i - \bar{t}_{i-1}$ doba průchodu hladiny mezi dvěma sousedními ryskami, $t_i = \dfrac{\bar{t}_i + \bar{t}_{i-1}}{2}$ aritmetický průměr krajních časů intervalu Δt_i, $v_i = \dfrac{\Delta h}{\Delta t_i}$ průměrná rychlost pohybu hladiny mezi dvěma sousedními ryskami ($\Delta h = 0{,}01$ m).

Považujte nyní rychlost v_i za okamžitou rychlost v čase t_i a do grafu závislosti rychlosti na čase vyneste jednotlivé body. Body proložte přímkou a určete její směrnici.

Stanovte fyzikální význam hodnoty směrnice a napište závěr o charakteru pohybu hladiny v láhvi.

i	$\frac{h}{\mathrm{m}}$	$\frac{t_{i1}}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_{i2}}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_{i3}}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_{i4}}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_{i5}}{\mathrm{s}}$	$\frac{\bar{t}_i}{\mathrm{s}}$	$\frac{\Delta t_i = \bar{t}_i - \bar{t}_{i-1}}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_i = \frac{\bar{t}_i + \bar{t}_{i-1}}{2}}{\mathrm{s}}$	$\frac{v_i = \frac{\Delta h}{\Delta t_i}}{10^{-3}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}$
0	0,20	-	-	-	-	-	0	-	-	-
1	0,19									
2	0,18									
3	0,17									
⋮	⋮									
17	0,03									
18	0,02									
19	0,01									

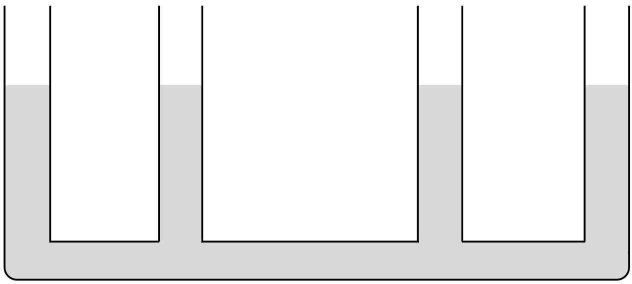
7. Spojené nádoby

Ve spojených nádobách všude stejného průřezu (obr. 3) sahá voda do výšky $h = 10$ cm. Na hladinu vody přidáme v prvním rameni sloupeček oleje o výšce h_1, ve druhém o výšce $h_2 = 2h_1$ a ve třetím o výšce $h_3 = 3h_1$, přičemž $h_1 = 2{,}0$ cm. Určete:

a) Počáteční hydrostatický tlak u dna nádob p_0,

b) změnu tlaku Δp u dna nádob po přidání oleje,

c) změnu výšky hladiny vody Δhv v každém rameni spojených nádob po přidání oleje.



Obr. 3

Hustota vody $\rho_\mathrm{v} = 1{,}0 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, hustota oleje $\rho = 0{,}90 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Úlohy 1. kola 63. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

1. Pěšky a na kole

Jakub a Kryštof se měli přemístit do cíle vzdáleného $s = 12$ km. K dispozici měli jedno jízdní kolo. Domluvili se tak, že oba ve stejném okamžiku vyrazí, Jakub vyjede na kole, cestou kolo odloží a zbytek cesty dojde pěšky. Kryštof dojde pěšky ke kolu a zbytek cesty dojede na kole. Přitom se v cíli ocitnou ve stejném okamžiku. Velikost rychlosti každého chlapce je při chůzi $v_1 = 5\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ a při jízdě na kole $v_2 = 20\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

a) Sestrojte do jednoho obrázku grafy závislosti dráhy na čase pro Jakuba, pro Kryštofa a pro jízdní kolo.

b) Sestrojte do jednoho obrázku grafy závislosti rychlosti na čase pro Jakuba, pro Kryštofa a pro jízdní kolo.

c) Vyjádřete obecně závislost doby t přesunu na s, v_1 a v_2. Z odvozeného vzorce vypočtěte dobu rychlejšího přesunu na stejné dráze $s = 12$ km, kdy místo chůze běželi rychlostí $v_1 = 9\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ a na kole se pohybovali rychlostí $v_2 = 22\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

2. Kolotoč

Sedačka kolotoče se pohybuje po kružnici o poloměru $r = 3{,}1$ m. Kolotoč se za čas $t_1 = 18{,}0$ s během dvou otáček roztočil rovnoměrně zrychleným pohybem, poté se točil rovnoměrně, a nakonec během tří otáček rovnoměrně zpomaleným pohybem zastavil.

a) Určete maximální rychlost v sedačky a dobu T_1 první otočky kolotoče.

b) Určete dobu T jedné otočky kolotoče při rovnoměrném pohybu.

c) Určete čas t_2, za který se kolotoč během rovnoměrně zpomaleného pohybu zastaví.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

3. Cyklista v zatáčce

Cyklista trénoval průjezd protisměrnou zatáčkou (středový úhel 180°) rovnoměrným pohybem. V první variantě projížděl po vnitřním kruhovém oblouku o poloměru $r_1 = 9{,}0$ m rychlostí o velikosti $v_1 = 6{,}3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, v druhém případě po vnějším kruhovém oblouku o poloměru $r_2 = 13{,}0$ m. V obou případech měl stejný sklon.

a) Určete velikost rychlosti v_2 po vnějším kruhovém oblouku.

b) Určete časy t_1 a t_2 průjezdu zatáčkou.

c) Určete úhel α, o který byl cyklista s kolem odkloněn od svislého směru při průjezdu zatáčkou.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Tíhové zrychlení je $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

4. Skok o tyči

Armand Duplantis na snímcích je dvojnásobný světový rekordman ve skoku o tyči z roku 2020 (615 cm venku, 618 cm v hale). Špičkový výkon vyžaduje rychlost, výbušnost, sílu, obratnost a dokonalou koordinaci prováděných pohybů tak, aby skokan dokázal své těžiště dostat do maximální výšky a přitom přejít každou částí svého těla přes laťku.

a) Základním principem je využití kinetické energie rozběhu s tyčí k získání potenciální energie. Nejlepší tyčkaři mají náběhovou rychlost kolem $9{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Určete maximální výšku, do které se atlet při plném využití své kinetické energie dokáže dostat.

b) Samotná kinetická energie k rekordním výkonům nestačí. Další nutností je práce, kterou po odrazu musí atlet vykonat zdvihem svého těžiště vzhledem k místu úchopu tyče po dobu kontaktu s tyčí. Tato práce vykonaná skokanem může být až 8 J na 1 kg hmotnosti skokana. Určete maximální výšku, do které se atlet při plném využití kinetické energie a uvedené práce dokáže dostat.

c) Porovnejte výsledek b) s rekordními hodnotami a uvažte další příznivé i nepříznivé okolnosti, kterými lze zdůvodnit dosažení rekordní výšky skoku.

Počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Prohlédněte si video https://www.youtube.com/watch?v=wM9PGvOaJ7o.

5. Z Podolí na Vysokou

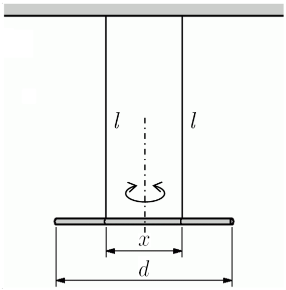
Z Podolí na Vysokou vede přímá silnice sestávající ze dvou úseků. První úsek tvoří vodorovná silnice, druhý úsek kopec se stálým stoupáním $p = \sin\alpha = 0{,}11$ délky $s_2 = 2{,}0\ \mathrm{km}$. Automobil s tíhovou silou $F_\mathrm{G} = 13\ \mathrm{kN}$ trasu projíždí stálou rychlostí $v = 90\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, přičemž první úsek projede za čas $t_1 = 2\ \mathrm{min}\ 20\ \mathrm{s}$. Při jízdě na automobil působí proti pohybu konstantní síla valivého odporu $F_\mathrm{v} = 300\ \mathrm{N}$ a odporová síla závislá na rychlosti podle vztahu $F_\mathrm{odp} = kv^2$, kde $k = 1{,}2\ \mathrm{N \cdot m^{-2} \cdot s^2}$.

a) Určete výkon P_1 automobilu na prvním úseku, P_2 na druhém úseku a celkovou práci W automobilu.

b) Určete výkon P_1' automobilu na prvním úseku, P_2' na druhém úseku a celkovou práci W' automobilu, jestliže celou trasu projíždí poloviční rychlostí.

c) Určete potenciální energii E_k automobilu ve Vysoké vzhledem k Podolí. Porovnejte E_k, W, W' a výsledek porovnání zdůvodněte.

6. Praktická úloha: Rotační kmity zavěšené tyče



Homogenní tyč délky d zavěsíme souměrně na vzájemně rovnoběžné závěsy zanedbatelné hmotnosti do vodorovné polohy a nepatrně vychýlíme otočením kolem svislé osy. Po uvolnění bude tyč konat rotační kmity. Z teorie plyne, že frekvence f malých kmitů závisí na vzdálenosti závěsů x přímo úměrně, a to podle vztahu

$$f = \frac{1}{2\pi d}\sqrt{\frac{3g}{l}} \cdot x = A \cdot x. \qquad (1)$$

Úkol: Zjistěte experimentálně funkční závislost frekvence f malých rotačních kmitů vodorovné tyče na vzájemné vzdálenosti x rovnoběžných závěsů a ověřte platnost uvedeného vztahu.

Pomůcky: Závitová tyč délky aspoň 20 cm (průměr 6 až 10 mm), stativ, tenké závěsy, stopky.

Návod a poznámky:

1) Frekvence f měřená v jednotce Hz je počet kmitů tyče za 1 s. Perioda T kmitů je doba, za kterou se tyč vrátí do původní polohy. Platí $f = \frac{1}{T}$.
2) Závěsy uvážeme na háčky posunutelné po vodorovné tyči stativu nebo je přímo na tyč stativu přivážeme tak, aby při kmitech uzlík pod tyčí stativu zůstal v klidu, ale aby bylo možno při změně vzdálenosti vláken očko po tyči stativu snadno posunovat. Na dolním konci každého závěsu vytvoříme volnější očko, aby se jeho poloha na závitové tyči dala snadno měnit. Délku závěsů volíme aspoň 4krát větší, než je délka tyče.
3) Změříme délku d tyče a délku l závěsů.
4) Kmity tyče jsou při malých úhlových výchylkách harmonické. To znamená, že perioda kmitů pro malé výchylky prakticky na výchylce nezávisí. Při větších výchylkách se perioda poněkud prodlužuje. Proto při měření nechte kmitat tyč s co nejmenší úhlovou výchylkou.
5) Vzdálenost x závěsů budeme měnit od maximální možné vzdálenosti d do nejmenší, pro kterou bude perioda ještě měřitelná. Získáme tak zhruba 10 různých hodnot x. Výsledky měření zapíšeme do tabulky. Dobu např. 10 period měříme vždy dvakrát a počítáme s aritmetickým průměrem. Jako poslední údaj doplníme $x = 0$ m. V tomto případě kmity nevzniknou, jejich periodu lze považovat za nekonečně velkou a frekvenci za nulovou, proto doplníme frekvenci $f = 0$ Hz (tato hodnota frekvence jako jediná není zatížena chybou měření).

Číslo měření	$\frac{x}{\mathrm{m}}$	$\frac{10T_1}{\mathrm{s}}$	$\frac{10T_2}{\mathrm{s}}$	$\frac{\overline{T}}{\mathrm{s}}$	$\frac{f}{\mathrm{Hz}}$
1 2 3 $\vdots$ 10	 0	 ∞	 ∞	 ∞	 0

6) Graf závislosti frekvence f kmitů na vzdálenosti x vláken sestrojíme v Excelu. Do buněk tabulky zapíšeme naměřené údaje v opačném pořadí (tj. s rostoucím x) a ve zbývajících sloupcích provedeme výpočty pomocí vložené funkce (aritmetický průměr dvou period lze vynechat a výpočet zahrnout do vzorce pro frekvenci). Kurzorem označíme dvojici sloupců x a f s daty a vložíme *Graf*. Volíme typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů) – zobrazí se soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich z nabídky vybereme položku *Přidat spojnici trendu* a následně položku *Typ trendu a regrese*, zvolíme typ *Lineární* a podmínku, aby graf procházel počátkem. Tím se zobrazí přímka, která proloží body grafu. Zobrazíme též *Rovnici regrese*, tj. rovnici získané přímky.
7) Ze zobrazené rovnice regrese vyčteme číselnou hodnotu konstanty A a porovnáme ji s číselnou hodnotou této konstanty získané z rovnice (1)

$$A' = \frac{1}{2\pi d}\sqrt{\frac{3g}{l}}$$

dosazením změřených hodnot d, l a tíhového zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.
8) Zformulujeme závěr.

7. Rozjezd cyklisty

Cyklista s kolem o celkové hmotnosti $m = 75$ kg se rozjížděl z klidu rovnoměrně zrychleným pohybem po dobu $t_3 = 30$ s na dráze $s_3 = 180$ m.

a) Určete velikost a zrychlení, velikost F tahové síly, velikost v_3 konečné rychlosti, okamžitý výkon P_3 na konci zrychlování a okamžité výkony P_1 a P_2 v časech jedna třetina a dvě třetiny doby rozjíždění.
b) Určete čas t_1', okamžitou rychlost v_1' a okamžitý výkon P_1' v jedné třetině ujeté dráhy a čas t_2', okamžitou rychlost v_2' a okamžitý výkon P_2' ve dvou třetinách ujeté dráhy.
c) Určete konečnou kinetickou energii E_k cyklisty s kolem a průměrný výkon $\bar{P}$ během zrychlování.
d) Pomocí vypočtených okamžitých výkonů sestrojte graf závislosti okamžitého výkonu na čase. Přidejte graf okamžitého výkonu, pokud by byl po celou dobu rozjíždění roven průměrnému výkonu $\bar{P}$. Z obou grafů určete celkovou vykonanou práci.

Úlohy 1. kola 63. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2021/2022

Databáze pro kategorie E a F

Ve všech úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ a hustotu vody $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg/m^3} = 1\,\mathrm{g/cm^3}$.

FO63EF1-1: Závody automobilů

V závodech automobilů na 240 km sledoval pan Novák dva vozy svých kamarádů. Průměrná rychlost vozu č. 1 byla 100 km/h. Vůz č. 2 ujel polovinu trati za 1,0 h, ale kvůli problémům s motorem druhou polovinu trati projel s průměrnou rychlostí 90 km/h. Který vůz byl v cíli dříve a o kolik minut?

FO63EF1-2: Běžec a cyklistka

Běžec Adam každý den absolvuje dvanáctiminutový tréninkový běh. Začíná běžet rychlostí $v_1 = 3{,}5\,\mathrm{m/s}$ a každé tři minuty zvýší svou rychlost o $0{,}5\,\mathrm{m/s}$. Na konci prvního úseku běžce předjíždí cyklistka Eva, která jede stálou rychlostí $v_\mathrm{e} = 4{,}2\,\mathrm{m/s}$.

a) Jak dlouhé jsou jednotlivé tréninkové úseky? Kolik metrů Adam celkem uběhne?
b) V jaké vzdálenosti od místa startu Adam Evu dohoní?
c) Jaká vzdálenost bude mezi Adamem a Evou, když běžec svůj běh dokončí?
d) Jaká vzdálenost byla mezi Adamem a Evou, když běžec začínal svůj běh? Eva už v té době jela na svém kole.

FO63EF1-3: Pájka

Cínová pájka (pájecí drát) obsahuje 40 % hmotnosti olova a zbytek cínu. Olověná pájka obsahuje 40 % hmotnosti cínu a zbytek olova.

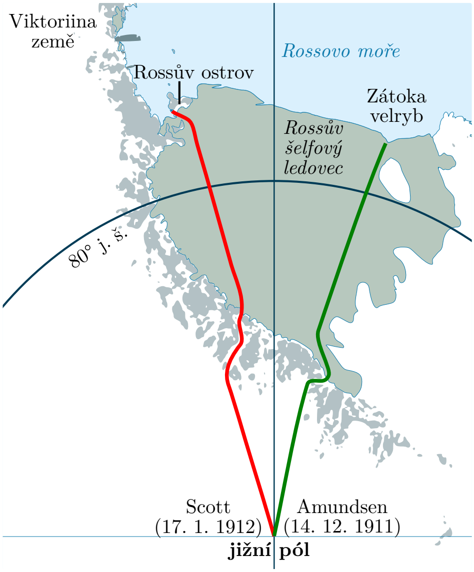
a) Jaký je objem olova a jaký je objem cínu v jednom kilogramu cínové a v jednom kilogramu olověné pájky?
b) Jaká je hustota ϱ_1 cínové a jaká je hustota ϱ_2 olověné pájky?
c) Jaká bude hustota $\varrho_{\mathrm{v}1}$ cínové a jaká bude hustota $\varrho_{\mathrm{v}2}$ olověné pájky, jestliže místo 40 % hmotnosti použijeme 40 % objemu olova (v případě cínové pájky) nebo 40 % objemu cínu (v případě olověné pájky)?

Hustota cínu je $\varrho_\mathrm{Sn} = 7{,}3\,\mathrm{g/cm^3}$, hustota olova $\varrho_\mathrm{Pb} = 11{,}3\,\mathrm{g/cm^3}$.

FO63EF1-4: Na jižní pól

V prosinci 2021 si připomínáme 110. výročí dosažení jižního pólu norskou polární expedicí vedenou Roaldem Amundsenem. Soupeřila přitom s britskou výpravou Roberta Scotta, jejíž všichni členové na zpáteční cestě zahynuli hladem, zimou a vyčerpáním za i na Antarktidu mimořádně nepříznivého počasí. Z obrázku je zřejmé, že trasy obou expedic můžeme považovat za téměř přímočaré, rozdíly a posuny v zeměpisné délce proto zanedbejte. Amundsen vyrazil ze Zátoky velryb (78°30′ jižní šířky) 20. 10. 1911, Scott z mysu Evans (77°38′ jižní šířky) 1. 11. 1911. Data dosažení vybraných stupňů zeměpisné šířky shrnuje tabulka:

Poloha	Amundsen	Scott
80° j.š.	23. 10. 1911	18. 11. 1911
82° j.š.	5. 11. 1911	28. 11. 1911
84° j.š.	13. 11. 1911	15. 12. 1911
86° j.š.	27. 11. 1911	26. 12. 1911
88° j.š.	6. 12. 1911	6. 1. 1912
jižní pól	14. 12. 1911	17. 1. 1912

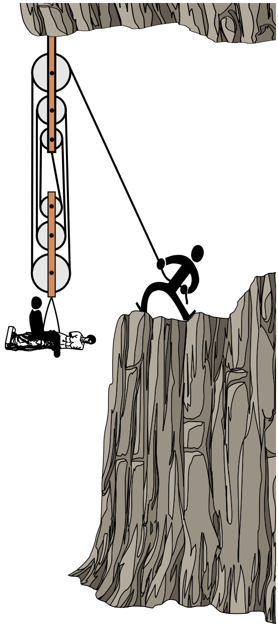


a) Kolik kilometrů připadá přibližně na jeden stupeň zeměpisné šířky? Zemi považujte za kouli o středním poloměru $r = 6\,371\,\mathrm{km}$.
b) Jak dlouhá byla trasa Amundsenovy a Scottovy výpravy ze základny k pólu? O kolik kilometrů byla Amundsenova trasa kratší?
c) Dopočítejte vzdálenosti od jižního pólu pro stupně zeměpisné šířky uvedené v tabulce.
d) Sestrojte graf znázorňující přibližování expedic k jižnímu pólu v závislosti na čase pro obě expedice ode dne, kdy odstartovala Amundsenova výprava.
e) Podle grafu (nebo výpočtem) rozhodněte, která z výprav se pohybovala větší průměrnou rychlostí.

FO63EF1-5: MVE Vydra

Malá vodní elektrárna Vydra je situována poblíž soutoku řek Vydry a Křemelné u Srní na Šumavě. Stavba elektrárny byla zahájena v roce 1937, do plného provozu byla uvedena v lednu 1942. Voda z historického Vchynicko-Tetovského kanálu je nejprve odváděna podzemním přivaděčem do akumulační nádrže o objemu $V = 67\,000\,\mathrm{m}^3$ a následně je pomocí vysokotlakého potrubí o délce $l = 900\,\mathrm{m}$ puštěna do elektrárny, která leží o $h = 240\,\mathrm{m}$ níže. Ve strojovně jsou dvě Francisovy turbíny, každá o výkonu $P_1 = 3{,}2\,\mathrm{MW}$.
a) Jakou celkovou využitelnou energii lze získat z vody v plně napuštěné nádrži?
b) Jaký musí být průtok Q vody (tj. objem vody, který proteče za sekundu) k zajištění plného výkonu turbín?
c) Na jak dlouhou dobu provozu při plném výkonu stačí voda v akumulační nádrži?
d) V roce 2020 dodala MVE celkem 29,2 GWh elektrické energie. Za jak dlouho by dodala takové množství energie při plném výkonu turbín?

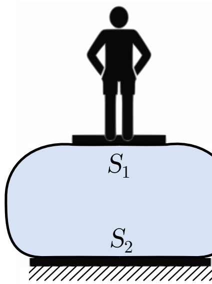
FO63EF1-6: Indiana Jones na útěku



Indiana Jones získal vzácnou sochu vážící 48 kg a prchá se svým pomocníkem Buddym před pronásledovateli. Cestou musí překonat skalní stěnu, vysokou 10 m. Indiana Jones vyleze na stěnu a připraví kladkostroj se šesti kladkami. Buddy, který sám váží 74 kg, přiváže sochu ke kladkostroji a sám si na ní sedne. Obrázek je pouze ilustrační – kladkostroj je ve skutečnosti vzhledem ke skalní stěně mnohem menší a hmotnost kladek je v porovnání s hmotností Buddyho a sochy zanedbatelná.

a) Jakou silou musí Indiana Jones táhnout za provaz kladkostroje při zvedání sochy s Buddym?
b) Jakou rychlostí musí Indiana Jones táhnout za lano, nemá-li trvat vytažení sochy déle než 50 s?
c) Po vytažení sochy mají Indiana Jones a Buddy ještě 50 s náskok. Jejich pomocník Kanu čeká s lodí 950 m daleko od stěny. Jakou rychlostí se musí pohybovat, aby dorazili k lodi dřív, než jejich pronásledovatelé, kteří je sledují rychlostí 7,5 km/h?

FO63EF1-7: Artista cvičí rovnováhu



Artista stojí na vodorovné desce položené na míč naplněný vodou, který leží na podlaze. Styčná plocha desky s horní částí míče je $S_1 = 0{,}05\,\mathrm{m}^2$, podlahy s dolní částí míče $S_2 = 0{,}2\,\mathrm{m}^2$. Hmotnost artisty dohromady s deskou je $M = 50\,\mathrm{kg}$, hmotnost vody v míči $m = 300\,\mathrm{kg}$.

a) Vypočítejte tlaky v horní a dolní části míče.
b) Proč nejsou tlaky stejné? Jaký vliv má voda v míči?
c) Určete, jak vysoko je deska s artistou nad podlahou.

FO63E1-8: Výkon rezistoru

Kryšpín potřeboval na opravu svého elektrického vláčku rezistor o odporu $R_1 = 270\,\Omega$. Prodavač se ho při nákupu ptal, jak velký potřebuje ztrátový výkon rezistoru.

a) Vysvětlete, proč je údaj o výkonu rezistoru důležitý. Co by se s rezistorem stalo, kdyby do něj Kryšpín pustil větší příkon, než je uvedený výkon?
b) Bude Kryšpínovi stačit nejlevnější rezistor o výkonu $P_1 = 0{,}6\,\mathrm{W}$, jestliže na něm bude napětí $U = 9\,\mathrm{V}$? Jaký proud rezistorem poteče?
c) Jaké maximální napětí může na tomto rezistoru být, aby nebyla překročena hodnota maximálního výkonu?
d) Kryšpínův tatínek potřebuje do dílny rezistor o odporu $R_2 = 18\,\Omega$, kterým poteče proud přibližně $I = 0{,}3\,\mathrm{A}$. Který rezistor mu má Kryšpín koupit, jestliže

v nabídce jsou rezistory s výkonem $P_2 = 0{,}4\,\mathrm{W}$, $P_3 = 0{,}6\,\mathrm{W}$, $P_4 = 1\,\mathrm{W}$, $P_5 = 2\,\mathrm{W}$, a Kryšpín chce koupit nejlevnější možný (tedy s nejmenším vhodným výkonem)?

FO63E1-9: Zamrzlý rybník

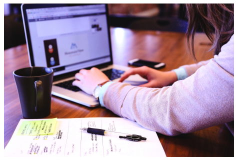
Hořejší Padrťský rybník v Brdech je za déle trvajícího mrazivého počasí vyhledávaným místem pro milovníky bruslení v přírodě. Plocha rybníka je 80 ha, bruslení se považuje za bezpečné, je-li vrstva ledu silná alespoň 20 cm. Hustota ledu je $\varrho_\mathrm{l} = 920\,\mathrm{kg/m^3}$, předpokládejme, že tloušťka vrstvy je na celém rybníce stejná.

a) Odhadněte, jaký je objem a hmotnost ledové kry pokrývající celý rybník při nejmenší tloušťce pro bruslení.

b) Odhadněte, kolik tepla by bylo zapotřebí k roztátí tohoto ledu za předpokladu, že jeho teplota je rovna $t_1 = 0\,^\circ\mathrm{C}$. Měrné skupenské teplo tání ledu je $l_\mathrm{t} = 330\,\mathrm{kJ/kg}$.

c) Kolik nejméně litrů vody o teplotě $t_2 = 40\,^\circ\mathrm{C}$ by bylo potřeba, aby roztáním ledu o teplotě $t_1 = 0\,^\circ\mathrm{C}$ vznikl v ledové kře otvor o rozměrech $0{,}5\,\mathrm{m} \times 0{,}5\,\mathrm{m}$? Měrná tepelná kapacita vody je $c = 4{,}2\,\mathrm{kJ/(kg \cdot {}^\circ C)}$.

FO63EF1-10: Stahování z internetu



Přesně v 9:00 začal Pavel stahovat sérii videí z internetu, celkem 2 700 MB. Podle rychlosti, s jakou začal přenos dat, mělo stahování skončit v 9:18. Poprosil proto svou mladší sestru Helenu, aby na stahování dohlížela a vydal se do obchodu koupit si něco na svačinu. Když se za půl hodiny vrátil, sestra mu oznámila, že stahování probíhalo s konstantní rychlostí přenosu dat, ale jednou spadla na třetinu, po nějaké době vyskočila zpátky na původní hodnotu, takže celé stahování skončilo až v 9:20. Po kolik minut byla rychlost přenosu dat menší?

FO63F1-11 (experimentální úloha): Jak veliká je kapka

Při podávání tekutých léků, ale i při přípravě některých roztoků nebo dochucování jídel se často používá jako míra množství „kapka“ (hmotnost kapky, objem kapky). Při určité teplotě, např. 20 °C, si kapka dané kapaliny zachovává stálou hmotnost (tedy i objem).

Pomůcky: Injekční stříkačka se stupnicí v mililitrech nebo plastová lahvička s vyznačeným objemem

a) Navrhněte postup, jak určit objem V_0 a hmotnost m_0 jedné kapky čisté vody s teplotou t_0 pomocí výše uvedených pomůcek. Postup stručně popište.
b) Použitím navrženého postupu určete objem V_0 jedné kapky vody. Měření opakujte alespoň 5krát a určete průměrnou hodnotu V_0 z těchto měření.
c) Určete průměrnou hodnotu hmotnosti m_0 kapky vody.
d) Určete tzv. kapkový faktor f vody jako počet kapek, jejichž celkový objem je 1 ml vody.

FO63E1-12 (experimentální úloha): Rychlovarná konvice

Pomůcky: rychlovarná konvice, odměrná nádoba (např. na vaření), stopky, teploměr

Použijte domácí rychlovarnou konvici, odměřte 300 mililitrů čisté vody a uveďte ji do varu (do vypnutí konvice). Potom odměřte 600 mililitrů a 900 mililitrů a pokus opakujte. Vždy přitom zapište čas od zapnutí konvice do okamžiku vypnutí. Vodu nechte před pokusem odstát v místnosti, aby získala přibližně teplotu, kterou ukazuje teploměr v kuchyni (místnosti, kde pokus provádíte).

a) Zjistěte, zda platí přímá úměrnost mezi objemem ohřívané vody a dobou ohřívání; nevyjde-li to, vysvětlete proč. K vysvětlení sestrojte vhodný graf.
b) Své výsledky podpořte výpočtem tepla, potřebného k ohřátí příslušného objemu vody, a elektrické práce, dodané během zahřívání ze sítě. K tomu si zjistěte výkon konvice, uváděný na štítku.

Leták pro kategorie E a F připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Michaela Křížová, Richard Polma, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek ve spolupráci s autorem úloh Janem Thomasem. Autorem jedné experimentální úlohy je Daniel Kluvanec (FO SR), ve třech úlohách byly použity náměty z Санкт-Петербургской городской олимпиады по физике 2013, Всесибирской Открытой олимпиады школьников по физике 2018 a 2019. V ilustracích byly použity volně šiřitelné obrázky z Wikipedie, serverů `mapy.cz` a `pixabay.com`.

Sázeno systémem XeLaTeX

Úlohy 1. kola 63. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2021/2022

Kategorie G – Archimédiáda

Ve všech úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ a hustotu vody $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg/m^3}$.

FO63G1-1: Předjíždění kamiónů

Kamión o délce $l_1 = 14\,\mathrm{m}$ jede po dálnici rychlostí $v_1 = 81\,\mathrm{km/h}$. Za ním jede druhý kamión o délce $l_2 = 16\,\mathrm{m}$ rychlostí $v_2 = 90\,\mathrm{km/h}$. Když je ve vzdálenosti $d = 50\,\mathrm{m}$ za prvním kamiónem, přejede do rychlostního pruhu a začne předjíždět. Předjíždění končí v okamžiku, kdy je mezi kamióny opět bezpečná vzdálenost $d = 50\,\mathrm{m}$.

a) Jak dlouho trvá předjíždění?

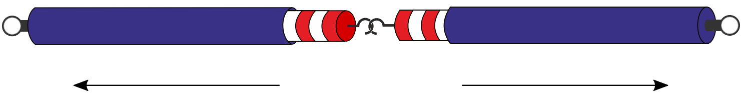
b) Jakou vzdálenost ujede při předjíždění každý z kamiónů?

c) Nakreslete do společného grafu závislost polohy na čase pro oba kamióny. Co vyjadřují souřadnice průsečíku přímek?

d) Když jsou přední části kamiónů na stejné úrovni, vidí řidič druhého kamiónu značku, informující o tom, že po jednom kilometru se pro práci na dálnici zúží vozovka do jednoho pruhu. Stačí řidič dokončit předjíždění, nebo musí začít brzdit a zařadit se za první kamión?

FO63G1-2: Vadné siloměry

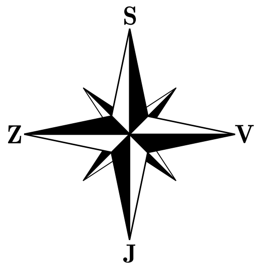
Renáta našla v laboratoři dva staré siloměry. Zahákla je za háčky a natáhla vodorovně do stran. Jeden ze siloměrů přitom ukazoval 6,0 N a druhý 6,1 N. Renátě bylo jasné, že jeden ze siloměrů neukazuje správně. Jak to poznala? Když se šla zeptat učitele, ten si vzpomněl, že vadné jsou oba – údaj na jednom se od správné hodnoty liší o 1,1 N a na druhém o 20 %. Nevěděl už ale, jakou chybu má který siloměr a zda ukazují více nebo méně, než by měly. Jakou silou mohla Renáta siloměry natahovat?



FO63G1-3: Prázdniny u jezera

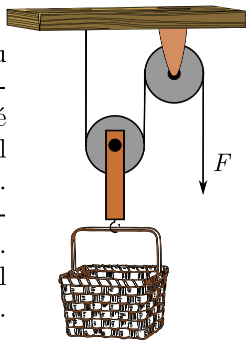
Kamarádi Kryšpín a Vendelín se rozhodli strávit prázdniny ve srubu na břehu jezera. Na cestu vyrazili současně v 9 hodin ráno z domova D, který leží u stejného jezera, ale na protějším břehu. Každý z nich zvolil jiný způsob dopravy. Kryšpín se pohyboval mezi místy Domov-Nádraží-Zastávka-Kravín-Most-Srub (D–N–Z–K–M–S) nejprve autem s rodiči, dále vlakem, autobusem a poslední dva úseky pěšky. Spojnice sousedních míst jsou přibližně úsečky různých délek a v různých směrech podle tabulky:

Úsek	Směr	Vzdálenost	Průměrná rychlost	Čas
D–N	na jih (J)	4,0 km		5,0 min
N–Z	na východ (V)	5,0 km	50 km/h	
Z–K	na sever (S)		45 km/h	4,0 min
K–M	na západ (Z)	2,0 km		0,40 h
M–S	na sever (S)		4,0 km/h	0,25 h



a) Dopočítejte chybějící údaje v tabulce a narýsujte trasu pohybu Kryšpína. Měřítko zvolte tak, aby 1 km ve skutečnosti odpovídal 1 cm na nákresu. Směr určete podle směrové růžice na obrázku. Začněte od bodu D a do nákresu vyznačte všechny body z tabulky.
b) Z nákresu určete nejkratší vzdušnou vzdálenost z domova ke srubu (D–S).
c) Vypočítejte, jakou celkovou dobu strávil Kryšpín na cestě a kdy dorazil do srubu S, jestliže na přestupy potřeboval dalších 16 minut?
d) Vendelín se vydal na cestu loďkou přes jezero přímo z domova D ke srubu S, kam dorazil současně s Kryšpínem. Jakou průměrnou rychlostí se s loďkou pohyboval? Na jakou světovou stranu se z domova D musel vydat? Jaká byla jeho průměrná rychlost ve srovnání s průměrnou rychlostí Kryšpína?

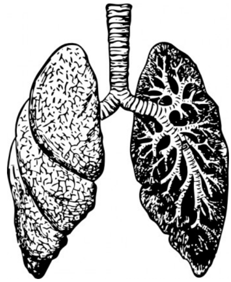
FO63G1-4: Jednoduchý kladkostroj



Kryšpín s Vendelínem se rozhodli postavit na půdě ve srubu zeď, která rozdělí půdu na dvě místnosti. Na dopravu materiálu na půdu použili kladkostroj z jedné pevné a volné kladky podle obrázku. Kryšpín byl dole, nakládal materiál do koše zavěšeného na volné kladce a vytahoval ho nahoru. Vendelín byl na půdě a vykládal materiál z koše. Volná kladka měla hmotnost 1,2 kg a prázdný koš měl hmotnost 2,1 kg. Koš má dno o rozměrech 29 cm × 28 cm. Kryšpín narovnal do koše cihly, každou o rozměrech 29 cm × 14 cm × 6,5 cm. Hustota cihel je přibližně 1 500 kg/m^3.

a) Vypočítejte hmotnost jedné cihly a výsledek zaokrouhlete na celé kg.
b) Kolik cihel naložil Kryšpín najednou do koše, jestliže při vytahování působil na lano silou $F = 134$ N? Pro hmotnost cihly použijte zaokrouhlený výsledek z části a).
c) Kryšpín naskládal cihly (v počtu určeném v části b) do koše tak, že zaplnily celé dno a dosahovaly v celém koši do stejné výšky. Jak to udělal? Jakým tlakem působily cihly na dno koše?

FO63G1-5 (experimentální úloha): Hustota lidského těla a objem vzduchu v plicích



Najděte v tabulkách nebo na internetu hustotu lidského těla při nadechnutí a při vydechnutí.

a) V tabulkách je uvedena „typická“ hodnota, skutečná hustota těla se může lišit. Uveďte alespoň dvě příčiny možných odchylek.

b) Zjistěte svojí hmotnost a pomocí získaných údajů určete objem vlastního těla v litrech při nadechnutí i při vydechnutí.

c) Vypočtěte velikost vztlakové síly, která na vaše tělo působí ve vodě o hustotě $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg/m^3}$ při nadechnutí i při vydechnutí. Předpokládejte, že tělo je ve vodě volně a aktivně neplavete.

d) Určete přibližně objem vzduchu, který dokážete vydechnout jedním výdechem při běžném dýchání, při co největším nádechu a při co největším výdechu. K pokusu můžete použít např. větší mikrotenový sáček, který vložíte do nádoby (např. pětilitrového plastového kanystru, větší bandasku, odměrné nádoby, velkého odměrného válce apod.) a nafukujete ho pomocí krátké hadice. Výsledek měření porovnejte s údaji na internetu.

Leták pro kategorii G připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Michaela Křížová, Richard Polma, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek ve spolupráci s autorem úloh Janem Thomasem. V jedné úloze byl použit námět z Всесибирской открытой олимпиады школьников по физике 2016.V ilustracích byly použity obrázky z Wikipedie a serveru www.pixabay.com.

Sázeno systémem XƎLaTeX