

Snadný důkaz obrácené věty k větě Pythagorově

JOSE MARCIAL NÁJARES ROMERO

ZŠ Gutova, Praha 10

Věta Pythagorova (a věta k ní obrácená) jsou obsahem učiva matematiky již na základní škole. Cílem této poznámky je uvedení alternativního důkazu obrácené věty k větě Pythagorově, který využívá matematické prostředky výhradně na úrovni ZŠ. Vznik tohoto článku byl inspirován příspěvkem [1]. Délky stran libovolného trojúhelníku ABC označme obvyklým způsobem $a = |BC|$, $b = |AC|$ a $c = |AB|$.

Obrácená věta k větě Pythagorově (viz např. [1, věta 6])

Platí-li pro délky a , b , c stran trojúhelníku ABC rovnost $a^2 + b^2 = c^2$, pak je tento trojúhelník pravoúhlý s přeponou c a odvěsnami a , b .

V článku [1] je důkaz obrácené věty k větě Pythagorově rozdělen do dvou částí. V první části je dokázáno, že splňuje-li trojice kladných reálných čísel a , b , c tzv. pythagorejskou rovnost, *existuje* trojúhelník ABC , kde $|BC| = a$, $|CA| = b$ a $|AB| = c$. Ve druhé části je pak užitím kosinové věty dokázáno, že uvažovaný trojúhelník ABC je pravoúhlý s přeponou AB .

Nebudeme zde znovu uvádět první část důkazu, ale zaměříme se pouze na alternativní, přitom snadný důkaz druhé části, tj. na důkaz skutečnosti, že tento trojúhelník je pravoúhlý.

Uvažujme nyní pravoúhlý trojúhelník DEF s pravým úhlem při vrcholu F , v němž $|EF| = a$ a $|FD| = b$. Pro délku jeho přepony $|DE| = f$ pak podle Pythagorovy věty platí $a^2 + b^2 = f^2$. Podle výše uvedeného předpokladu však pro délky a , b , c stran uvažovaného trojúhelníku ABC platí také $a^2 + b^2 = c^2$, což znamená, že $f^2 = c^2$, resp. $|DE| = f = c = |AB|$.

Oba trojúhelníky ABC a DEF jsou tedy podle věty *sss* shodné, a proto je také trojúhelník ABC pravoúhlý s pravým úhlem při vrcholu C .

Literatura

- [1] Chodorová, M., Švrček, J.: K základním větám o pravoúhlém trojúhelníku. MFI, roč. 31 (2022), č. 3, s. 161–167.
- [2] Odvárko, O., Kadleček, J.: Matematika pro 7. ročník základní školy (3. vydání). Prometheus, Praha, 2012.