

# Měření magnetického dipólového momentu (magnetizace) permanentních magnetů

JIŘÍ ERHART

Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická, Technická univerzita v Liberci

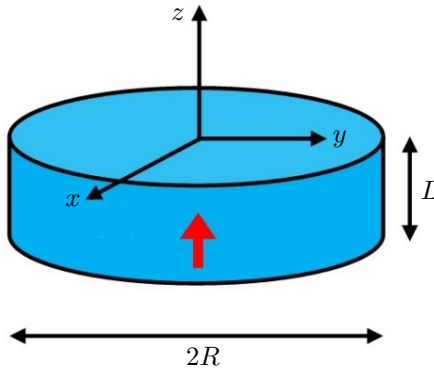
V článku jsou permanentní magnety symetrických tvarů použity pro určení remanentní magnetizace (magnetické polarizace) tří typů tvrdých feritů (Ferit, FeNdB a SmCo magnety). Metoda je založena na měření průběhu magnetické indukce na ose magnetu ve tvaru čtvercové desky a válce, který se dá analyticky odvodit jako součin remanentní magnetické indukce a tvarového faktoru zahrnujícího rozměry magnetky a vzdálenost od jejího povrchu. Remanentní magnetická indukce se z naměřených dat určí fitováním závislosti metodou lineární regrese.

Feromagnetické látky jeví spontánní uspořádání elementárních magnetických dipólových momentů. Mezi takové látky patří např. čisté kovy nikl (Ni), železo (Fe) nebo kobalt (Co) a potom řada slitin těchto kovů – dnes nejvíce používané jsou barnatý nebo strontnatý ferit, neodymové (FeNdB), samarium kobaltové (SmCo) a AlNiCo magnety. Elementární magnetické dipóly v permanentním magnetu se makroskopicky projevují magnetickým dipólovým momentem celého magnetu. Objemovou hustotu magnetického dipólového momentu charakterizuje magnetická polarizace látky, udávaná v jednotkách tesla (T). Tyto elementární dipólové momenty spontánně existují ve feromagnetické látce pod tzv. Curieovou teplotou, která proto zásadně omezuje teplotní rozsah jejich použití. Magnetickou polarizaci lze určovat na základě odpudivé magnetické síly mezi magnetkami pravidelných tvarů (viz např. [1] pro síly mezi válcovými FeNdB magnety), nebo na základě měření průběhu magnetické indukce v okolí homogenně magnetizovaných magnetek symetrických tvarů.

Homogenně magnetizovaná tělesa permanentních magnetů (tzv. tvrdých feritů) symetrických tvarů jako je válec nebo pravoúhlá deska mají průběhy magnetické indukce na ose symetrie, která je současně i směrem magnetizace, vyjádřené pomocí analytických vztahů. Podle [2] jsou tyto

vztahy vždy ve tvaru součinu remanentní indukce  $B_r$  a bezrozměrného tvarového faktoru  $f$  (kromě válce a desky jsou v [2] odvozeny vztahy také pro prstenec a kouli):

Disk (válec) – poloměr  $R$ , výška  $L$ , magnetizace ve směru výšky  $L$  (viz červená šipka)



Obr. 1 Homogenně magnetizovaný válec se souřadným systémem pro určení magnetické indukce v jeho okolí (magnetizace viz červená šipka)

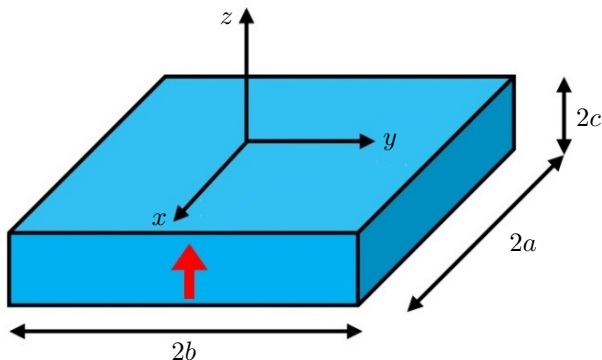
$$B(z) = B_r f(R, L, z), \tag{1a}$$

$$f(R, L, z) = \frac{1}{2} \left[ \frac{z + L}{\sqrt{R^2 + (z + L)^2}} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right]. \tag{1b}$$

Pravoúhlá deska – rozměry  $2a$ ,  $2b$ ,  $2c$ , magnetizace ve směru rozměru  $c$ :

$$B(z) = B_r f(a, b, c, z), \tag{2a}$$

$$f(a, b, c, z) = \frac{1}{\pi} \left\{ \arctg \left( \frac{ab}{z\sqrt{z^2 + a^2 + b^2}} \right) - \arctg \left[ \frac{ab}{(z + 2c)\sqrt{(z + 2c)^2 + a^2 + b^2}} \right] \right\}. \tag{2b}$$



Obr. 2 Homogenně magnetizovaná pravoúhlá deska se souřadným systémem pro určení magnetické indukce v jejím okolí (magnetizace viz červená šipka)

Souřadnice  $z$  se ve všech uvedených vztazích měří od svrchní strany povrchu magnetu na jeho ose  $z$ . Z hlediska měření je navíc velmi výhodné, že je vektor magnetické indukce od symetrických tvarů permanentních magnetů orientován ve směru osy symetrie v libovolné vzdálenosti od magnetu a nemusí se tedy během měření měnit orientace Hallovy sondy.

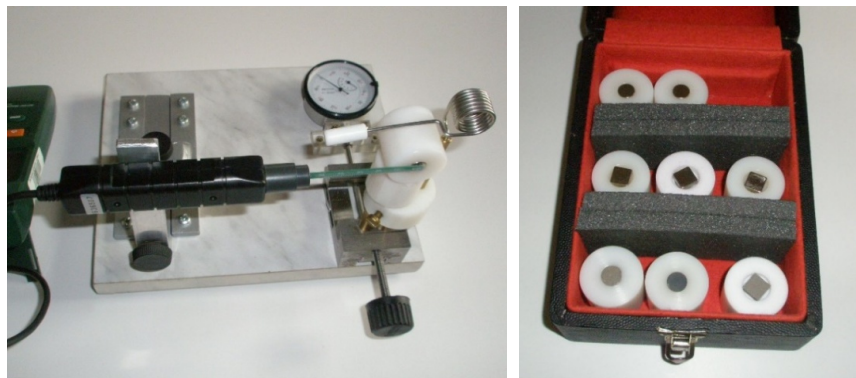
Vzhledem ke struktuře vztahů (1) a (2) je možné určovat remanentní indukci pomocí změření magnetické indukce permanentního magnetu homogenně magnetizovaného ve směru osy symetrie. Hodnoty magnetické indukce naměřené pomocí teslametru lze potom lineární regresí zpracovat jako lineární závislost indukce  $B(z)$  na tvarovém faktoru  $f$  pro konkrétní tvar magnetu. Je však třeba zajistit velmi přesné měření vzdálenosti Hallovy sondy od povrchu magnetu, zvláště pak v rozsahu malých vzdáleností, kde se magnetická indukce nejvýrazněji mění. Pro měření tedy konstruujeme přípravek s úchylkoměrem umožňujícím určení vzdálenosti po krocích o velikosti 0,05 mm, stačí s rozsahem do 20–30 mm. Pro přesné zpracování průběhu magnetické indukce v okolí magnetky a fit remanentní indukce  $B_r$  nezapomeneme připočíst vzdálenost  $z_0 = 0,5$  mm Hallova senzoru od magnetky, danou tloušťkou plastového pouzdra Hallovy sondy (viz např. [3]).

Pokud si budete chtít sestavit Hallovu sondu z dostupných součástek sami, je možné využít návodu z publikace [4]. V obchodech s elektrosoučástkami lze běžně zakoupit lineární proporcionalní Hallův senzor pro měření magnetického pole i další potřebné součástky.

## Postup měření

Magnetky jsou upevněny v ochranných plastových obalech, kde mají magnetické póly orientované stejným směrem pro všechny vzorky a neumožňují tak jejich náhodné vzájemné přitáhnutí nebo mechanické poškození při manipulaci. Nepřibližujeme však jednotlivé vzorky magnetek silou k sobě, silnější magnetické materiály (FeNdB) totiž mohou demagnetizovat nebo přemagnetizovat ty slabší!

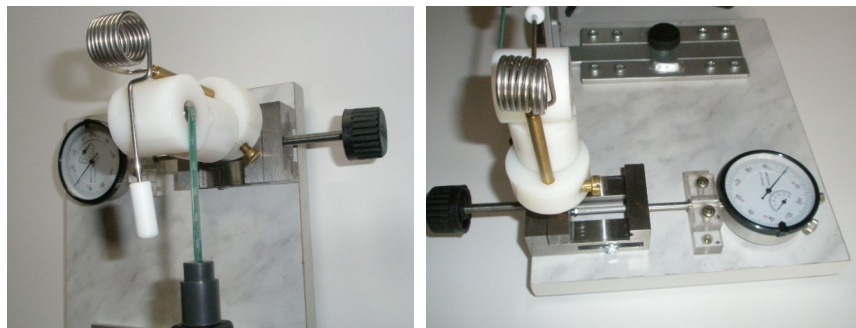
Do aparatury vložíme magnetku v ochranném plastovém pouzdře a připevníme Hallovu sondu na držák. V našem případě byl použit teslametr Extech MF100 s jednosměrnou příčnou Hallovou sondou, která je umístěna na konci plastového raménka. Pozice sondy je vyznačena na ramínku, zevně je vidět plastový obal Hallova senzoru, který senzor chrání před mechanickým poškozením. Sonda měří pouze složku vektoru magnetické indukce kolmou na sondu. Je třeba co nejpečlivěji umístit Hallovu sondu do pozice na ose magnetky. Použitý teslametr Extech MF100 má dva měřicí rozsahy (0–300 mT s citlivostí 0,01 mT a 0–3000 mT s citlivostí 0,1 mT), přesnost měření je 5 % z odečtené hodnoty plus 10 jednotek v nejmenším řádu odečítané hodnoty (tj. 5 % rdg + 10 dgt).



Obr. 3 Zařízení pro upevnění magnetky, připevnění raménka Hallovy sondy, posuv vzorku nastavovacím šroubem, úchylkoměr pro měření vzdáleností a vzorky magnetek v plastových ochranných obalech

Přiblížíme sondu s Hallovým senzorem na dotyk k magnetce tak, aby rameno sondy bylo volné bez prohnutí, a na úchylkoměru nastavíme nulovou hodnotu – viz detail uspořádání držáku na obr. 4. Mezi Hallovým

senzorem a magnetkou je stále ještě vzdálenost daná tloušťkou plastového pouzdra Hallovy sondy  $z_0 = 0,5$  mm. Pokud by bylo raménko sondy prohnuté (deformované), tak by se při vzdalování magnetky upevněné na posuvu sonda stále dotýkala magnetky, neměnila by se jejich vzájemná vzdálenost, a tedy ani hodnota magnetické indukce.



Obr. 4 Detail upevnění Hallovy sondy teslametru (vlevo) a magnetky v plastovém ochranném obalu na posuvu pro měření vzdáleností magnetky od Hallovy sondy úchylkoměrem (vpravo)

Magnetka je pevně spojena s posuvem (v našem případě jde o malý mechanický stoleček původně určený pro upevnění materiálů pro obráběcí stroje). Hodnota vzdálenosti magnetky od ramínka sondy je odečítána přes hrot úchylkoměru tlačící na pohyblivou čelist posuvu. Postupně tak měníme vzdálenost Hallovy sondy od povrchu magnetky, odečítáme jejich vzájemnou vzdálenost  $z$  a na teslametru hodnotu magnetické indukce  $B(z)$ . Pro malé vzdálenosti postupujeme s jemnějším krokem, postupně potom krok posuvu zvětšujeme tak, aby změny indukce  $B(z)$  byly dobře měřitelné. Mechanický posuv a úchylkoměr mají však určitý „mrtvý chod“ a kvůli jeho redukcí tedy postupujeme vždy jen jedním směrem posuvu k větším vzdálenostem magnetky a sondy, nikdy se nevracíme zpět. Doporučené kroky posuvu jsou uvedeny v následující tabulce:

Rozsah posuvu / mm	Krok / mm
0,05–2,00	0,05
2,0–10,0	0,1
10–20	1

Do grafu vynášíme závislost  $B(z)$  na bezrozměrném tvarovém faktoru  $f$  pro daný tvar magnetu, lineární regresí stanovíme hodnotu remanentní indukce  $B_r$  a její chybu. Nezapomeneme použít lineární regresi pro závislost procházející počátkem souřadného systému, tedy pro nulovou hodnotu tvarového faktoru  $f$  je nulová hodnota magnetické indukce  $B(z)$ . Určenou hodnotu magnetické polarizace porovnáme s hodnotou remanentní magnetické indukce pro různé magnetické materiály magnetek udávané výrobcí nebo dodavateli magnetek [5]:

FeNdB magnety – materiál N38,  $B_r = (1,22-1,26)$  T,

SmCo magnety – materiál YXG-28,  $B_r = (1,03-1,08)$  T,

Feritové magnety – materiál F30,  $B_r = (0,37-0,40)$  T.

## Příklad měření

Použili jsme čtvercové magnety o rozměrech (10 mm × 10 mm) a různých tloušťkách: 4 mm a 5 mm pro FeNdB magnety a 3 mm pro SmCo magnety. Válcové magnety měly všechny průměr 10 mm a tloušťky 2 mm a 5 mm pro FeNdB magnety, 4 mm pro SmCo magnety a 10 mm pro feritový magnet. Všechny vzorky byly umístěny v ochranném silonovém pouzdře válcového tvaru.

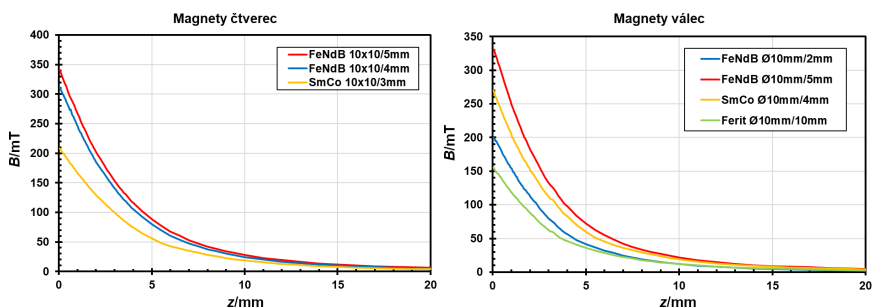
## Výsledky:

Čtvercové magnetky (obr. 5 a 6):

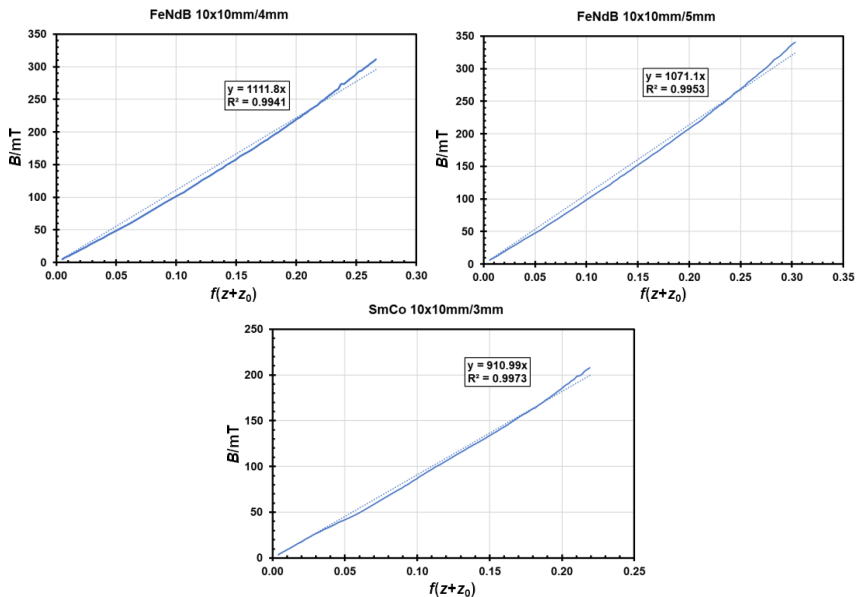
FeNdB, 10 mm × 10 mm × 5 mm,  $B_r = 1111(7)$  mT;

FeNdB, 10 mm × 10 mm × 4 mm,  $B_r = 1171(7)$  mT;

SmCo, 10 mm × 10 mm × 3 mm,  $B_r = 910(3)$  mT.



Obr. 5 Průběhy magnetické indukce na ose čtvercových a válcových magnetek



Obr. 6 Fitování průběhů magnetické indukce na ose čtvercových magnetek s korekcí na tloušťku  $z_0$  pouzdra Hallovy sondy

Válcové magnetky (obr. 5 a 7):

FeNdB,  $\varnothing$  10 mm / 2 mm,  $B_r = 1070(7)$  mT;

FeNdB,  $\varnothing$  10 mm / 5 mm,  $B_r = 992(8)$  mT;

SmCo,  $\varnothing$  10 mm / 4 mm,  $B_r = 908(5)$  mT;

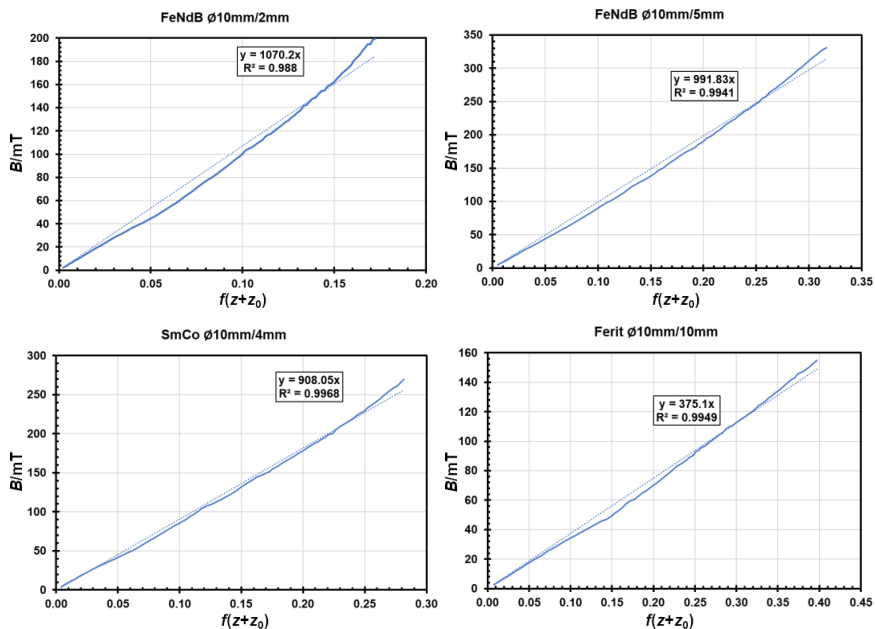
Ferit,  $\varnothing$  10 mm / 10 mm,  $B_r = 375(3)$  mT.

Rozdíly v hodnotách remanentní magnetizace můžou pocházet z různých šarží stejného materiálu a od různých výrobců – např. materiálová data výrobců zpravidla uvádějí rozpětí hodnot. Uvedená chyba měření také pochází pouze z rozptylu naměřených hodnot magnetické indukce kolem fitovací křivky. Do celkové chyby určení remanentní indukce je třeba započítat ještě chybu jednotlivých hodnot magnetické indukce měřených Hallovou sondou, která činí 5 % z měřené hodnoty a je tak podstatně větší než rozptyl zjištěný fitem lineární regrese. Celková chyba měření tak činí zhruba 6 % z určené hodnoty  $B_r$ , tedy po zprůměrování hodnot z různých tvarů magnetek pro stejný materiál dostáváme:

FeNdB,  $B_r = 1086(65)$  mT;

SmCo,  $B_r = 909(55)$  mT;

Ferit,  $B_r = 375(22)$  mT.



Obr. 7 Fitování průběhů magnetické indukce na ose válcových magnetek s korekcí na tloušťku  $z_0$  pouzdra Hallovy sondy

Naměřené hodnoty se tak nacházejí v rozsahu hodnot udávaných výrobci a prodejci magnetů pro SmCo a Feritové magnety, pro FeNdB magnety jsou mírně menší patrně vlivem průměrování přes různé tvary magnetek (tenké čtvercové desky magnetizované ve směru tloušťky a válce magnetizované ve směru osy). Kvalita magnetizace (velikost a homogenita) může být totiž tvarem ovlivněna.

## Literatura

- [1] Erhart, J., Šimek, L.: Měříme magnetickou polarizaci permanentních magnetů. MFI, roč. 19 (2010), s. 595–601.
- [2] Camacho, J. M., Sosa, V.: Alternative method to calculate the magnetic field of permanent magnets with azimuthal symmetry, Revista Mexicana de Física E, roč. 59 (2013), s. 8–17. Dostupné z: <https://www.scielo.org.mx/pdf/rmfe/v59n1/v59n1a2.pdf>.



- [3] DRV5055 Ratiometric Linear Hall Effect Sensor [on-line]. Texas Instruments, Technical documentation (2021). Dostupné z: <https://www.ti.com/product/DRV5055>.
- [4] *Connors, M.*: Measurement and Analysis of the Field of Disc Magnets, *The Physics Teacher*, roč. 40 (2002), s. 308–311. Dostupné z: <https://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.1516388>.
- [5] Fyzikální údaje magnetů [on-line]. Dostupné z: <https://www.unimagnet.cz/fyzikalni-udaje-neodymovych-magnetu/>.

# Měříme rychlost zvuku v kovech, v plynech i v kapalinách

JOSEF HUBEŇÁK – JIŘÍ HUBEŇÁK, jr.

Přírodovědecká fakulta, Univerzita Hradec Králové,  
Gymnázium Boženy Němcové Hradec Králové

S mobilem, metrem, kalafunou a svěrákem můžeme měřit rychlost zvuku pro ocel, mosaz, hliník i plast. Hodnoty se od tabelovaných liší o jednotky procent. V laboratoři lze uskutečnit rezonanční měření v několik decimetrů dlouhém kovovém vzorku, ve sloupci plynu i v kapalině.

## Měření v kovu a plastu s aplikací Spectroid

Mobilní aplikace *Spectroid* je volně dostupná a její předností je okamžité určení dominantní frekvence v záznamu zvuku (obr. 1).

Snímek displeje mobilu byl pro potřeby tisku barevně invertován. Horní křivka (v originále červená) značí závislost hlasitosti na frekvenci pro celý signál, spodní (v originále žlutá) se týká jen dominující frekvence. Zde čteme 1 617 Hz.

*Poznámka.* Aplikaci Spectroid použila pro měření ve své diplomové práci O. Smetanová (viz [1]). Přesnost aplikace v intervalu 500 Hz až 3 000 Hz je velmi dobrá, odchylky od skutečné frekvence jsou menší než 1 %. Pokud si na PC nebo notebook instalujeme emulátor Androidu BLUESTACKS 5, máme Spectroid na velkém displeji i na dataprojektoru.