FYZIKA

Několik nápadů o volném pádu

IVO VOLF - PAVEL KABRHEL

Přírodovědecká fakulta Univerzity Hradec Králové

Volný pád

V prvním ročníku čtyřletého gymnázia se studenti seznamují s pádem volně puštěného tělesa v blízkosti povrchu Země, kdy se neuvažují odporové síly působící proti tomuto pohybu; tomuto idealizovanému pohybu se říká volný pád. Označíme s dráhu pohybu, h okamžitou výšku, t dobu pohybu, g tíhové zrychlení, h_0 počáteční výšku tělesa a v okamžitou rychlost, poté platí:

$$s = \frac{1}{2}gt^2, \quad v = gt, \quad h = h_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

Dobu t pohybu lze měřit stopkami, dráhu pomocí délkového měřidla. Problémem je stanovení hodnoty tíhového zrychlení g. K tomu lze využít různé situace.

Změření tíhového zrychlení g z volného pádu

Ze vztahu pro dráhu volného pádu $s = \frac{1}{2}gt^2$ lze určit tíhové zrychlení $h = \frac{2s}{t^2}$; stanoví-li se dráha volného pádu $s = h_0 - h$ a doba pádu t, tíhové zrychlení se vypočte z uvedeného vztahu. Nepřesnost výsledku nejvíce ovlivňuje přesnost měření času, proto se měření provádí několikrát, což lze zapsat:

$$2s_1 = gt_1^2, \quad 2s_2 = gt_2^2, \quad \text{atd.}, \quad \sum_{i=1}^{n} 2s_i = g\sum_{i=1}^{n} t_i^2, \quad g = \frac{\sum 2s_i}{\sum t_i^2}$$

Výsledek ovlivňuje i způsob měření času, tedy umístění pozorovatele vzhledem ke startu a cíle tohoto pohybu. Získané hodnoty času závisejí na tom, jak velká je vzdálenost osoby dávající signál o počátku pádu od osoby s měřidlem. Je-li vzdálenost d a rychlost zvuku c, potom doba mezi signálem a začátkem měření je $t = \frac{d}{c}$, o kterou se nejméně naměřená hodnota liší.

Úkol 1: Změřte dobu pádu malé kuličky nebo kamínku z výšky h

Vyjdete na balkón ve 3. nebo 4. poschodí, popřípadě na jiné vhodné vyvýšené místo a nejprve zvolíte místo, odkud budete tělísko uvolňovat (pravděpodobně ve výšce zábradlí nad bezpečným místem dopadu). Spustíte dolů nit, na jejímž konci je upevněna matice (tj. improvizovaná olovnice), až se dotkne povrchu v místě, kde předpokládáte dopad tělíska. Na toto místo umístíte otevřenou papírovou krabici. Změříte dráhu. Zvolíte 5 až 10 stejných tělísek, které budete postupně uvolňovat a měřit pomocí stopek nebo mobilního telefonu dobu pádu. K provedení jsou potřeba dvě osoby. Osoba měřící dobu volného pádu může stát dole u krabice (pozor na rozptyl dopadů), takže má místo ve vzdálenosti cca h od počátku pádu, informaci o dopadu tělíska má ale tzv. „první ruky.“ U měřící osoby nahoře je to obráceně. Pokuste se popsat rozdíly a vysvětlit, jak místo měření ovlivní výsledek. Určete průměrnou hodnotu pádu tělísek s ohledem na místo měření času a stanovte tíhové zrychlení g. Pokus opakujte s korkovou zátkou. Jaký bude rozdíl?

Určení tíhového zrychlení g z pohybu kuličky po nakloněné rovině

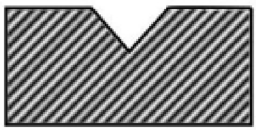
Volný pád lze „zpomalit“ pohybem po nakloněné rovině. Toho využil geniálně Galileo Galilei. Sklon nakloněné roviny je $\sin\alpha = \frac{h}{l}$. Z rozkladu tíhové síly mg plyne, že pohybová složka $F = ma = mg\sin\alpha$, odkud zrychlení pohybu po nakloněné rovině $a = g\sin\alpha$.

Obr. 1 Nakloněná rovina

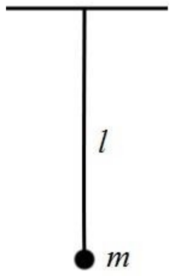
Zrychlení a určíme z pohybu kuličky $s = \frac{1}{2}at^2$, tedy $a = \frac{2s}{t^2}$. Měření probíhá na kratší vzdálenosti, takže $t_0 = \frac{d}{c}$ dosahuje menších, doslova zanedbatelných hodnot. Výsledek můžeme získat i ze zákona zachování energie; pro případ pohybu kuličky musíme uvážit i valivý pohyb, takže místo vztahu $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ je nutno psát $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 = mgh$. Odtud plyne i vysvětlení některých nepřesností.

Úkol 2: Změřte hodnotu zrychlení kuličky při jejím pohybu po nakloněné rovině

Ze dvou rovných lišt obdélníkového průřezu nebo tzv. rohové lišty (nejlépe dřevěné) si vyrobte žlábek, kterým budete pouštět kuličky. Kuličky jsou vhodné o průměru asi 15 až 30 mm (např. z kuličkového ložiska). Nakloněnou rovinu s klesáním 1:10 získáte podložením jednoho konce žlábku kouskem dřeva s tvarem průřezu zobrazeného na obr. 2. Je možné taky použít krabičky od čaje s vhodně vyříznutým otvorem.



Obr. 2 Tvar průřezu špalíčku



Obr. 3 Matematické kyvadlo

Vyznačte si délku s od místa startu až k zarážce v dolní části nakloněné roviny a zjistěte dobu t pohybu kuličky, nejlépe pomocí stopek nebo mobilu. Určete zrychlení $a = \frac{2s}{t^2}$, odtud $a = g \sin \alpha = gp$, kde p udává sklon nakloněné roviny. Odtud $g = \frac{a}{p}$. Měření opakujte alespoň 10krát, příslušnou hodnotu tíhového zrychlení určujte z průměrných hodnot s.

Měření tíhového zrychlení g z pohybu matematického kyvadla

Doba kmitu matematického kyvadla (obr. 3) je dána vztahem $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, kde T je doba kmitu, l délka kyvadla. Odtud pro tíhové zrychlení platí $g = \frac{\pi^2 l}{T^2}$, kde T určíme z doby pro 50 kmitů kyvadla (označíme-li $\tau = \frac{T}{2}$ dobu kyvu, lze využít vztahu $g = \frac{\pi^2 l}{\tau^2}$, $50T = 100\tau$, což vede k jednoduššímu výpočtu). Doby T nebo τ měřte na základě průchodu tělíska na vlákně rovnovážnou polohou. Odhadněte, které veličiny změříte nepřesně. Kde je těžiště kyvadla?

Úkol 3: Určete tíhové zrychlení z pohybu matematického kyvadla.

Sestrojte matematické kyvadlo (např. těžší matice upevněná na režnou nit), zjistěte délku kyvadla (vzdálenost místa upevnění od středu matice). Dobu T kmitu, popř. τ kyvu měříme při průchodu vlákna rovnovážnou polohou. Potom $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$ nebo $g = \frac{\pi^2 l}{\tau^2}$. Na základě konkrétního měření se zamyslete, jak zmenšit nepřesnost měření.

Jak lze odstranit nepřesně změřenou délku matematického kyvadla?

Délku kyvadla nikdy přesně nezměříme. Proto ji vyloučíme. Do destičky vyvrtáme tři od sebe vzdálené otvory tak, že vzdálenost dvou velmi malých otvorů „A“ a „B“ je d, třetí leží mimo spojnici prvních dvou otvorů, ale na téže přímce AB. Tento třetí otvor je o něco větší a provlékneme jím vlákno s maticí, na jehož druhém konci umístíme špendlík. Délka kyvadla v případě, že špendlík je v otvoru A, bude l_1, v případě B bude l_2, $l_1 - l_2 = d$, přičemž d změříme velmi přesně. Poté

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}, \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}, \quad l_1 = \frac{gT_1^2}{4\pi^2}, \quad l_2 = \frac{gT_2^2}{4\pi^2},$$

$$l_1 - l_2 = d = \frac{g}{4\pi^2}\left(T_1^2 - T_2^2\right), \quad g = \frac{4\pi^2 d}{T_1^2 - T_2^2}$$

Úkol 4: Změřte hodnotu tíhového zrychlení pomocí matematického kyvadla upřesněnou metodou

Vytvořte si pomůcku – potřebujete překližku, prkýnko nebo pravítko. Vyvrtejte do něj dva malé otvory a jeden o něco větší. Pomocí stopek nebo mobilu zjistěte dobu $50T = 100\tau$ a pokus alespoň pětkrát opakujte. Hodnotu tíhového zrychlení vypočítejte z průměrné doby kmitu/kyvu.

Měření tíhového zrychlení pomocí kyvadla od hodin

Kyvadla u hodin jsou zpravidla vyrobena z homogenní tyče všude téhož průřezu. Tyč koná harmonické kmity s dobou kmitu $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}}$, kde J je moment setrvačnosti a d je vzdálenost těžiště tyče od osy rotace. Jestliže osu rotace volíme na jednom konci kyvadla (prakticky však v blízkosti konce kyvadla) je $J = \frac{1}{3}ml^2$ a $d = \frac{l}{2}$. Po dosazení

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}ml^2}{\frac{1}{2}mlg}} = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}.$$

Odtud tíhové zrychlení

$$g = \frac{2}{3}\frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{8\pi^2 l}{3T^2}.$$

Pro případ měření doby kyvu τ je $g = \frac{2\pi^2 l}{3\tau^2}$.

Úkol 5: Určete velikost tíhového zrychlení g použitím kmitů (kyvů) homogenní tyče

Sežeňte si delší tyč (80 až 150 cm), nejlépe obdélníkového průřezu a těsně u jejího konce udělejte šikovně otvor, kterým provléknete hřebík délky asi 6 cm, jehož hlavičku odstraníte. Zvolte dále vhodné „lůžko“, v němž bude hřebík umístěn a kyvadlo bude kmitat. Určete dobu $50T = 100\tau$, z této doby pak dobu jednoho kmitu/kyvu. Pokus několikrát opakujte. Z průměrné doby kmitu určete hodnotu tíhového zrychlení.

Změřte tzv. dobu reakce vaší ruky

Položte ruku dlaní na stůl a kamarád vezme do ruky malou kuličku, kterou náhle uvolní nad vaší rukou, že se začne kulička pohybovat volným pádem. Uvolnění doprovází slovem „teď.“ Pokud jste pomalejší, dopadne kulička na vaši ruku, pokud jste rychlejší, stihnete rukou ucuknout a kulička dopadne na stůl. Pokus opakujte, aby kulička dopadla těsně v okamžiku, že se právě nedotkne vaší ruky. Kulička padá z výšky h, takže $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ je doba reakce vašeho organismu na podmět „teď.“

Úkol 6: Určete dobu reakce vašeho organismu na základě signálu „teď“

Pokus proveďte přesně podle návodu. Opakujte pro pravou i levou ruku.

Změřte tzv. dobu reakce úchopu vaší ruky

Vezměte si asi 1,6 m dlouhou tyč (např. násadu od smetáku apod.), vyznačte si značkou umístění části ukazováčku na tyči, potom ruku rychle rozevřete, až se prsty narovnají, a znovu rychle tyč uchopte. Tuto dobu změříte stopkami velmi obtížně. Poměrně přesně dokážete zjistit, kam se posunulo na tyči místo úchopu. Vzdálenost obou míst, v nichž se ukazováček ruky dotýká tyče, označíme d; potom $t = \sqrt{\frac{2d}{g}}$.

Úkol 7: Určete dobu reakce vašeho úchopu tyče

Pokus proveďte se smetákem, lyžařskou holí či jinou vhodnou tyčí. Úchop může být levou či pravou rukou.

Závěrem

Mohli jste zjistit, že k měření nepotřebujeme složitá zařízení, ale spíše důvtip, logické myšlení a dobré nápady; pak můžeme využít i předměty z našeho okolí. Pro zájemce jsou vytvořené pracovní listy k výše uvedeným úkolům (včetně metodických pokynů a verze pro učitele) k dispozici na webu: http://cental.uhk.cz

L i t e r a t u r a

[1] *Svoboda, E.* a kol.: Přehled středoškolské fyziky. Praha, Prometheus 1996, 2006, 531 s. ISBN 80-7196-307-0/

Teoretické úlohy celostátního kola 53. ročníku FO

FO ČR

Ve dnech 22. až 24. února 2012 se v Pardubicích uskutečnilo celostátní kolo 53. ročníku Fyzikální olympiády (viz zprávu v MFI 21 (2012), č. 9, s. 572). V příspěvku uvádíme zadání i řešení teoretických úloh, jejichž autory jsou RNDr. Josef Jírů (úloha 1), PaedDr. Přemysl Šedivý (úloha 2 a 3) a RNDr. Jan Thomas (úloha 4).

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.