

Oldřich Lepil

**Výběr příspěvků publikovaných v časopise
MATEMATIKA – FYZIKA – INFORMATIKA
1994-2007**



Příloha 3. čísla časopisu
Matematika – fyzika – informatika **32** 2023

OBSAH

Úvodem	P5
Demonstrace kmitů tradičně i nově	P7
Akustika s převodníkem ADDA	P11
Odpor cívky zanedbejte	P16
Príspevek k demonstraci transformátoru	P24
EMA a tyristor	P30
Operační zesilovač v učivu o magnetismu	P37
Přechodné děje v oscilátorech	P43
EMA a tranzistor	P51
Príspevek k výchově žáků k úsporám elektrické energie	P57
Modelování dějů v elektrických obvodech	P62
Tři pokusy s budičem mechanických kmitů	P70
Demonstrujeme elektromagnetické vlnění jednoduchými prostředky	P75
Videoanalýza kmitání mechanických oscilátorů	P79
Čtyři Feynmanovy úlohy	P84

* * *

Přehled publikací doc. RNDr. Oldřicha Lepila, CSc.

Knižní publikace

Časopisecké příspěvky

Audiovizuální učební pomůcky

Úvodem

Publikace je výběrem příspěvků doc. RNDr. Oldřicha Lepila, CSc. v časopise Matematika – fyzika – informatika (MFI), které byly publikovány v období, kdy časopis ještě neměl elektronickou verzi a vycházel jen jako tištěné periodikum. Autor publikoval v MFI od vzniku časopisu v roce 1991 celkem 48 příspěvků na nejrůznější témata týkající se fyzikálního vzdělávání. Do publikace bylo vybráno 14 příspěvků z období 1994-2007, které odrážejí stěžejní oblast zájmu autora, týkající se zejména výkladu poznatků z elektroniky a využití IT ve výuce fyziky. Převládají příspěvky s náměty na využití různých počítačových programů pro podporu fyzikálních experimentů nebo pro modelování fyzikálních dějů. Autor také poprvé u nás (2004) poukázal na didaktické možnosti metody videoanalýzy fyzikálních dějů, kde navázal na dřívější práce zaměřené na analýzu filmových záznamů. Na těchto příspěvcích, včetně dalších autorových příspěvků dostupných na webu, je dobře patrný vývoj více než 30 let využívání moderních didaktických prostředků od výukového programu FAMULUS, převodníku ADDA Junior a programu IP Coach, až po školní experimentální systém VERNIER, program MODELLUS pro modelování fyzikálních dějů a programy VIANA a TRACKER pro videoanalýzu.

Celkový přehled autorových knižních a časopiseckých publikací a audiovizuálních učebních pomůcek je zařazen na závěr publikace. Od roku 2013 (22. ročník MFI) jsou autorovy publikace dostupné „on line“ na webových stránkách MFI. Příslušné adresy jsou součástí uvedené bibliografie.

Text jednotlivých příspěvků byl pro tisk nově připraven z archivních materiálů redakce. Nepodařilo se však získat originály většiny vyobrazení, takže bylo nutné vyobrazení oskenovat z původních tištěných předloh příspěvků. Omlouváme se proto za menší kvalitu některých vyobrazení v publikaci.

Redakce časopisu
Matematika – fyzika – informatika

Demonstrace kmitů tradičně i nově

OLDŘICH LEPIL

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Učivo o mechanickém kmitání provází řada tradičních experimentů s oscilátory různého druhu. Periodický pohyb oscilátorů je přímo předurčen k vytváření počítačových modelů. Jejich východiskem by však měl být především reálný pokus, který ve spojení s počítačem může být velmi instruktivní ukázkou moderně koncipovaného experimentu.

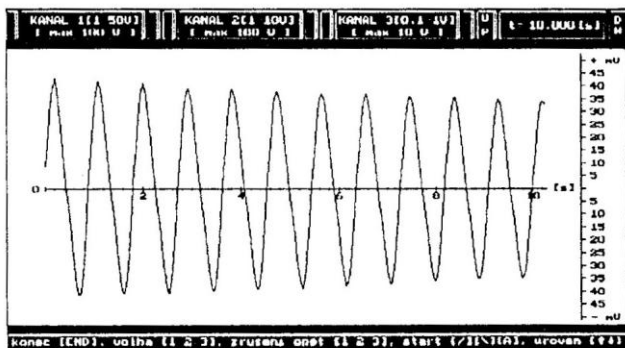
K demonstraci kmitání mechanického oscilátoru potřebujeme analogově digitální převodník a vhodné čidlo. Do našich škol se postupně dostává řada systémů pro počítačem podporovaný experiment (např. ISES, IP Coach aj.), v nichž se ke snímání pohybu oscilátoru používá snímač polohy v podobě víceotáčkového potenciometru, popř. se perioda měří pomocí fotoelektrického čidla.

Ukážeme si několik jednoduchých experimentů s vazbou na počítač, při nichž se obejdeme bez speciálního snímače pohybu. Nahradí ho cívka z rozkladného transformátoru s velkým počtem závitů ve funkci elektromagnetického snímače. Osvědčila se cívka s 18 tisíci závity z rozkladného transformátoru pro žákovské pokusy, bez jádra. K pokusům byl použit analogově digitální převodník ADDA-Junior, který podle návrhu *ing. J. Petříka* vyrábí firma EMGO (viz [1]). Poněvadž k pokusům nepotřebujeme žádné speciální vybavení, lze je samozřejmě realizovat i s jinými typy převodníku.

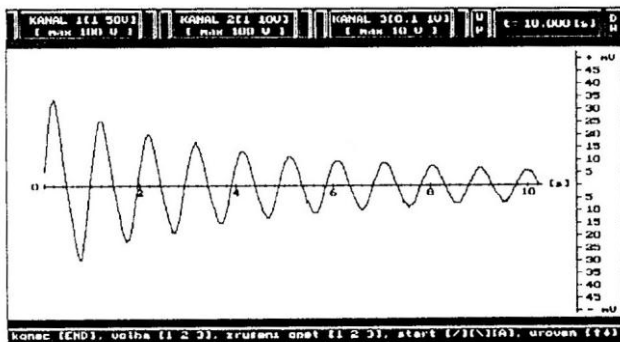
Pružinový oscilátor

Základním typem mechanického oscilátoru je těleso zavěšené na pružině. Použijeme pružinu o tuhosti přibližně $5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ až $20 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ a ocelové závaží s háčkem, k jehož spodní ploše přichytíme kruhový feritový magnet. Závaží zavěsíme na pružinu tak, aby v rovnovážné poloze bylo asi 1 cm až 2 cm nad středem cívky umístěné pod oscilátorem. Cívku připojíme ke vstupu 3 převodníku ADDA-Junior. Na tomto vstupu lze měřit napětí v rozsahu 0,1 V až 1 V.

K převodníku ADDA je dodáváno několik obslužných programů, z nichž použijeme program paměťový osciloskop – OSC1P. Ten umožňuje záznam periodických dějů od časového intervalu 6,25 ms až po 10 s. Dobu záznamu volíme tak, abychom na displeji počítače pozorovali 2 až 3 kmity. Pokud je amplituda kmitání oscilátoru malá, přibližně 1 cm, získáme oscilogram, jehož průběh se příliš neliší od průběhu harmonického (obr. la).



Obr. 1a



Obr. 1b

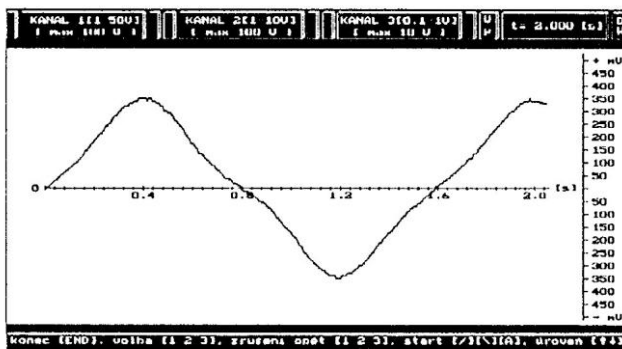
Dalším pokusem ukážeme vliv tlumení na pohyb oscilátoru. Feritovým magnetem přichytíme k tělesu oscilátoru kotouč z tuhého papíru o průměru asi 15 cm. Dobu záznamu nastavíme na maximum, tzn. 10 s. Porovnáním záznamu bez kotouče (obr. 1a) a s kotoučem (obr. 1b) velmi názorně ukážeme vliv odporu vzduchu na tlumení oscilátoru.

Osciloskopický záznam umožňuje odečítat přímo z displeje počítače periodu kmitání oscilátorů. Je tedy možné ukázat vliv parametrů oscilátoru na periodu, popř. sestavit variantu laboratorního cvičení 1 v učebnici [2]: Dynamické měření tuhosti pružiny. Úloha spočívá v měření periody oscilátoru při různých hodnotách hmotnosti závaží a ve výpočtu tuhosti pružiny.

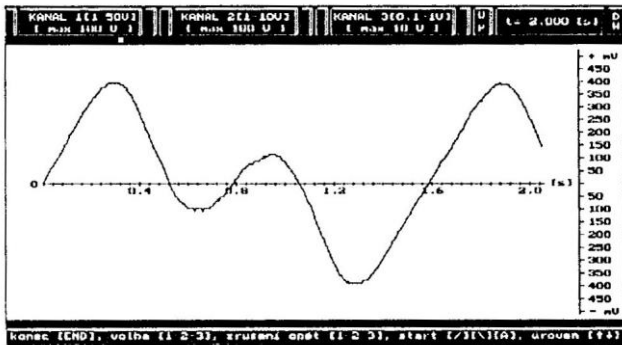
Experimentálně můžeme také ověřit výsledky příkladu 2 na s. 100, popř. úlohy 5 ([2], s. 105). Jestliže použijeme dvě pružiny o stejné tuhosti, snadno ukážeme, že periody oscilátorů s pružinami spojenými za sebou a vedle sebe jsou v poměru 2:1.

Kyvadlo

Kyvadlo realizujeme závažím zavěšeným na pevném vlákně. I v tomto případě budeme snímat pohyb kyvadla elektromagneticky. Pro lepší průběh kmitání použijeme bifilární závěs a k závaží opět připojíme magnet. Snímání pohybu však není tak jednoduché jako u pružinového oscilátoru. Důležité je, aby se magnet s malou amplitudou pohyboval nad jedním okrajem cívky, tzn. mezi vnějším okrajem a středem cívky. Pokud kmitá nad oběma okraji cívky (při rovnovážné poloze nad středem cívky), je zaznamenaná perioda dvojnásobná. Na obr. 2a je záznam při rovnovážné poloze nad okrajem cívky, když je amplituda malá. Při větší amplitudě se již projevuje indukce napětí ve vzdálenějším okraji cívky a oscilogram má charakteristický průběh odpovídající superpozici kmitání s poměrem period 1 : 2 (obr. 2b).



Obr. 2a



Obr. 2b

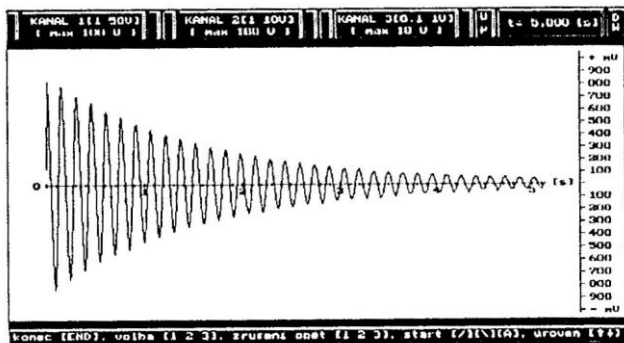
Pružný pásek

Opomíjeným příkladem mechanického oscilátoru je pružný pásek. Při pokusech se osvědčil zkrácený list pilky na železo, délky 15 cm až 25 cm. Pásek upevníme do svěrky a konec pásku zatížíme feritovým magnetem. Pod něj umístíme snímací cívku. K záznamu kmitání použijeme program OSCIP. Konec pásku rozkmitáme s malou amplitudou výchylky tak, aby se ferit pohyboval ve směru osy snímací cívky, a provedeme záznam kmitání.

Při stálých parametrech pásku včetně hmotnosti feritu na jeho konci je perioda kmitání funkcí délky l kmitající části pásku podle vztahu:

$$T = \text{konst. } l^{3/2}$$

Změnou délky pásku můžeme tuto závislost ověřit. Ocelový pásek kmitá s poměrně malým tlumením. Jestliže chceme ukázat charakteristický průběh tlumených kmitů, můžeme použít např. pravítka z umaplexu délky asi 40 cm. Feritový magnet na konec pravítka připevníme izolepou. Zvolíme vhodnou délku kmitající části pravítka a provedeme záznam kmitání. Na obr. 3 je výsledek pokusu s délkou pravítka 15 cm a s feritem o hmotnosti 25 g.



Obr. 3

Uvedenými jednoduchými příklady ovšem možnosti popsaného snímání kmitů a využití převodníku ADDA nejsou vyčerpány. K dalším experimentům se ještě na stránkách našeho časopisu vrátíme.

Literatura

- [1] *Petřík, J.*: Měření elektrických veličin počítači PC XT/AT/386/486, MFI roč. 2 (1993), č. 3, s. 148.
- [2] *Lepil, O.*: Učebnice pro gymnázia. Mechanické kmitání a vlnění, Prometheus, Praha 1994.

Akustika s převodníkem ADDA

OLDŘICH LEPIL

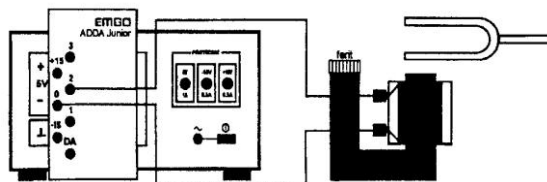
Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Experiment podporovaný počítačem otevírá řadu nových možností také při výuce akustiky. V tomto příspěvku si ukážeme několik typických příkladů, kterými lze doplnit výklad učiva podle učebnice [1], popř. [2]. Některé experimenty jsou vhodné i pro základní školu, kde se nově zařazuje učivo o zvuku. Experimenty z akustiky rozdělíme podle [1] do tří kruhů: 1. zdroje zvuku, 2. rychlost zvuku, 3. vlastnosti zvuku.

Jako prostředek pro podporu experimentů počítačem je použit analogově digitální převodník ADDA Junior, jehož výrobcem je firma EMGO. K základnímu převodníku dodává výrobce další zásuvné moduly, z nichž pro pokusy z akustiky využijeme modul generátor funkcí a modul NF zesilovač. K tomuto modulu je dodáván elektretový mikrofon s dostatečně dlouhým kabelem, který se k modulu připojuje konektorem CINCH.

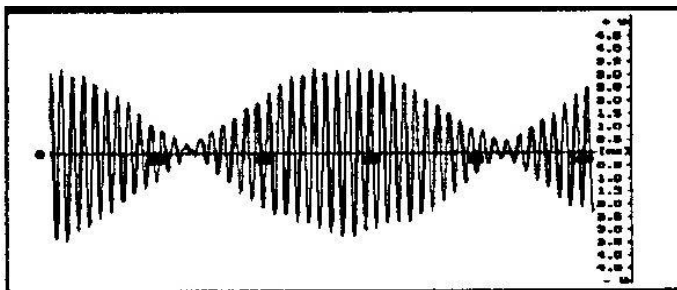
1 Zdroje zvuku

I v době špičkové elektroakustiky můžeme považovat ve výuce za vhodný základní druh zdroje zvuku ladičku. Kmitání ladičky snímáme buď přímo mikrofonem prostřednictvím modulu NF zesilovač, který zasuneme do převodníku ADDA, ale můžeme použít i postup patrný z obr. 1. Jako snímač kmitání ladičky použijeme cívku z rozkladného transformátoru s velkým počtem závitů, nasazenou na otevřeném jádře tvaru U. Cívku připojíme na vstup 2 převodníku. Pro správný průběh demonstrace je nutné, aby ladička byla těsně (1 mm) nad jedním sloupkem jádra cívky. Můžeme také rameno ladičky předmagnetovat potíráním permanentním magnetem. Nejlepšího výsledku bylo dosaženo naopak předmagnetizací jádra tak, že ke druhému, volnému sloupku jádra byl přiložen feritový magnet.



Obr. 1

Kmitání ladičky můžeme zobrazit programem ZAPISOVAČ, což umožňuje analýzu časového průběhu kmitání ladičky a výpočet její frekvence (je však k dispozici i jednoduchý program OSCEASY, který neumožňuje sice další zpracování dat, ale kromě časového diagramu je na displeji uvedena i frekvence zobrazeného signálu). Použijeme-li program VOLTMETR, odečteme frekvenci ladičky přímo.



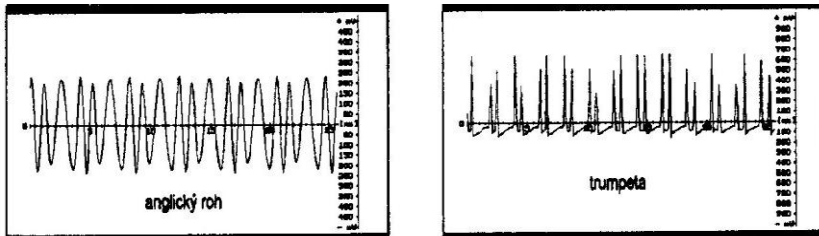
Obr. 2

S použitím modulu NF zesilovač ukážeme i známý experiment se dvěma mírně rozladěnými ladičkami (vznik zánějů). Zde můžeme analýzou časového průběhu zánějů (obr. 2) určit jejich frekvenci a samostatným měřením frekvence ladiček ověřit teorii celého jevu.

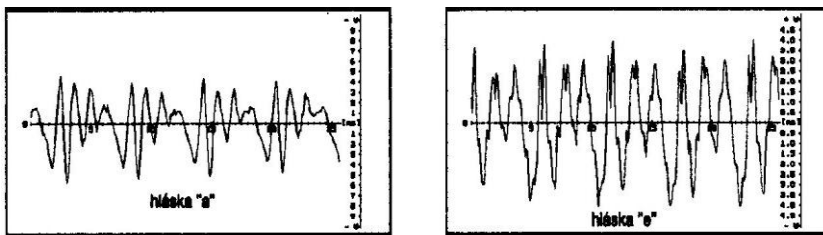
Složitý průběh periodických zvuků nejlépe ukážeme na příkladech zvuků různých hudebních nástrojů. Pro demonstraci se velmi dobře hodí libovolný typ klávesového elektronického hudebního nástroje. I když je zde zvuk generován pomocí elektronického oscilátoru, je výhodná možnost volby různých druhů hudebních nástrojů a snadná demonstrace.

Záznam zvuků elektronického nástroje rovněž neprovádíme prostřednictvím mikrofону, ale přímým zapojením na vstup převodníku ADDA Junior. Nástroj má obvykle výstup pro sluchátka, z něhož získáme upraveným spojovacím kabelem signál, který přivedeme na libovolný vstup převodníku. Časový průběh signálů simulujících jednotlivé hudební nástroje je velmi rozmanitý. Harmonickému průběhu se nejvíce blíží zvuk flétny, který použijeme jako srovnávací signál. Z mnoha možností uvedeme jako příklad časový průběh zvuku anglického rohu a trumpetů (obr. 3).

Ještě složitější průběh mají hlásky lidské řeči. V učebnici [1] (s. 81, obr. 3-4) jsou uvedeny oscilogramy některých samohlásek, pořízené klasickým osciloskopem. Převodník ADDA Junior umožňuje při použití modulu NF zesilovače s mikrofonom obdobné zobrazení hlásek lidské řeči, popř. dalších reálných zdrojů zvuku. Na obr. 4 jsou jako příklad hlásky „a“ a „e“.



Obr. 3

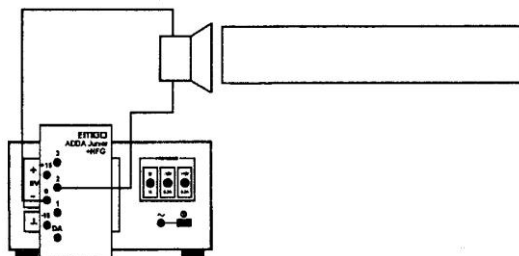


Obr. 4

2 Rychlost zvuku

Převodník ADDA Junior ve spojení s modulem generátor funkcí umožňuje měření rychlosti zvuku otevřeným rezonátorem metodou, která je v učebnici [1] uvedena jako laboratorní cvičení 3 (s. 117). Generátor funkcí poskytuje na výstupu sinusový, obdélníkový a trojúhelníkový signál nastavitelné frekvence a amplitudy. K výstupu modulu lze připojit přímo reproduktor. Osvědčil se reproduktor malých rozměrů (průměr 38 mm) s impedancí 8 Ω.

K demonstraci je vhodné uspořádání experimentu podle obr. 5. Jako otevřený rezonátor je použita plastická trubice délky 0,5 m. K jednomu konci trubice je umístěn reproduktor spojený s modulem generátoru funkcí. Postupným zvyšováním frekvence lze vyhledat rezonanci při frekvenci základního tónu a při jeho násobcích (nejvýraznější je rezonance 1. harmonické frekvence). Frekvenci měříme např. pomocí programu VOLTMETR. Vzhledem k použité délce rezonátoru je základní frekvence, při níž poprvé dojde k rezonanci, číselně rovna přibližně rychlosti zvuku (děje na okrajích trubice rezonátoru způsobují, že získaná hodnota je přibližně o 5 % nižší než hodnota teoretická). Velmi dobré shody experimentální a teoretické hodnoty dosáhneme použitím korekčního členu odvozeného Rayleighem. Rychlost zvuku v trubici o délce l a vnitřním poloměru r při základní frekvenci f_z je určena vztahem $v = 2(l + 0,5\pi r)f_z$.

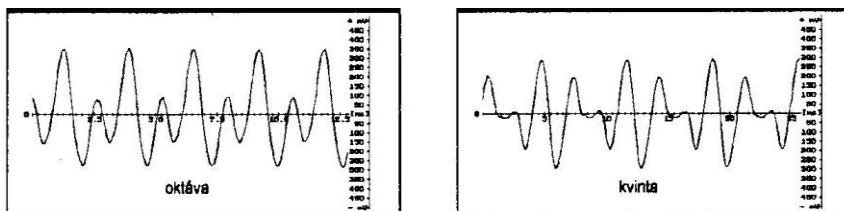


Obr. 5

3 Vlastnosti zvuku

Převodník ADDA Junior ve spojení s uvedenými moduly umožňuje provádět všechny pokusy, které obvykle provádíme s tónovými generátory. Z hlediska vlastností zvuku jde především o demonstraci pojmů absolutní a relativní výška tónu. V této souvislosti také často demonstrujeme hudební intervaly. K tomu ovšem potřebujeme dva zdroje zvuku, což by vyžadovalo použití dvou modulů generátoru funkcí (generátor můžeme použít nezávisle na převodníku a je konstruován tak, že ho lze přímo zasunout do školního zdroje napětí Tesla BK 125), popř. kombinaci generátoru funkcí a klasického tónového generátoru.

S výhodou lze však použít elektronický hudební nástroj, kde harmonický signál nahradíme zvukem flétny. Na obr. 6 jsou příklady časových průběhů nejjednodušších hudebních intervalů: oktávy (poměr frekvencí 1 : 2) a kvinty (2 : 3).



Obr. 6

Elektronický hudební nástroj je vhodný i pro demonstraci barvy tónu, jak jsme již uvedli na příkladu časových průběhů zvuků některých hudebních nástrojů. K demonstraci však lze použít i generátor funkcí a na příkladu zvuku harmonického a obdélníkového kmitání velmi názorně ukážeme vliv vyšších harmonických tónů na barvu zvuku. Pokusem s upravenou Kundtovou trubicí (viz [1] s. 119) lze posouváním pístu dosáhnout rezonančního zesílení harmonických tónů a tím dokázat jejich existenci.

Na několika příkladech jsme si ukázali počítačem podporované experimenty v akustice. Tím však nejsou zcela vyčerpány všechny možnosti (nezabývali jsme se např. experimenty s šířením zvukového vlnění volným prostorem, odrazem a interferencí zvukového vlnění apod.). Jestliže se seznámíte s převodníkem ADDA Junior důkladněji, získáte v něm zdatného pomocníka, který vám jednoduchými prostředky umožní realizovat vlastní náměty na netradiční provedení tradičních demonstrací.

Literatura

- [1] Lepil, O.: *Fyzika pro gymnázia. Mechanické kmitání a vlnění*, Prometheus, Praha 1994.
- [2] Lepil, O., Bednařík, M., Hýblová, R.: *Fyzika pro střední školy 2*, Prometheus, Praha 1993.

Odpor cívky zanedbejte

OLDŘICH LEPIL

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

V článku [1] upozorňuje J. Brockmeyerová-Fenclová na jeden typický problém při řešení fyzikálních úloh, kterým je idealizace řešené úlohy zanedbáváním některé fyzikální veličiny, jako je např. odpor prostředí při mechanických pohybech. Je samozřejmé, že tento problém se týká i dalších oblastí fyziky, nejen mechaniky. V tomto příspěvku si všimneme úloh z elektřiny, v nichž řešíme obvody s cívkou o indukčnosti L . I v zadání těchto úloh se často setkáváme s idealizací v podobě cívky o zanedbatelném odporu, což je zejména u cívek o velké indukčnosti velmi nereálné.

Uvedeme tři charakteristické typy úloh s cívkami, které se běžně vyskytují ve sbírkách úloh, a posoudíme vliv uvažované idealizace na jejich řešení.

Úloha 1

Cívku o indukčnosti L v určitém okamžiku připojíme ke zdroji napětí U . Určete proud procházející cívkou v čase t . Odpor cívky zanedbejte.

Řešení

Od okamžiku připojení cívky ke zdroji napětí je na svorkách cívky trvale svorkové napětí zdroje ($U = u_L$), takže ve smyslu úvah v [3] platí

$$U = L \frac{di}{dt}.$$

Odtud vyplývá, že v čase t bude cívkou procházet proud

$$I = \int \frac{U}{L} dt = \frac{U}{L} t + \text{konst.},$$

kde konst. = I_0 , tj. proud v počátečním okamžiku. V našem případě je $I_0 = 0$. To znamená, že v tomto idealizovaném případě je proud procházející cívkou lineární funkcí času a poněvadž neuvažujeme ani vnitřní odpor zdroje, rostl by proud v obvodu bez omezení.

U skutečné cívky však tato situace nenastane, poněvadž její odpor zanedbat nemůžeme a řešená úloha se tak mění ve známý případ přechodného děje

v sériovém obvodu RL (viz [4], s. 182). Pro něj platí rovnice

$$U = L \frac{di}{dt} + Ri, \quad (1)$$

což je diferenciální rovnice, jejíž řešení uvádí každá vysokoškolská učebnice elektřiny (nebo také viz [5], s. 98). Nesnáz s diferenciální rovnicí na střední škole velmi snadno překonáme vytvořením jednoduchého a pro středoškoláka dostatečně názorného počítačového modelu. Z rovnice (1) vyjádříme změnu proudu di v obvodu za dobu dt , která má v počítačovém modelu význam časového kroku.

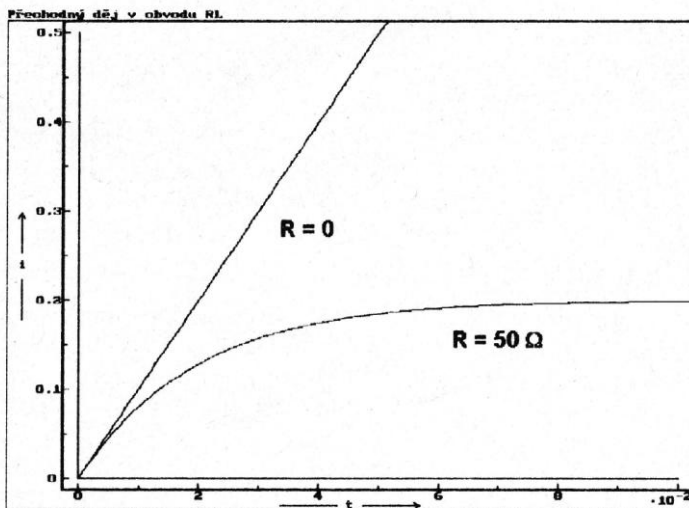
Celý počítačový model tvoří následující cyklus:

$$di = (U - R \cdot i) / L \cdot dt$$

$$i = i + di$$

$$t = t + dt$$

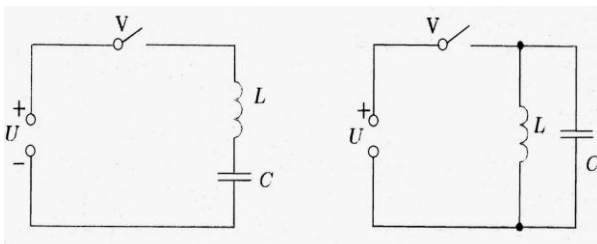
Jestliže ještě zvolíme hodnoty fyzikálních veličin, např.: $U = 10 \text{ V}$, $L = 1 \text{ H}$, počáteční podmínku $t = 0$ a časový krok $dt = 0,0001$, dostaneme s použitím programu FAMULUS řešení uvedené úlohy pro ideální případ ($R = 0$), popř. pro reálný případ, kdy např. $R = 50 \Omega$ (obr. 1).



Obr. 1

Úloha 2 ([6], s. 181, úlohy 409 a 410)

a) V obvodu na obr. 2a sepneme vypínač V. Určete největší proud v obvodu a největší napětí na kondenzátoru.



Obr. 2

Řešení

Úlohy tohoto typu se zpravidla řeší na základě zákona zachování energie a rovněž řešení úlohy v [6] vychází ze vztahu

$$\frac{Li^2}{2} + \frac{Cu^2}{2} = qU = CuU, \quad (2)$$

kde i je okamžitá hodnota proudu v obvodu, u je okamžitá hodnota napětí na kondenzátoru a q je okamžitá hodnota náboje na deskách kondenzátoru. V okamžiku, kdy proud dosáhne největší hodnoty, bude $di/dt = 0$, napětí na cívce bude mít nulovou hodnotu a napětí na kondenzátoru bude rovno napětí zdroje ($u = U$). Z rovnice (2) pro největší proud vychází $I_m = U\sqrt{C/L}$. Nabíjení kondenzátoru však pokračuje při zmenšujícím se proudu a napětí na kondenzátoru dosáhne největší hodnoty při $i = 0$, kdy $u = 2U$.

Ke stejnému výsledku nás dovede jednoduchou cestou i počítačový model. Jde v podstatě o přechodný děj v sériovém obvodu LC , takže rovnici (1) upravíme do podoby

$$U = L \frac{di}{dt} - \frac{q}{C}, \quad (3)$$

a pro změnu proudu v obvodu platí:

$$di = \frac{U - \frac{q}{C}}{L} dt$$

Při přechodném ději se ovšem mění také náboj kondenzátoru, a poněvadž okamžitá hodnota proudu v obvodu je vyjádřena vztahem $i = dq/dt$, upravíme počítačový model do následující podoby:

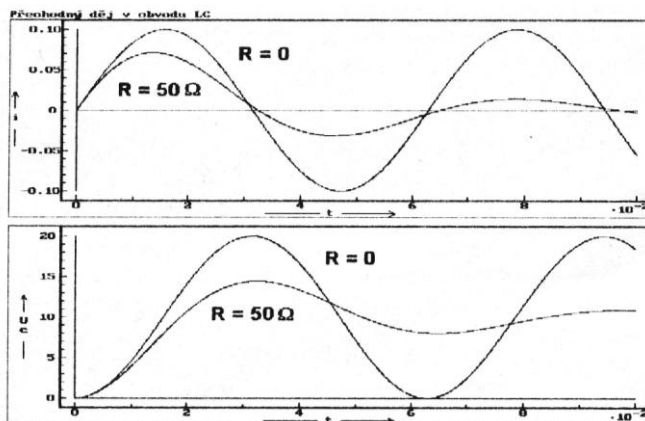
$$q = q + i \cdot dt$$

$$di = (U - q/C) / L \cdot dt$$

$$i = i + di$$

$$t = t + dt$$

Pro hodnoty z úlohy 1 doplněné o $C = 100 \mu\text{F}$ dostaneme časové diagramy na obr. 3, které se shodují s obr. 5-79 v [6]. Z grafů odečteme $I_m = 10^{-2} \text{ A}$ a $U_m = 20 \text{ V}$.



Obr. 3

Obdobným způsobem najdeme řešení úlohy 410 v [6]:

b) Ke zdroji stejnosměrného napětí 10 V je připojen oscilační obvod tvořený kondenzátorem o kapacitě 20 μF a cívkou o indukčnosti 20 mH (obr. 2b). Při sepnutém vypínači cívkou prochází proud 2 A. Vypínač rozpojíme. Určete náboj kondenzátoru v okamžiku, kdy cívkou prochází proud 1 A. Ztráty vznikající přeměnou energie na vnitřní energii obvodu neuvažujte.

Řešení

Úloha v podstatě představuje obrácený postup obvyklé demonstrace kmitání obvodu LC. Při ní zpravidla nabijeme kondenzátor a pak ho připojíme k cívce. Řešení v [6] opět vychází ze zákona zachování energie:

$$\frac{LI_1^2}{2} + \frac{CU^2}{2} = \frac{LI_2^2}{2} + \frac{q^2}{2C}$$

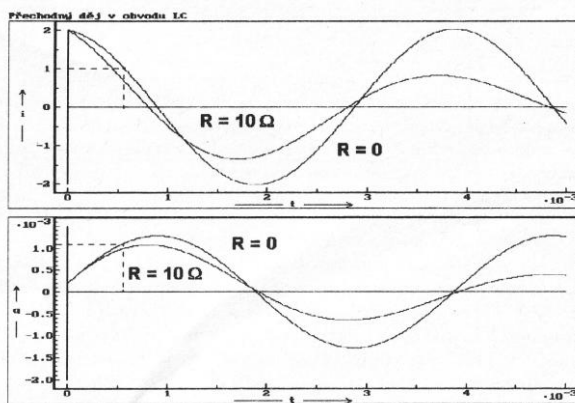
Odtud pro náboj kondenzátoru v okamžiku, kdy cívkou prochází proud I_2 , platí vztah

$$q = C\sqrt{U^2 + \frac{L(I_1^2 - I_2^2)}{C}} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ C.}$$

Jednodušší řešení nám nabídne počítačový model, pro jehož sestavení opět použijeme rovnici (3). V okamžiku rozpojení vypínače (v počátečním okamžiku děje) je na deskách kondenzátoru napětí U , jeho náboj má počáteční hodnotu $Q = CU$ a cívkou prochází proud $I = 2 \text{ A}$. Poněvadž cívka a kondenzátor tvoří uzavřený obvod, je v rovnici (3) $U = 0$ a pro změnu proudu v počítačovém modelu napíšeme:

$$di = -q/(L \cdot C) \cdot dt$$

Výsledný průběh časových změn náboje na kondenzátoru je na obr. 4 a z grafu odečteme řešení úlohy 2b.



Obr. 4

Dosud jsme stále pracovali s ideálním modelem obvodu bez ztrát. Jestliže budeme uvažovat odpor R cívky, musíme doplnit na pravé straně rovnice (3) člen Ri , vyjadřující úbytek napětí na odporu obvodu a pro změnu proudu v počítačovém modelu dostaneme:

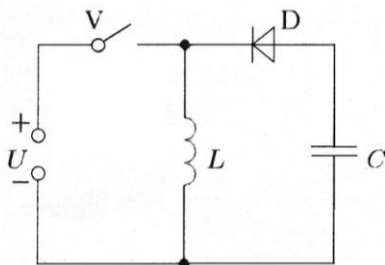
$$di = (U - q/C - R \cdot i) / L \cdot dt$$

Časový diagram přechodného děje v obou úlohách pak bude mít průběh, který je pro srovnání na obr. 3 a 4 současně s ideálním případem.

Na závěr uvedeme ještě jednu úlohu, která je spojením obou typů předcházejících úloh.

Úloha 3 [2]

V obvodu na obr. 5 je cívka připojena ke zdroji napětí po dobu 0,1 s a potom je obvod vypínačem V rozpojen. Na jaké napětí se nabije kondenzátor? Obvodové prvky považujte za ideální, $L = 1 \text{ H}$, $C = 100 \text{ } \mu\text{F}$, $U = 10 \text{ V}$.



Obr. 5

Řešení

Použijeme-li výsledek úlohy 1, najdeme pro proud v okamžiku rozpojení obvodu vztah $I = Ut/L$. Proud však v tomto okamžiku nezanikne, ale prochází diodou v propustném směru a nabíjí kondenzátor. Jak se kondenzátor postupně nabíjí, zvětšuje se také napětí na cívce (diodu považujeme za ideální, tzn. v propustném směru je její odpor $R_F = 0$ a v závěrném směru je $R_R = \infty$) a proud se zmenšuje. V okamžiku, kdy proud klesne na nulovou hodnotu, se dioda uzavře a nabíjení kondenzátoru je ukončeno.

Poněvadž ztráty v obvodu neuvažujeme, můžeme použít zákon zachování energie

$$\frac{LI_{\max}^2}{2} = \frac{CU_{\max}^2}{2}$$

a odtud vypočítáme

$$U_{\max} = \frac{Ut}{\sqrt{LC}} = 10^2 \text{ V.}$$

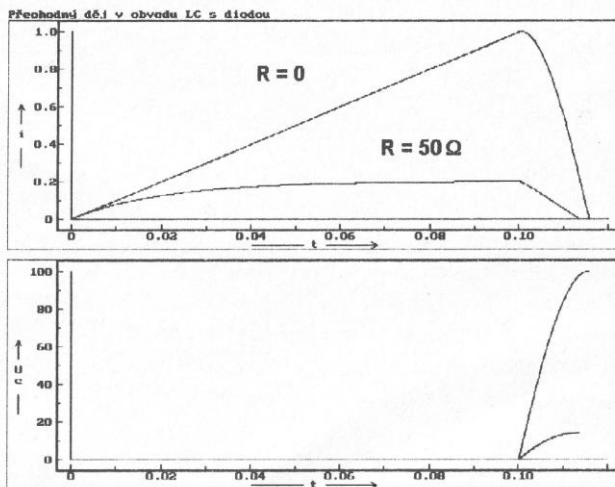
Popsaná úloha má i praktický význam. Kdybychom vypínač zapínali a vypínali periodicky, získali bychom zdroj napětí o vyšší hodnotě, než je napětí napájecího zdroje. To je podstata elektronických měničů napětí.

Celou úlohu vyřešíme také počítačovým modelem, který je na obr. 6. Na obr. 7 je časový diagram celého děje jednak pro ideální případ, jednak pro případ, že obvod má také odpor.

```

Přechodný děj v obvodu LC s diodou
-----
Přechodný děj v obvodu LC s diodou
      proměnné, konstanty, procedury a funkce
-----
U = 10      ! Napětí zdroje
L = 1       ! Indukčnost cívky
C = 1e-4    ! Kapacita kondenzátoru
dt = 0.001  ! Časový krok
-----
                        počáteční hodnoty
R = 0
READ R
q = 0
i = 0
t = 0
-----
                        model
IF t < 0.1 THEN q = 0; di = (U-R*i)/L*dt
                ELSE q = q + i*dt; di = -(q/C+R*i)/L*dt
END
Uc = q/C
i = i + di
t = t + dt
IF i < 0 THEN STOP END
    
```

Obr. 6



Obr. 7

Literatura

- [1] *Brockmeyerovd-Fenclová, J.*: Síly tření a odpor vzduchu zanedbejte, MFI roč. 4 (1994), č. 4, s. 157.
- [2] *Zilberman, A.*: Javlenije samoindukcii, Kvant roč. 1990, č. 6, s. 63.
- [3] *Šedivý, P.*: K učivu o elektromagnetické indukci a k vyznačování elektrických obvodových veličin, MFI roč. 1 (1992), č. 3, s. 119.
- [4] *Lepil, O. Šedivý, P.*: Fyzika pro gymnázia. Elekřina a magnetismus, Prometheus, Praha 1994.
- [5] *Lepil, O.*: Malý lexikon fyziky, Prometheus, Praha 1995.
- [6] *Lepil, O. – Bednařik, M. – Široká, M.*: Fyzika. Sbirka úloh pro střední školy, Prometheus, Praha 1995.
- [7] *Lepil, O.*: Modely dějů v elektrických obvodech. In: Acta UPO, Fac. Rer. Nat. Vol. 120, Physica XXXIV (1995), s. 219.

Príspevek k demonstraci transformátoru

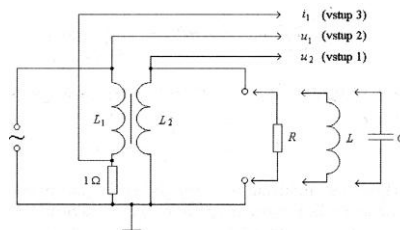
OLDŘICH LEPIL

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Demonstrace funkce transformátoru patří k standardním experimentům učiva o střídavých proudech a obvykle je zaměřena na prokázání platnosti rovnice transformátoru (viz např. [1] na s. 212). Tato rovnice je odvozena za zjednodušených podmínek, kdy sekundární vinutí není zatíženo a transformátor je v režimu naprázdno. Obvykle se také předpokládá, že případná zátěž sekundárního vinutí má jen vlastnosti rezistance a z rovnosti příkonu do primárního vinutí a výkonu v obvodu sekundárního vinutí vyplývá poznatek o transformaci proudu.

U skutečného transformátoru je však situace složitější a to se projevuje zejména fázovým posunutím napětí a proudu v obou obvodech, přičemž mohou nastat i případy, kdy jako zátěž je k sekundární cívice připojen obvod s vlastnostmi indukce, kapacitance nebo obecně impedance. Proto lepší obraz o dějích při transformaci střídavých napětí a proudů získáme, když zobrazíme časové diagramy jednotlivých veličin.

S podporou počítače jde o demonstraci poměrně jednoduchou a dostatečně názornou. Poněvadž chceme sledovat hlavně fázové rozdíly střídavých napětí a proudů v primárním a sekundárním obvodu, použijeme k demonstraci transformátor s cívkami o stejném počtu závitů, tedy s transformačním poměrem 1 : 1. Při našich experimentech to byl rozkladný transformátor s cívkami s 600 závitů na uzavřeném jádře. Schéma demonstrace je na obr. 1.



Obr. 1

Pro získání úplné informace o fázovém posunutí střídavého napětí u_1 a proudu i_1 v primárním vinutí transformátoru a napětí u_2 a proudu i_2 v sekundárním vinutí bychom potřebovali počítačový systém se čtyřmi vstupy.

Pro demonstraci jsme použili systém ADDA Junior, který má jen tři napěťové vstupy. Bylo tedy nutné jednu veličinu, v našem případě proud i_2 vyloučit. Pro zobrazení proudu i_1 byl do obvodu primární cívky zařazen rezistor o odporu 1Ω , takže napětí na rezistoru číselně odpovídalo velikosti proudu v primárním obvodu. K zobrazení časových průběhů veličin byl použit program ZAPISOVAČ, který je součástí softwaru převodníku ADDA Junior.

Základní případy, které ve výuce poskytnou potřebnou informaci o funkci transformátoru, jsou: 1. Nezatížený transformátor ($R \rightarrow \infty$), 2. transformátor zatížený rezistorem o odporu R , 3. transformátor nakrátko ($R = 0$), 4. transformátor zatížený induktancí X_L , 5. transformátor zatížený kapacitancí X_C .

1 Nezatížený transformátor

Nezatížený transformátor se v podstatě chová jako cívka s indukčností L_1 v obvodu střídavého proudu. Jestliže k primárnímu vinutí připojíme střídavé napětí harmonického průběhu

$$u_1 = U_m \sin \omega t,$$

prochází primární cívku střídavý proud

$$i_1 = \frac{U_m}{\omega L_1} \sin(\omega t - \pi/2) = -\frac{U_m}{\omega L_1} \cos \omega t.$$

V cívce vzniká magnetický indukční tok Φ , pro jehož okamžitou hodnotu platí vztah

$$\Phi = L_1 i_1 = -\frac{U_m}{\omega} \cos \omega t.$$

Tento magnetický indukční tok prochází také vinutím sekundární cívky a v našem případě, kdy cívky mají stejný počet závitů (tzn. $L_1 = L_2$), se v sekundární cívce indukuje napětí

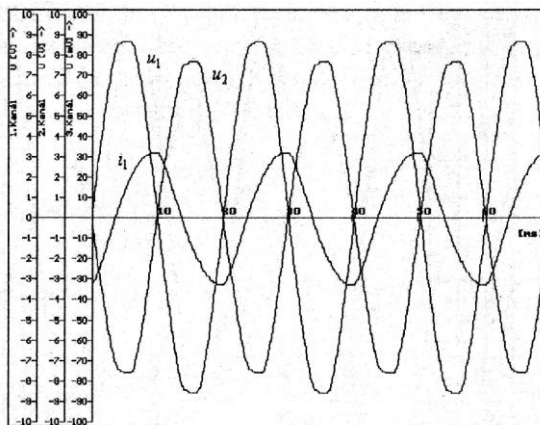
$$u_2 = -\frac{d\Phi}{dt} = -U_m \sin \omega t = -u_1.$$

Sekundární napětí se tedy liší od primárního napětí jen tím, že má opačnou fázi.

Je samozřejmé, že u reálného transformátoru je fázové posunutí jednotlivých veličin ovlivněno také vlastnostmi vinutí cívek i jádra, nicméně obr. 2 vcelku dobře teorii potvrzuje. Poněvadž u nezatíženého transformátoru je proud i_1 poměrně malý, je k zobrazení křivky použit nejmenší rozsah převodníku ADDA Junior, tzn. napětí z pomocného rezistoru je přivedeno na vstup 3 s rozsahem 0,1 V (tzn. 100 mA). Napětí u_1 a u_2 jsou přivedena na vstupy 1 a 2 s rozsahem

10 V. Menší amplitudu napětí u_2 vysvětlíme ztrátami ve vinutí a v jádře transformátoru.

Z časových diagramů je dobře patrné, že fázový rozdíl u_1 a i_1 je $\pi/2$. Účinek transformace $\cos \varphi = 0$ a k přenosu elektrické energie transformátorem nedochází.

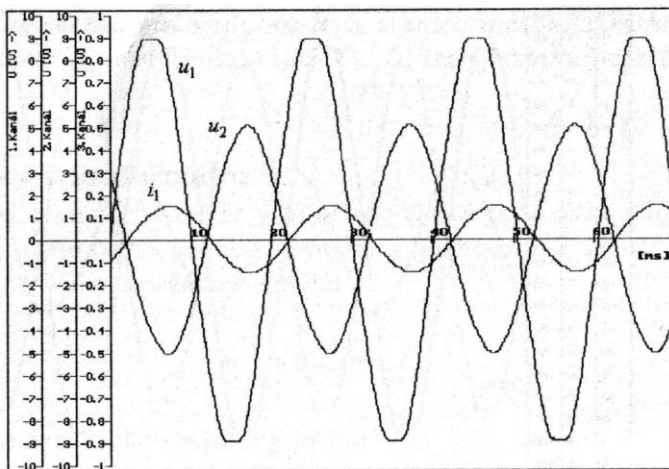


obr. 2

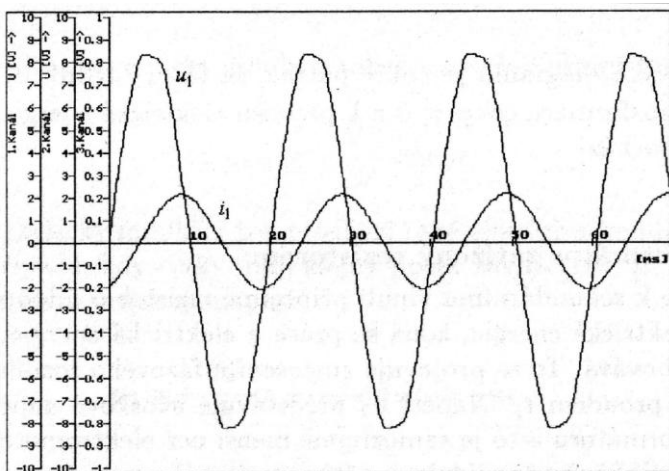
2 Transformátor zatížený rezistorem

Jestliže k sekundárnímu vinutí připojíme rezistor o odporu R , nastává přenos elektrické energie, koná se práce a elektrická energie se v rezistoru spotřebovává. To se projevuje zmenšením fázového rozdílu mezi napětím u_1 a proudem i_1 . Napětí představuje svorkové napětí na výstupu transformátoru a to je samozřejmě menší než elektromotorické napětí, kterému přibližně odpovídalo napětí nezatíženého transformátoru. Časové diagramy na obr. 3 byly pořízeny při zátěži odporem 40Ω .

Při určité hodnotě odporu rezistoru odpovídající impedanci sekundárního vinutí transformátoru se fázový rozdíl zmenšuje na minimum a energie se přenáší do vnějšího obvodu s největší účinností. Tomu odpovídá nejmenší fázový rozdíl u_1 a i_1 a účinek je největší. Jestliže se odpor zátěže po dosažení této hodnoty zmenšuje, popř. zvětšuje, pak se v obou případech také zvětšuje fázový rozdíl u_1 a i_1 a účinek je menší. Když sekundární vinutí zkratujeme ($R = 0$), chová se transformátor opět jako obvodový prvek s induktancí. Fázový rozdíl u_1 a i_1 je $\pi/2$ a $u_2 = 0$ (obr. 4).



Obr. 3

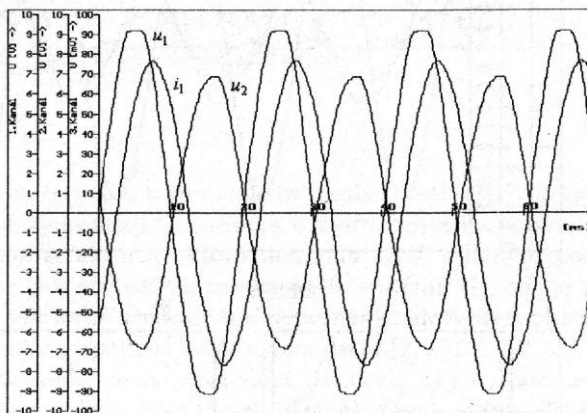


Obr. 4

3 Transformátor zatížený prvkem s reaktancí

Na obr. 5 jsou znázorněny časové diagramy napětí a proudu při zatížení výstupu transformátoru induktancí v podobě cívky s 1 200 závity a s otevřeným jádrem. Sekundární obvod v tomto případě můžeme chápat jako paralelní spojení dvou cívek, takže výsledná indukčnost je menší. Poněvadž magnetický indukční

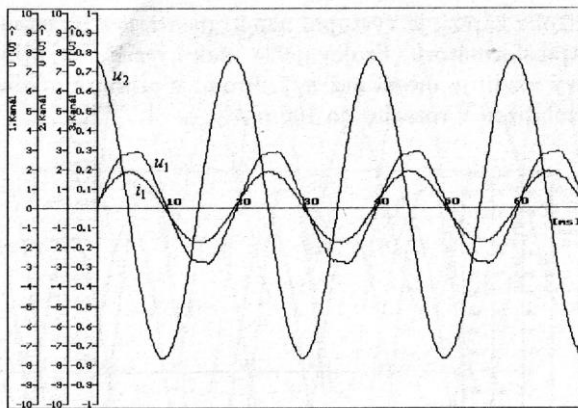
tok v jádře transformátoru prochází jen sekundární cívkou a nikoliv zátěží, je výstupní napětí menší, než by odpovídalo nezátíženému transformátoru. Projevu se však i rezistance připojené cívky, takže fázový rozdíl je menší než $\pi/2$. Proud v primárním obvodu je opět malý a je zobrazen v rozsahu do 100 mA.



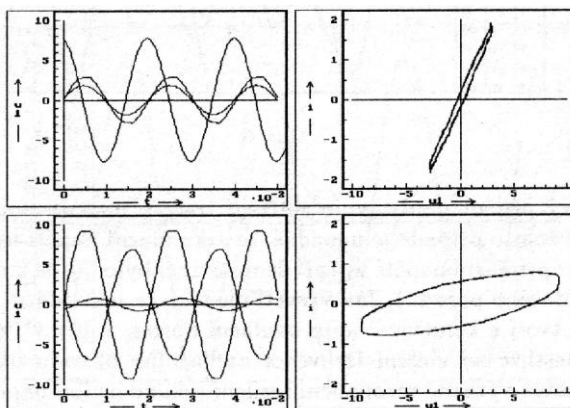
Obr. 5

Zajímavý případ představuje zatížení transformátoru kondenzátorem (obr. 6). V tomto případě je nápadné, že sekundární napětí u_2 je podstatně větší než primární napětí u_1 (při demonstraci bylo nutné zmenšit napětí střídavého proudu). Jev vysvětlíme tím, že sekundární cívka transformátoru tvoří s kondenzátorem oscilační obvod, v němž vzniká nucené kmitání. Jestliže se vlastní frekvence oscilačního obvodu blíží frekvenci 50 Hz, nastává výrazné rezonanční zesílení sekundárního napětí. V našem případě to bylo při použití kondenzátoru o kapacitě 80 μF . Poněvadž při rezonanci se oscilační obvod chová jako obvod jen s rezistancí, dochází k největšímu přenosu energie. To se projevuje zvětšením účinníku přenosu na maximum; fázový rozdíl u_1 a i_1 je téměř nulový.

Fázové poměry v obvodech lze ještě lépe posoudit zobrazením Lissajousova obrazce s poměrem frekvencí 1 : 1. Program ZAPISOVAČ umožňuje zápis naměřených dat do souboru, který lze dále zpracovat programem FAMULUS a zobrazit odpovídající veličiny v grafu x, y . Pro ilustraci je na obr. 7 uveden obrazec znázorňující vzájemnou fázi u_1 a i_1 obvodu s kondenzátorem (nahore) a s rezistorem (dole).



Obr. 6



Obr. 7

Literatura

- [1] Lepil, O., Šedivý, P.: Fyzika pro gymnázia. Elektřina a magnetismus, Prometheus, Praha 1994.
- [2] Horák, Z., Krupka, F.: Fyzika, SNTL, Praha 1966.

EMA a tyristor

OLDŘICH LEPIL

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

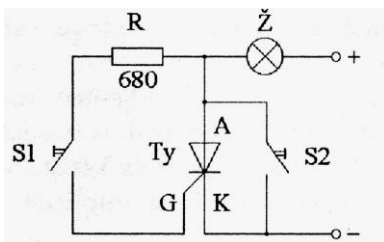
Demonstrační stavebnice EMA, kterou poskytuje školám za značně zvýhodněnou cenu CEZ, a. s. v rámci svého vzdělávacího programu „Energie pro každého“ [1], umožňuje velké množství názorných demonstrací ze všech témat učiva elektřiny, magnetismu a elektroniky. V příručce k pomůcce je jich popsáno 60. Další možnosti si jistě najde každý přemýšlivý učitel fyziky.

V tomto příspěvku si ukážeme několik jednoduchých pokusů s významnou elektronickou součástkou – *tyristorem*.

Připomeňme, že tyristor se používá jako spínací a regulační prvek, v němž se využívají vlastnosti čtyřvrstvé struktury křemíkového polovodiče se třemi přechody PN (podrobnější výklad funkce tyristoru i popis základních experimentů najde čtenář v [2]).

1 Tyristor jako spínač

V elektrickém obvodu se tyristor chová jako polovodičová dioda, která se otvírá při určitém tzv. spínacím napětí U_G na řídicí elektrodě G. Tento děj je se stavebnicí EMA demonstrován pokusem č. 47 *Tyristor – spínání a vypínání*. Obvody tyristoru jsou při demonstraci zapojeny podle obr. 1. Pokud je spínač S1 rozpojen, je tyristor uzavřen a žárovka nesvítí. Stisknutím spínače přejde tyristor do vodivého stavu a zůstane v něm i po rozpojení spínače, žárovka stále svítí. Teprve snížením napětí na tyristoru, což provedeme sepnutím spínače S2, přejde tyristor do nevodivého stavu a zůstane v něm i po rozpojení spínače. Do vodivého stavu přejde tyristor opět po sepnutí spínače S1.



Obr. 1

V příslušném modulu stavebnice EMA je vestavěn tyristor typu KT 501, jehož maximální řídicí proud $I_G = 10 \text{ mA}$ a střední proud tyristoru v sepnutém stavu je 1 A. Aby nebyly při experimentech tyto hodnoty překročeny, jsou přímo v modulu s tyristorem zabudovány ochranné rezistory. K řídicí elektrodě je připojen rezistor o odporu $100 \ \Omega$ a katoda tyristoru je spojena s rezistorem o odporu $4,2 \text{ k}\Omega$. Při demonstraci podle obr. 1 zvětšíme odpor v řídicím obvodu zařazením modulu s rezistorem o odporu $R = 680 \ \Omega$.

Funkci tyristoru však lépe ukážeme, když do řídicího obvodu zařadíme rezistor s měnitelným odporem. K tomuto účelu použijeme potenciometr ze stavebnice EMA, který má celkový odpor $10 \text{ k}\Omega$. Do řídicího obvodu ho zapojíme jako reostat a do obou obvodů zařadíme miliampérmetry.

Při demonstraci postupně zvětšujeme řídicí proud, který přibližně lineárně roste až do okamžiku, kdy se tyristor otevře a žárovka začne svítit. V tom okamžiku proud v řídicím obvodu prudce poklesne a při dalším zmenšování odporu sice poněkud roste, ale proud tyristoru se již nemění a žárovka svítí stále stejně. Při použití zdroje o napětí 5 V procházel řídicím obvodem těsně před otevřením tyristoru proud $I_{G1} = 1 \text{ mA}$, který v okamžiku otevření tyristoru klesl na hodnotu $I_{G2} = 20 \ \mu\text{A}$.

Uvedené experimenty jsou prováděny se stejnosměrným napětím. V technické praxi se však častěji tyristorem ovládají obvody střídavého proudu. Pro demonstraci této funkce bychom mohli obvody na obr. 1 upravit tak, že bychom do řídicího obvodu tyristoru zařadili samostatný zdroj stejnosměrného napětí a obvod se žárovkou by byl připojen ke zdroji střídavého napětí. V tomto uspořádání je demonstrace popsána v [2] na s. 54.

Vzhledem k tomu, že obvod se žárovkou je připojen ke zdroji střídavého napětí, odpadá spínač S2, poněvadž tyristorem prochází proud jen po dobu kladné půlperiody napětí a při přechodu do záporné půlperiody se tyristor uzavře. Otevře se až v okamžiku, určeném hodnotou spínacího napětí na elektrodě G, kterou lze nastavit volbou odporu R rezistoru v řídicím obvodu.

Použití zvláštního zdroje napětí v řídicím obvodu však není nutné a pokus lze uspořádat podle obr. 2. Do řídicího obvodu je zařazena dioda, takže řídicí napětí pulzuje. Na řídicí elektrodu tyristoru jsou tak přiváděny napěťové impulzy a při jejich dostatečné amplitudě nastavené potenciometrem P se tyristor otvírá.

K sestavení pokusu použijeme moduly stavebnice EMA: tyristor, dioda, žárovka ($3,8 \text{ V}$), rezistor ($2,2 \text{ k}\Omega$), potenciometr ($10 \text{ k}\Omega$). K napájení obvodu je sice možné použít zdroj střídavého napětí 8 V , který je v příslušenství stavebnice EMA, ale vhodnější je regulovatelný zdroj střídavého napětí. Jeho výstupní napětí nastavíme na hodnotu, při níž ovládání tyristoru spolehlivě funguje.

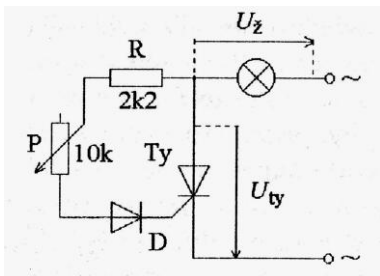
2 Regulace osvětlení

Praktickým příkladem použití tyristoru k regulaci osvětlení je stmívač zapojený podle obr. 3. V tomto případě je řídicí napětí získáváno z děliče napětí tvořeného obvodem RC , jehož časová konstanta τ ($\tau = RC$) je srovnatelná s polovinou periody T střídavého napětí ($T = 2 \cdot 10^{-2}$ s). V našem případě byly použity součástky s parametry $C = 1 \mu\text{F}$ a $R = 10 \text{ k}\Omega$, což odpovídá časové konstantě $\tau = 10^{-2}$ s.

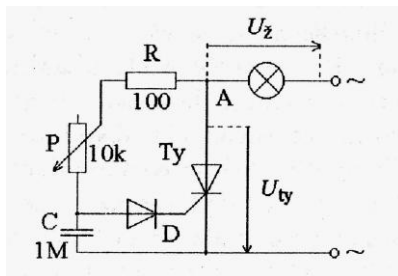
V kladné půlperiodě probíhá nabíjení kondenzátoru, napětí na řídicí elektrodě se postupně zvyšuje a při dosažení spínacího napětí se tyristor otevře. Podle velikosti odporu R v řídicím obvodu (je roven součtu odporu rezistoru R a nastavené hodnoty odporu potenciometru P , který je do obvodu zapojen jako reostat) nastává otevření tyristoru v různých okamžicích půlperiody střídavého napětí. Čím dříve se tyristor otevře, tím déle prochází obvodem tyristoru proud. Výkon střídavého proudu v obvodu je větší a žárovka svítí více.

O činnosti stmívače se nejlépe přesvědčíme zobrazením časových diagramů napětí na tyristoru a na žárovce. K zobrazení časových diagramů můžeme použít klasický osciloskop. Lepší výsledky však dosáhneme pomocí některého počítačového systému ve funkci paměťového osciloskopu.

Při našich experimentech byl použit systém analogově digitálního převodníku ADDA Junior, jehož programem ZAPISOVAČ byly získány časové diagramy na obr. 4. Vzhledem k tomu, že všechny vstupní měřicí kanály systému mají jednu svorku (označenou GND) společnou, byl jako společný bod zvolen bod A na obr. 3. Proto je fáze obou napětí na časových diagramech zobrazena jako opačná.

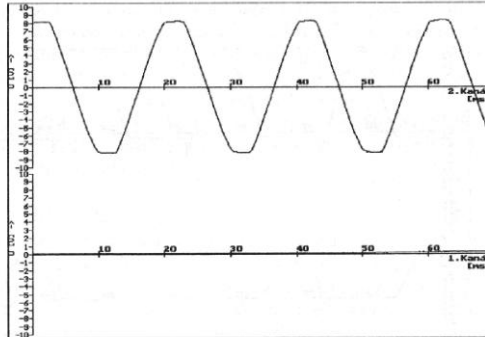


Obr. 2



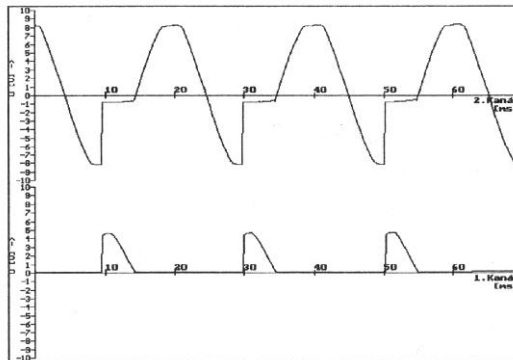
Obr. 3

Obr. 4a odpovídá případu, kdy odpor potenciometru P je příliš veliký, takže napětí na řídicí elektrodě nedosáhne hodnoty potřebné k otevření tyristoru. Tyristor má velký odpor po celou periodu střídavého napětí, které naměříme na jeho elektrodách a jehož časový průběh odpovídá napětí zdroje.



Obr. 4a

Na obr. 4b je zachycen případ, kdy se thyristor otevřel přibližně v polovině kladné půlperiody střídavého napětí. V okamžiku otevření thyristoru napětí na jeho elektrodách podstatně poklesne na hodnotu odpovídající úbytku napětí na sepnutém thyristoru. Velikost napětí na otevřeném thyristoru je u modulu ve stavběnici EMA ovlivněna také vestavěným ochranným rezistorem $4,2 \Omega$ a při snímání časových diagramů byl vyřazen.

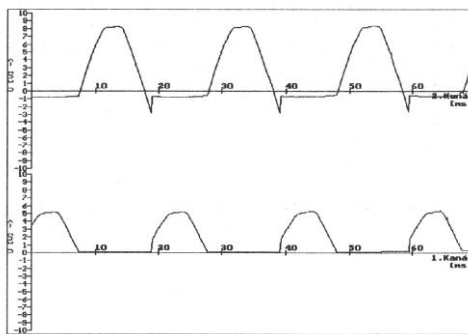


Obr. 4b

Proud procházející thyristorem vytváří na žárovce úbytek napětí, jehož časový diagram je na obr. 4b dole (1. kanál). Tomu odpovídá malý výkon žárovky a její vlákno jen slabě svítí.

Obr. 4c představuje nastavení stmívače na největší výkon žárovky. Při dané hodnotě odporu v obvodu RC je thyristor otevřen téměř celou půl-periodou střídavého napětí a žárovka jasně svítí.

K sestavení pokusu byly použity moduly: tyristor, polovodičová dioda, žárovka (3,8 V), potenciometr (10 k Ω), rezistor 100 Ω (vzhledem k vestavěnému ochrannému odporu není nutný) a kondenzátor (1 μ F).



Obr. 4c

Poznámka: V soupravě EMA je omylem uvedena značka + označující polaritu kondenzátoru na všech modulech s kondenzátory. Tuto značku je samozřejmě třeba respektovat jen u elektrolytických kondenzátorů s velkými kapacitami. Ty však nemohou být v obvodech střídavého proudu použity. Kondenzátor 1 μ F není elektrolytický a lze jej v našem případě použít v libovolné poloze bez ohledu na značku +.

3 Stmívač řízený světlem

Zajímavou variantou předcházejícího pokusu je demonstrace stmívače řízeného světlem. K tomu doplníme obvod na obr. 3 ještě modulem s fotorezistorem, který je rovněž součástí stavebnice EMA. Jestliže odpor R nahradíme fotorezistorem, funguje celé zařízení jako stmívač řízený světlem, tzn. čím je fotorezistor více osvětlen, tím více žárovka svítí. Pro praxi by však měl větší význam spíše stmívač s činnou tmou, tzn. takové zapojení, kdy naopak při osvětleném fotorezistoru žárovka nesvítí, kdežto po zakrytí fotocitlivé vrstvy rezistoru např. rukou se žárovka rozsvítí. V tomto případě zařadíme fotorezistor do série s kondenzátorem v dolní části řídicího obvodu na obr. 3.

4 Relaxační oscilátor

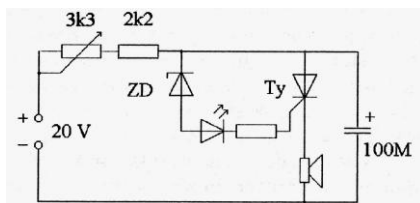
Výklad dějů při nabíjení a vybíjení kondenzátorů můžeme doplnit pěknou demonstrací tzv. relaxačního oscilátoru. V dobách, kdy nebyly k dispozici moderní elektronické součástky, se relaxační oscilátor demonstroval pomocí doutnavky připojené paralelně ke kondenzátoru. Oscilátor pracuje tak, že se kondenzátor nabíjí přes rezistor a napětí na deskách oscilátoru se postupně zvětšuje, až dosáhne zápalného napětí doutnavky. V tom okamžiku v doutnavce

vznikne výboj a kondenzátor se rychle vybíjí až na napětí, při němž výboj v doutnavce zanikne. Od tohoto okamžiku se napětí na kondenzátoru opět zvětšuje a celý děj se opakuje. Napětí kondenzátorů má charakteristický pilový průběh (vzestupná a sestupná část pilového napětí je ovšem částí exponenciály).

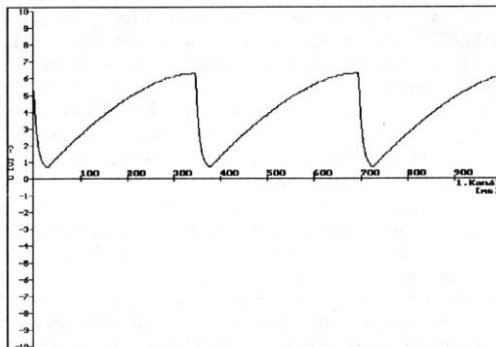
Podobně fungující relaxační oscilátor je popsán i v příručce ke stavebnici EMA (48. *Blikač s tyristorem*). Místo doutnavky je paralelně ke kondenzátoru připojen tyristor a řídicí napětí je snímáno s potenciometru připojeného ke zdroji stejnosměrného napětí. Indikace relaxačních kmitů je provedena svítivou diodou zařazenou do obvodu tyristoru. Praktické experimenty s tímto oscilátorem ukázaly, že soustava je značně citlivá na nastavení jednotlivých napětí a průběh experimentu je málo spolehlivý. Také amplituda relaxačních kmitů je poměrně malá.

Proto bylo vyzkoušeno jiné zapojení relaxačního oscilátoru, v němž se využívají vlastnosti Zenerovy diody, která však není součástí stavebnice EMA. Opatříme si tedy Zenerovu diodu (např. 3 NZ 70) a tou buď nahradíme jednu ze dvou usměrňovacích diod, které stavebnice obsahuje, nebo jednoduše použijeme univerzální modul určený pro vyměnitelné rezistory. Naše úprava oscilátoru spočívá ještě v doplnění akustické indikace kmitů pomocí miniaturního reproduktoru o průměru 38 mm (s impedancí 8 Ω), který je připojen volnými spojevacími vodiči.

Schéma upraveného relaxačního oscilátoru je na obr. 5. Jako kondenzátor je použit modul s elektrolytickým kondenzátorem o kapacitě 100 μF . Kondenzátor se nabíjí přes dvojici sériově spojeného pevného a měnitelného rezistoru (2,2 k Ω a 3,3 k Ω). Řídicí elektroda tyristoru je připojena k anodě tyristoru a kladné elektrodě kondenzátorů (pozor na dodržení polarity!) přes Zenerovu diodu zapojenou v závěrném směru. Po připojení zdroje napětí ($U = 20 \text{ V}$) se kondenzátor začne nabíjet a potenciál anody tyristoru se zvětšuje, až dosáhne hodnoty Zenerova napětí pro použitou diodu (5 V). V tom okamžiku prudce klesne odpor Zenerovy diody a kladný potenciál řídicí elektrody způsobí otevření tyristoru. Otevřeným tyristorem se kondenzátor vybije a snížení potenciálu anody má za následek uzavření jak Zenerovy diody, tak tyristoru a ten přejde do nevodivého stavu.



Obr. 5



Obr. 6

Tento děj se periodicky opakuje a relaxační oscilátor kmitá s periodou, kterou lze v jistých mezích ovlivnit nastavením měnitelného odporu $3,3 \text{ k}\Omega$. Indikaci kmitů provedeme opticky světelnou diodou, kterou zařadíme do přívodu k řídicí elektrodě, a akusticky reproduktorem zapojeným do obvodu tyristoru. Pomocí osciloskopu nebo počítačového systému se přesvědčíme o průběhu relaxačních kmitů, na nichž je dobře vidět exponenciální průběh napětí na kondenzátoru jednak v nabíjecí fázi relaxačního kmitu, jednak při vybíjení kondenzátorů (obr. 6).

Literatura

- [1] *Dufková, M.*: EMA – demonstrační stavebnice pro pokusy z elektřiny, magnetismu a elektroniky, MFI 7 (1997), č. 4, s. 215.
- [2] *Lepil, O., Šedivý, P., Grün, M.*: Fyzika a technika, SPN, Praha 1984.

Operační zesilovač v učivu o magnetismu

OLDŘICH LEPIL

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Operační zesilovač patří k elektronickým součástkám se širokým uplatněním v technické praxi. V tomto příspěvku si ukážeme, jak ho lze využít při pokusech v učivu o elektromagnetické indukci a při demonstraci magnetické hystereze.

1 Operační zesilovač

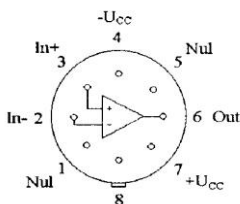
Operační zesilovače (OZ) jsou analogové integrované obvody, u nichž je velikost výstupního napětí lineární funkcí vstupního napětí. Charakteristickým znakem OZ je velká hodnota napěťového zesílení a schopnost zesilovat signály až do „nulové“ frekvence.

Pro naše experimenty použijeme OZ MAA741 (je vyobrazen v učebnici [1] na s. 233), jehož vnitřní struktura obsahuje 24 bipolárních tranzistorů, 11 rezistorů a 1 kondenzátor. Z pouzdra součástky vystupuje 8 drátových vývodů (1 až 8 na obr. 1 – pohled zespodu, vývod 8 je nezapojen). Schematicky se OZ znázorňuje trojúhelníkem, u něhož je znaménkem – označen invertující vstup (In–) a znaménkem + neinvertující vstup (In+). Hrot trojúhelníka představuje výstup (Out).

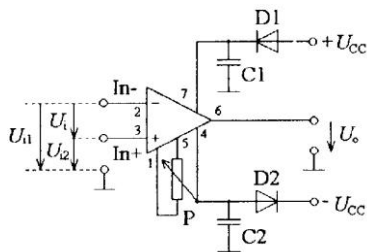
Pro demonstrační účely je vhodné upravit OZ do podoby pomůcky, která by umožňovala jednak snadné zapojení operačního zesilovače do elektrického obvodu, jednak by usnadňovala vytvoření tzv. operační sítě, která svojí konfigurací a parametry součástek určuje výslednou funkci OZ. K tomu účelu jsme použili upravený větší typ modulu z demonstrační stavebnice EMA (viz [2]). Do modulu byly zabudovány také pomocné obvody nutné pro správnou funkci OZ. Schéma celé pomůcky je na obr. 2.

Kolíky modulu stavebnice EMA jsou spojeny s oběma vstupy (In–, In+) a s výstupem (Out). Ke čtvrtému kolíku je připojena pomyslná zem, která se vytvoří připojením vývodů 4 a 7 přes keramické kondenzátory o kapacitě 100 μF . Tento kolík je současně připojen k zemnici zdířce napájecího zdroje stejnosměrného napětí $\pm 15\text{ V}$ (např. zdroj BK 125). Do přívodů k napájecím zdířkám jsou zařazeny ochranné diody (KY 130/80). Propojení modulu OZ se zdrojem napětí je provedeno samostatným kablíkem vyvedeným z modulu otvorem v jeho boční stěně. K vývodům 1 a 5 je připojen potenciometrický trimr 10 $\text{k}\Omega$, jehož sběrač je spojen s vývodem 4. Potenciometr slouží pro stejno-

směrnou kompenzací napěťové nesymetrie vstupu. Zejména při zesilování velmi malých napětí je třeba před experimentem nastavit tímto potenciometrem nulové výstupní napětí. Proto je vhodné řešit konstrukci modulu OZ tak, aby byl k potenciometru přístup např. pomocí šroubováku otvorem ve stěně modulu.



Obr. 1



Obr. 2

2 Vznik indukovaného napětí v přímém vodiči

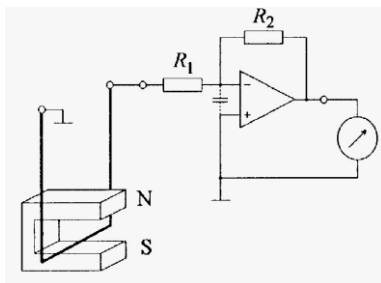
Při demonstraci magnetické síly, která působí v magnetickém poli na přímý vodič, používáme obvykle pomůcku ve tvaru rámečku (houpačky), jehož vodorovná část je v magnetickém poli (viz [1], obr. 7-7 na s. 141). Po připojení rámečku ke zdroji stejnosměrného napětí pozorujeme, že se rámeček působením magnetické síly vychýlí z rovnovážné polohy.

Pro pochopení souvislostí elektromagnetických dějů by bylo cenné, kdybychom se stejným zařízením mohli ukázat také opačný děj: Pohyb vodiče v magnetickém poli má za následek indukci elektrického napětí. Přímým připojením vodiče k voltmetru však prakticky žádné napětí nezjistíme. Hodnota indukovaného napětí je pod prahem citlivosti demonstračního měřidla.

Velmi názorně však vznik indukovaného napětí prokážeme pomocí OZ zapojeného jako invertující zesilovač. Z teorie (viz např. [3]) vyplývá, že zesílení A invertujícího zesilovače, jehož operační síť tvoří rezistory R_1 a R_2 zapojené podle obr. 3, je určeno vztahem

$$A = -\frac{R_2}{R_1}.$$

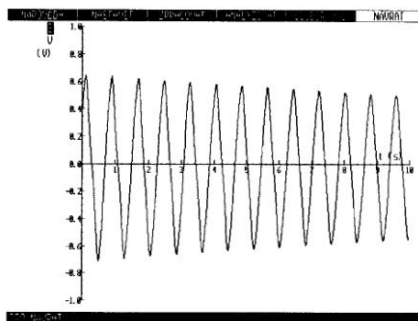
Jestliže tedy na vstup $In-$ přivedeme vstupní napětí U_{vst} , má výstupní napětí hodnotu $U_{výst} = AU_{vst}$. V našem experimentu byly použity rezistory o odporech $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ a $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$, takže $A = 103$. Při tomto zesílení postačuje základní rozsah měřidla (100 mV) k dostatečné registraci indukovaného napětí. Použijeme demonstrační měřidlo s nulou uprostřed a necháme rámeček volně kývat. Pohyb ručky měřidla ukáže, jak souvisí směr a rychlost pohybu vodiče v magnetickém poli s polaritou a směrem indukovaného napětí.



Obr. 3

Pokus můžeme použít i jako demonstraci harmonického pohybu. Ideální by bylo, kdyby magnetické pole, v němž se vodič pohybuje, bylo homogenní. To je u magnetu ve tvaru U poměrně dobře splněno a vhodné je magnetické pole ještě zesílit pomocí obdélníkových keramických feritů použitých jako pólové nástavce.

Pro zobrazení časového diagramu indukovaného napětí, které je funkcí rychlosti pohybu vodiče v magnetickém poli, jsme použili počítačový systém IP Coach. Programem MULTISKOP zobrazíme indukované napětí přivedené na vstup 3 (vstupní napětí 1 V). Na získaném oscilogramu (obr. 4) je také vidět poměrně značné tlumení kmitů vodivého rámečku ze soupravy Elektřina demonstrační.



Obr. 4

Značné zesílení invertujícího zesilovače má ovšem za následek i poměrně velkou citlivost vstupu zesilovače na různá rušivá napětí, která se indukují jak na vodičích rámečků, tak na spojovacích vodičích. Abychom tento nedostatek odstranili, přemostíme vstup zesilovače kondenzátorem o kapacitě 1 μF (čárkovaně na obr. 3). Při práci se systémem IP Coach můžeme rušivá napětí odstranit z časového diagramu také dodatečně použitím programu ZPRACOVÁNÍ.

3 Indikace magnetického pole Země

Při demonstraci elektromagnetické indukce obvykle cívku (např. z rozkladného transformátoru) připojíme k demonstračnímu měřidlu a do cívky zasuneme magnet. Překvapení žáků vzbudí experiment, při němž nepoužijeme žádný magnet, a přesto demonstračním měřidlem zjistíme poměrně velké indukované napětí.

Tuto demonstraci realizujeme opět s OZ v zapojení jako invertující zesilovač a se stejnou operační sítí jako na obr. 3. K invertujícímu vstupu připojíme pomocí delších vodičů cívku z rozkladného transformátoru. Jestliže cívku pohybujeme, ukazuje ručka demonstračního měřidla výchylku, jejíž velikost závisí jak na rychlosti, tak na směru pohybu cívky.

Pokus můžeme zkvalitnit použitím deklinační magnetky, která ukazuje směr magnetické indukční čáry magnetického pole Země v pozorovacím místě. Jestliže cívku budeme pohybovat tak, aby podélná osa cívky měla směr magnetické indukční čáry, bude velikost indukovaného napětí poměrně malá, protože se málo mění magnetický indukční tok vinutím cívky. Naopak při pohybu kolmo k indukčním čarám je indukované napětí největší.

4 Magnetická hystereze

I když lze v současné době považovat výklad magnetické hystereze za „nadstandardní“ učivo (poslední středoškolské zpracování u nás je v učebnici [4]), jde o zajímavý experiment, který může být pěkným doplňkem učiva o magnetických vlastnostech látek a může přispět k dobrému pochopení pojmů magneticky měkké a magneticky tvrdé látky. Osciloskopická demonstrace hysterezní smyčky feromagnetické látky je popsána v [5]. Její princip spočívá v tom, že se na osu x osciloskopu přivádí napětí, které je obrazem velikosti intenzity H magnetického pole cívky a na osu y se přivádí napětí, které je obrazem magnetické indukce B v jádře cívky. Poněvadž velikost intenzity magnetického pole je lineární funkcí proudu ve vinutí cívky, postačí, když do obvodu cívky zařadíme rezistor o malém odporu a napětí na něm je přímo úměrné H . Pro získání informace o velikosti magnetické indukce umístíme v blízkosti cívky (nazveme ji primární) druhou cívku (sekundární), přičemž obě cívky mají společné jádro tvořené zkoumaným feromagnetickým materiálem. Podle Faradayova zákona elektromagnetické indukce je napětí indukované na sekundární cívce funkcí časové změny magnetické indukce ($u_2 \approx dB/dt$). Integrací napětí indukovaného v sekundární cívce tak získáme napětí, které je obrazem okamžité hodnoty magnetické indukce.

Při osciloskopické demonstraci byla integrace provedena integračním obvodem v podobě obvodu RC . Dále popíšeme variantu demonstrace, při níž je k integraci indukovaného napětí použit OZ v zapojení jako integrátor.

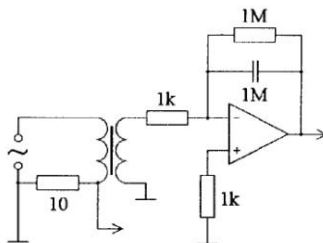
Schéma demonstrace je na obr. 5. Operační síť OZ ve funkci integrátoru je tvořena rezistorem R_1 ($R_1 = 1 \text{ k}\Omega$) a kondenzátorem C ($C = 1 \text{ }\mu\text{F}$). Pro výstupní napětí integrátoru platí vztah

$$u_{\text{výst}} = -\frac{1}{R_1 C} \int u_{\text{vst}} dt.$$

Poněvadž $u_{\text{vst}} = -k dB/dt$ (k je konstanta úměrnosti), platí pro výstupní napětí

$$u_{\text{výst}} = \frac{k}{\tau} B,$$

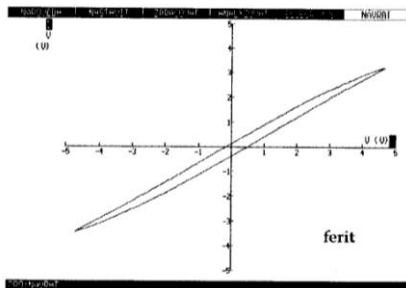
kde $\tau = R_1 C$ je časová konstanta integrátoru.



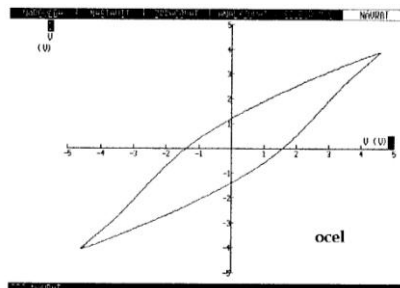
Obr. 5

K sestavení demonstrace byl použit rozkladný transformátor ze soupravy pro žákovské pokusy s cívkami 200 závitů (primární) a 400 závitů (sekundární). Do obvodu primární cívky byl zařazen laboratorní reostat $10 \text{ }\Omega$. Reostat musí být dimenzován na větší proudy. Při našich experimentech dosahoval proud v primární cívce až 2 A . OZ v zapojení jako integrátor byl sestaven na propojovacím panelu stavebnice EMA. Rezistor R_2 ($R_2 = 1 \text{ M}\Omega$) připojený paralelně ke kondenzátoru udržuje symetrii výstupního napětí. Pro lepší funkci integrátoru je neinvertující vstup OZ spojen se zemí přes rezistor R_3 ($R_3 = 1 \text{ k}\Omega$).

Jako vzorky feromagnetických materiálů jsou nejvhodnější objekty ve tvaru tyček s plochou příčného řezu do 1 cm . Můžeme použít např. samotné jádro rozkladného transformátoru, ale jeho hysterezní smyčka je velmi úzká, takže oscilogram má podobu úsečky. Vhodnější je např. tyčka feritové antény (obr. 6), jejíž hysterezní smyčku jsme srovnali s hysterezní smyčkou listu ocelové pilky na železo (obr. 7). V tomto případě byly cívky nasazeny na otevřeném jádře tvaru U a list pilky magnetický obvod jádra uzavíral jako jho.



Obr. 6



Obr. 7

K zobrazení hysterezních smyček byl opět použit systém IP Coach, jehož vstupy 1 a 2 umožňují zobrazovat napětí do 5 V. Tím byla omezena také úroveň magnetického sycení vzorku. I tak však získané křivky dobře ilustrují rozdíly ve vlastnostech magnetických materiálů. Široká hysterezní smyčka charakterizuje magneticky tvrdý materiál (ocel), kdežto úzká smyčka je znakem magneticky měkkého materiálu (ferit).

Literatura

- [1] Lepil, O., Šedivý, P.: Učebnice pro gymnázia. Elektřina a magnetismus. Prometheus, Praha 1994.
- [2] Dufková, M.: EMA - demonstrační stavebnice pro pokusy z elektřiny, magnetismu a elektroniky, MFI, roč. 7 (1997), č. 4, s. 215.
- [3] Lepil, O., Grün, M., Šedivý, P.: Fyzika a technika, SPN, Praha 1984.
- [4] Lepil, O., Houdek, V., Pecho, A.: Fyzika pro III. ročník gymnázií, SPN, Praha 1986.
- [5] Lepil, O.: Elektronika ve škole, SPN, Praha 1972.

Přechodné děje v oscilátorech

OLDŘICH LEPIL

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

S přechodnými ději se setkáváme především v elektrických obvodech, kdy se v určitém okamžiku např. skokem změní elektrické napětí. Obdobné děje však nastávají i v mechanických systémech, když v určitém okamžiku začne v systému působit mechanická síla. Příkladem takového přechodného děje, který je součástí středoškolského učiva elektřiny, je např. vznik proudu v obvodu s cívkou a rezistorem (viz [1] s. 182), kterému by v mechanice odpovídal např. volný pád kuličky v odporujícím prostředí. V obvodu s RL v průběhu přechodného děje narůstá proud podle exponenciální funkce, až dosáhne nové ustálené hodnoty. Při volném pádu kuličky se exponenciálně zvětšuje její rychlost a ustálí se při rovnováze tíhové a odporové síly. Podobně lze popsat nabíjení kondenzátoru a analogický průběh prodlužování pružiny spojené s tlumičem působením stálé síly.

Pro všechny uvedené příklady je společné, že při přechodném ději je elektrický obvod v počátečním okamžiku připojen ke zdroji konstantního napětí, popř. v mechanické soustavě začíná působit stálá síla. V tomto příspěvku se budeme zabývat přechodnými ději, kdy na elektrický obvod nebo mechanickou soustavu začne v určitém okamžiku působit harmonické elektrické napětí, popř. harmonická síla. Přechodným dějem vzniká nucené kmitání a postupně ustálení těchto kmitů má zajímavý průběh zejména v případech, kdy elektrický obvod popř. mechanická soustava má vlastnosti oscilátoru. Proto se dále omezíme jen na přechodné děje v oscilátorech.

Trochu teorie

Teoretický popis ustálení nuceného kmitání v oscilátoru (rozkmitání oscilátoru) je poměrně složitý. Proto se budeme zabývat jen zjednodušeným případem oscilátoru bez tlumení, na který v počátečním okamžiku přechodného děje začne působit harmonická síla

$$F = F_m \cos \omega t.$$

V podstatě můžeme říci, že v průběhu přechodného děje dochází v oscilátoru k superpozici nuceného kmitání s úhlovou frekvencí ω a vlastního kmitání oscilátoru, jehož úhlová frekvence je ω_0 . V počátečním okamžiku ($t = 0$) je

působící síla největší ($F = F_m$) a pokud se úhlové rychlosti ω a ω_0 příliš neliší, budou mít obě kmitání také stejnou počáteční fázi. Okamžitou výchylku oscilátoru při přechodném ději popíšeme rovnicí

$$y = y_m \cos \omega t + y_{m0} \cos \omega_0 t,$$

kde y_m je amplituda nuceného kmitání a y_{m0} je amplituda vlastního kmitání. Postupnou derivací vztahu pro okamžitou výchylku získáme rovnice pro rychlost v a zrychlení a oscilátoru:

$$\begin{aligned} v &= -y_m \omega \sin \omega t - y_{m0} \omega_0 \sin \omega_0 t \\ a &= -y_m \omega^2 \cos \omega t - y_{m0} \omega_0^2 \cos \omega_0 t \end{aligned}$$

Amplitudy výchylky y_m a y_{m0} určíme z počátečních podmínek, tzn. pro $t = 0$, kdy $y = 0$, $v = 0$ a zrychlení a v počátečním okamžiku $a = F_m/m$. To znamená, že v počátečním okamžiku $y_{m0} = -y_m$ a z rovnice pro zrychlení dostaneme pro amplitudu výchylky vztah

$$y_m = \frac{F_m}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Kmitání oscilátoru při přechodném ději je pak popsáno rovnicí

$$y = \frac{F_m}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} (\cos \omega t - \cos \omega_0 t).$$

Vidíme, že kmitání oscilátoru je neharmonické a v případě, že $\omega \rightarrow \omega_0$ vznikají v oscilátoru rázy, které při rezonanci, kdy $\omega = \omega_0$, zaniknou a amplituda výchylky oscilátoru vzroste na nekonečně velkou hodnotu. K tomu však nedojde okamžitě, a tak si ještě ukažme, jak se v závislosti na čase t bude amplituda výchylky měnit. Použijeme vzorec pro rozdíl $\cos x - \cos y$ a dostaneme:

$$y = \frac{2F_m \sin\left[\frac{(\omega + \omega_0)t}{2}\right] \sin\left[\frac{(\omega - \omega_0)t}{2}\right]}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Pro případ, že $\omega \rightarrow \omega_0$, platí po úpravě vztah

$$y = \frac{F_m t}{2m\omega_0} \sin \omega_0 t \lim_{\omega \rightarrow \omega_0} \frac{\sin\left[\frac{(\omega - \omega_0)t}{2}\right]}{(\omega_0 - \omega)t/2}.$$

Poněvadž limita výrazu v předcházejícím vztahu je rovna 1, je zřejmé, že při rezonanci oscilátor kmitá s amplitudou, která je lineární funkcí času.

Netlumený oscilátor je ovšem fyzikální idealizace a u skutečného oscilátoru vždy musíme počítat s tlumením. I v tomto případě bychom vztah pro kmitání oscilátoru při přechodném ději mohli odvodit elementárními prostředky (viz např. [2]). Náš příspěvek však k tomu neposkytuje prostor a tak se omezíme na konstatování, že při rezonanční frekvenci nuceného kmitání narůstá amplituda nuceného kmitání podle exponenciální funkce, až dosáhne ustálené hodnoty.

Ještě složitější je průběh přechodného děje v tlumeném oscilátoru, jestliže se frekvence nuceného kmitání poněkud liší od vlastní frekvence oscilátoru. Avšak i tyto zajímavé děje lze snadno vymodelovat počítačem s použitím metody dynamického modelování.

Dynamický model přechodného děje v oscilátoru

Metoda dynamického modelování je vcelku dobře známa a modely kmitavých dějů v mechanickém i elektromagnetickém oscilátoru jsou popsány např. v [3]. Základem počítačového modelu je pohybová rovnice (u mechanického oscilátoru), nebo vyjádření 2. Kirchhoffova zákona (u elektromagnetického oscilátoru). Pro tlumený mechanický oscilátor napíšeme pohybovou rovnici ve tvaru

$$ma = -ky - bv + F_m \cos \omega t,$$

kde m a k jsou parametry oscilátoru a b je součinitel úměrnosti tlumící síly a rychlosti. Z pohybové rovnice určíme zrychlení a sestavíme čtyři rovnice, které tvoří dynamický model přechodného děje (h je časový krok):

$$\begin{aligned} a &= (-k \cdot y - b \cdot v + F_m \cdot \cos(\omega \cdot t)) / m \\ y &= y + v \cdot h \\ v &= v + a \cdot h \\ t &= t + h \end{aligned}$$

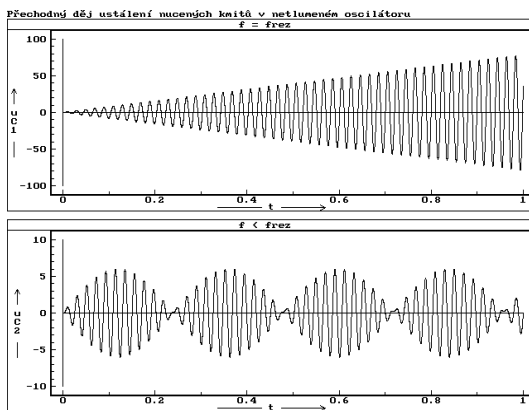
Analogicky napíšeme rovnici 2. Kirchhoffova zákona pro elektromagnetický oscilátor:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = U_m \cos \omega t$$

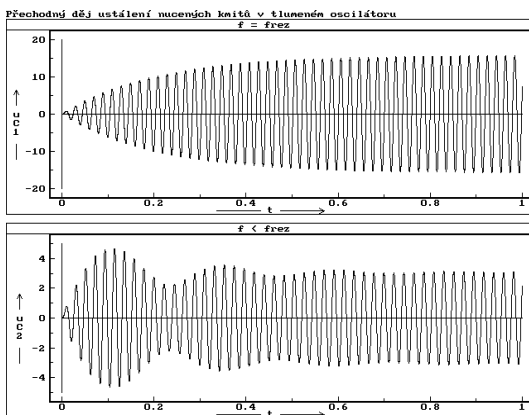
Na základě této rovnice sestavíme obdobný dynamický model pro elektromagnetický oscilátor ($dt = h$):

$$\begin{aligned} di &= (-q/C - R \cdot i - U_m \cdot \cos(\omega \cdot t)) / L \cdot h \\ q &= q + i \cdot h \\ i &= i + di \\ t &= t + h \end{aligned}$$

Na obr. 1 je zobrazen časový diagram přechodného děje v netlumeném elektromagnetickém oscilátoru ($R = 0$). Nahoře je zobrazen případ rezonance $\omega = \omega_0 = \sqrt{1/LC}$, který potvrzuje předcházející výsledek o lineárním růstu amplitudy kmitání. Dolní případ odpovídá úhlové frekvenci $\omega = 0,9\omega_0$, kdy v oscilátoru vznikají rázy s konstantní amplitudou.



Obr. 1



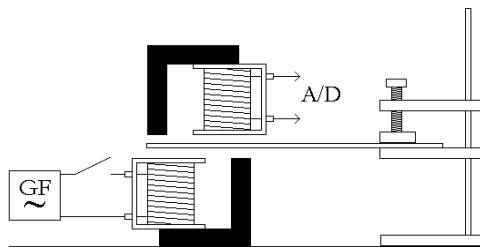
Obr. 2

Obr. 2 odpovídá tlumenému elektromagnetickému oscilátoru s parametry $L = 1$ H, $C = 10$ μ F, $R = 10$ Ω . Vyzkoušejte si sami pomocí programu FAMULUS chování oscilátoru při různých podmínkách. Připomínám volbu počátečních podmínek: $q = 0$, $i = 0$, $t = 0$ a $U_m = 0,5$ V.

Demonstrace přechodného děje v oscilátoru

Didaktická hodnota uvedených teoretických poznatků se významně zvětší jejich demonstrací reálným experimentem. Ověření teorie na příkladu mechanického oscilátoru není snadné a u běžných mechanických oscilátorů (pružinový oscilátor, kyvadlo) je jednoduchými prostředky prakticky nerealizovatelné. Poměrně snadno však můžeme přechodný děj demonstrovat na kmitajícím pružném pásku. Uspořádání demonstrace rezonance pružného pásku je popsáno v [3] (s. 18). Kmitání ocelového pásku délky 15 cm bylo vynucováno magnetickým polem cívky o 1 200 závitů z rozkladného transformátoru, nasazené na jádře tvaru U (obr. 3). Cívka byla připojena ke generátoru funkcí ze systému ADDA a rezonance bylo dosaženo při frekvenci harmonického napětí přibližně 28 Hz. Pro lepší buzení kmitu bylo jádro cívky předmagnetováno přiložením feritového magnetu k volnému sloupku jádra.

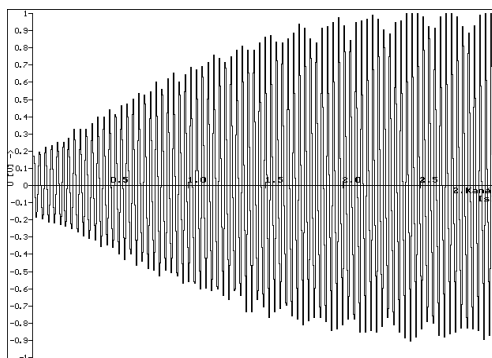
Ke snímání kmitů byla použita cívka 18 000 závitů ze žakovské soupravy rozkladného transformátoru, nasazená rovněž na otevřeném jádře a volný sloupek byl podle obr. 3 umístěn nad kmitajícím koncem ocelového pásku. Pohybem pásku se v podstatě moduluje intenzita magnetického pole budící cívky a napětí na snímací cívce je obrazem kmitání pásku. Při demonstraci je třeba nejprve velmi pečlivě nastavit rezonanční frekvenci. Přitom se projevuje výhoda demonstrace mechanického oscilátoru, poněvadž o průběhu kmitání se můžeme přesvědčit vizuálně. Ocelový pásek jako oscilátor má poměrně malé tlumení (vysoký činitel jakosti), takže již při nastavování rezonanční frekvence se přesvědčíme, že i malá změna frekvence má za následek vznik rázů. Rovněž vyhledání vhodné polohy snímací cívky vyžaduje trochu trpělivosti.



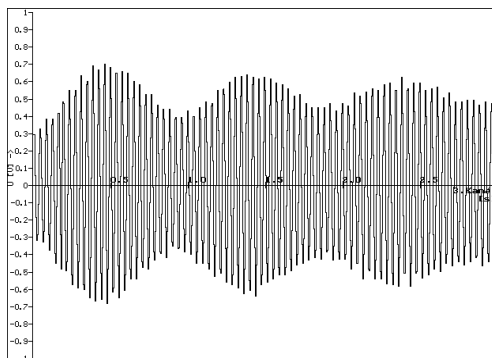
Obr. 3

Přechodný děj demonstrujeme jednoduše tak, že co nejpřesněji nastavíme rezonanční frekvenci. Pak odpojíme zdroj budícího napětí, kmitající pásek uklidníme a zdroj znovu připojíme při současném spuštění záznamu. Průběh kmitání je zobrazen programem Pomaloběžný osciloskop systému ADDA s automatickým spouštěním zápisu dat (obr. 4). Typické rázy vzniknou již při nepatrném rozladění přibližně o 2 Hz (obr. 5). Abychom vyloučili spuštění

záznamu náhodným rušivým napětím, je nutné nastavit spouštěcí napětí alespoň na 0,1 V. Proto na oscilogramech chybí počáteční část časového diagramu.

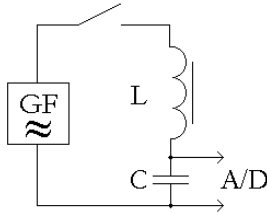


Obr. 4

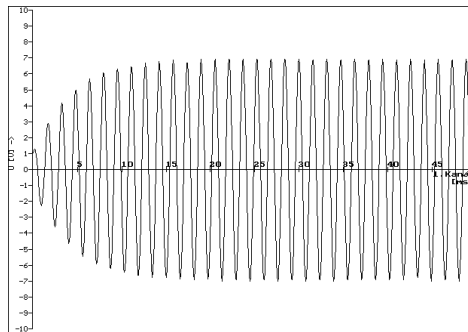


Obr. 5

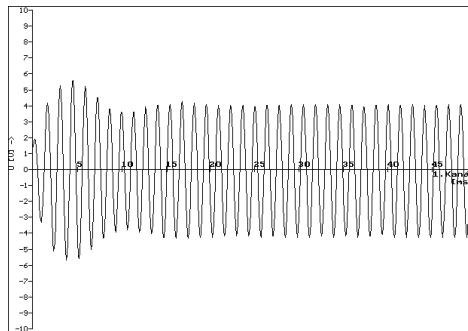
Podstatně jednodušší je demonstrace přechodného děje v elektromagnetickém oscilátoru (obvod s LC v sérii, obr. 6). Oscilátor byl sestaven z cívky 600 závitů s krátkým jádrem a z kondenzátoru o kapacitě $1 \mu\text{F}$. K zobrazení časového diagramu byl použit program Zapisovač. Před demonstrací byla opět nejprve nastavena na generátoru funkcí rezonanční frekvence (ke kontrole nastavení poslouží zobrazení kmitů s největší amplitudou). Pak vypínačem připojíme zdroj napětí harmonické frekvence a automatické spouštění záznamu umožní zobrazit přechodný děj (obr. 7). Ze záznamu lze určit rezonanční frekvenci, která byla přibližně 625 Hz. Na obr. 8 jsou patrné typické rázy přechodného děje stejného oscilátoru při frekvenci 750 Hz.



Obr. 6



Obr. 7



Obr. 8

Závěr

Uvedené poznatky o přechodných dějích v oscilátorech mají řadu konkrétních projevů, které se uplatňují např. v regulační a komunikační technice. Rezonanční obvod je např. součástí každého přijímače elektromagnetických signálů. Jestliže má být přijat harmonický signál s úhlovou frekvencí ω a dobou trvání t , je nutná určitá doba, po kterou se rezonátor rozkmitává. Naopak, když

příjem signálu skončí, rezonátor ještě po určitou dobu kmitá. To způsobuje, že dobu trvání signálu lze určit jen s jistou neurčitostí Δt . Jak potvrzují popsané modely a experimenty, tato doba se zmenší, jestliže oscilátor má větší tlumení. To však má za následek menší citlivost a tedy selektivnost příjmu. Rezonanční křivka oscilátoru je širší, rezonátor se rozkmitá i při frekvencích odlišných od frekvence rezonanční. To je vyjádřeno jistou neurčitostí úhlové frekvence $\Delta\omega$ přijímaného signálu. Z teorie vyplývá, že zde platí vztah neurčitosti $\Delta t\Delta\omega = \text{konst.}$, který je obdobou relace neurčitosti známé z kvantové fyziky. Čím přesněji je určena doba trvání signálu, tím větší neurčitost má jeho frekvence a naopak.

Literatura

- [1] *Lepil, O., Šedivý, P.*: Učebnice pro gymnázia. Elektřina a magnetismus. Prometheus, Praha 1998.
- [2] *Gorelik, G. S.*: Kolebanija i volny, GITL, Moskva 1950.
- [3] *Lepil, O.*: Demonstrujeme kmity netradičně, Prometheus, Praha 1996.

EMA a tranzistor

OLDŘICH LEPIL

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

V článku EMA a tyristor [1] bylo popsáno několik experimentů s demonstrační stavebnicí, kterou poskytuje školám za značně zvýhodněnou cenu ČEZ, a. s. [2]. Tyto pokusy byly určeny především pro výuku na středních školách. V tomto příspěvku ukážeme, jak lze stavebnici EMA využít při výkladu tranzistoru na základní škole v metodickém postupu, který odpovídá zpracování učiva o tranzistoru v učebnici [3]. Je samozřejmé, že uvedený postup není nutně vázán jen na soupravu EMA a lze ho přizpůsobit i pomůckám s odlišnými parametry součástek.

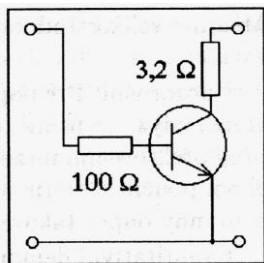
Modul s tranzistorem

Při výkladu funkce tranzistoru se omezíme na základní zapojení tranzistoru se společným emitorem (zapojení SE). Tomuto zapojení také odpovídají ve stavebnici EMA moduly s tranzistorem jednak typu NPN (2 kusy), jednak typu PNP (1 kus). V zapojení SE lze nejnázorněji ukázat funkci tranzistoru, tzn. jev, při němž malý proud I_B v obvodu báze má za následek vznik mnohonásobně většího proudu I_C v obvodu kolektorovém. Podstatou tohoto jevu je injekce menšinových nosičů náboje (u tranzistoru typu NPN elektronů) do malého objemu báze, kde se tyto částice s nábojem nestačí rekombinovat, ale mohou volně přecházet do kolektoru s kladným potenciálem, třebaže je přechod z báze do kolektoru (přechod PN) pro většinové nosiče náboje (díry) uzavřen.

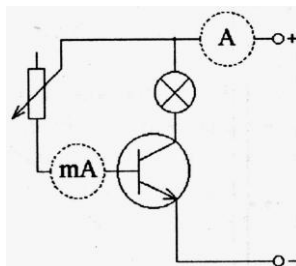
Základním problémem demonstrace tohoto jevu je volba takového typu tranzistoru, abychom co nejjednodušeji mohli indikovat proudy v jednotlivých obvodech. Ze stavebnice EMA použijeme pro tyto experimenty modul s tranzistorem typu NPN (obr. 1), v němž je zabudován tranzistor KU612. To je křemíkový spínací výkonový tranzistor s mezními hodnotami, jichž při experimentech prakticky nelze dosáhnout ($U_{CE} = 120$ V, $I_C = 3$ A). Součástka je tedy velmi odolná proti chybnému zapojení a ochranu obvodů zvyšují rezistory trvale zabudované do modulu. V přívodu k bázi je to rezistor o odporu 100Ω a v přívodu ke kolektoru $3,2 \Omega$.

Robustní tranzistor usnadňuje indikaci proudů, kterou při kvalitativní demonstraci můžeme provést jednoduše použitím modulu se žárovkou (např. $3,5$ V/ $0,3$ A). Kromě toho jsou k dispozici moduly se světelnou diodou (červená

a zelená) a modul s piezoměničem umožňující indikaci proudu akusticky. Pro kvantitativní demonstraci použijeme demonstrační měřidla (jedno je součástí stavebnice) nebo běžné laboratorní měřicí přístroje. Demonstrační měřidlo má nejmenší proudový rozsah 10 mA, což je pro měření proudu báze I_B tranzistoru KU612 dostačující.



Obr. 1



Obr. 2

Demonstrace funkce tranzistoru

Základní kvalitativní demonstraci funkce tranzistoru ukážeme experimentem, jehož schéma je na obr. 2. Pro regulaci proudu báze použijeme potenciometr 10 k Ω zapojený jako reostat. Indikátorem kolektorového proudu je žárovka 3,8 V. Zdrojem stejnosměrného napětí může být např. plochá baterie 4,5 V. Při demonstraci nejprve odpojíme obvod báze a ukážeme, že kolektorovým obvodem proud neprochází (žárovka nesvítí). Pak při zapojeném zdroji napětí připojíme obvod báze a žárovka se rozsvítí (před demonstrací nastavíme vhodnou hodnotu odporu reostatu). Měníme velikost odporu a sledujeme, jak se mění proud procházející žárovkou.

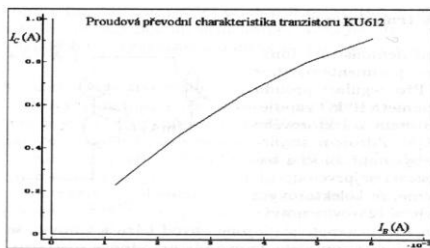
Upozornění: Při popsaném experimentu se stavebnicí EMA se nic nestane, když zmenšíme odpor reostatu na minimum. Obvod báze je chráněn před překročením mezního proudu báze vestavěným rezistorem. Pokud bychom použili samotný tranzistor, je nutné vždy zařadit do série k reostatu ochranný odpor takové hodnoty, aby mezní proud nebyl překročen.

Kvantitativní demonstrace funkce tranzistoru je v podstatě měření jeho proudové převodní charakteristiky, tzn. závislosti $I_C = f(I_B)$. Umístění měřidel je vyznačeno na obr. 2 čárkovaně. Při použití modulu s tranzistorem NPN nastavíme proudový rozsah ampérmetru v obvodu báze na 10 mA a u ampérmetru v obvodu kolektorovém použijeme rozsah 1 A. Při demonstraci postupně zvětšujeme proud báze a sledujeme změny proudu kolektorového. Poněvadž hodnoty $I_C = 1$ A dosáhneme přibližně již při proudu $I_B = 6$ mA, nemůžeme pro toto

měření použít jako zdroj napětí plochou baterii a musíme použít jiný zdroj, umožňující odběr takového proudu.

Celé měření lze ovšem provést s použitím laboratorních měřidel při podstatně menších hodnotách proudu báze. Takto je realizováno žákovské laboratorní měření (viz [3] s. 89), jehož cílem je grafické znázornění převodní charakteristiky tranzistoru a určení jednoho ze základních parametrů tranzistoru v zapojení SE, tj. proudového zesilovacího činitele ($\beta = \Delta I_C / \Delta I_B$ v odborné literatuře je častěji označován h_{21E}).

S použitím demonstračních měřidel byly u tranzistoru KU612 naměřeny hodnoty proudů I_B a I_C , kterým odpovídá převodní charakteristika zobrazená na obr. 3 (k vytvoření charakteristiky byl použit počítačový program FAMULUS). Vidíme, že charakteristika je přibližně lineární a z ní určená hodnota proudového zesilovacího činitele $\beta = 160$. Mírné zakřivení charakteristiky odpovídá postupnému zmenšování hodnoty činitele β při velkých proudech v kolektorovém obvodu.



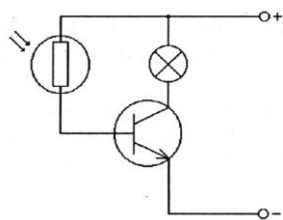
Obr. 3

Tranzistor řízený osvětlením

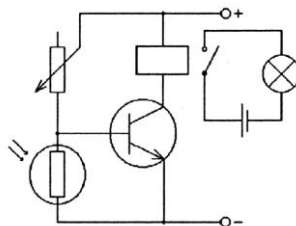
Příklady praktického použití tranzistoru ve funkci zesilovače proudu ukážeme řízením proudu báze vhodnou neelektrickou veličinou. To znamená, že do obvodu báze musíme zapojit součástku (čidlo), jejíž odpor závisí na hodnotě příslušné neelektrické veličiny a takto je tranzistor řízen. V soupravě EMA jsou pro tyto experimenty k dispozici moduly s termistorem (teplotní čidlo) a s fotorezistorem (světelné čidlo). V tomto příspěvku se zaměříme na pokusy se světelným čidlem.

Nejjednodušší pokus, kterým demonstrujeme řízení tranzistoru osvětlením, je na obr. 4. Do obvodu báze zařadíme modul s fotorezistorem a kolektorový proud indikujeme buď žárovkou, nebo měřidlem (popř. obojím současně). Ve tmě má fotorezistor značný odpor (řádově $M\Omega$), avšak při osvětlení odpor prudce poklesne až na hodnotu řádově $10^2 \Omega$. V našem případě měl fotorezistor zakrytý rukou v nezatemněné učebně odpor $100 \text{ k}\Omega$ a při osvětlení kapesní

svítilnou odpor klesl na 200Ω . Pokles odporu fotorezistoru při osvětlení má za následek zvětšení řídicího proudu báze a to způsobí, že se žárovka v kolektorovém obvodu rozsvítí.



Obr. 4



Obr. 5

Uvedeme si ještě jednu zajímavou variantu tohoto jednoduchého experimentu. Pomocí dvou volných vodičů a krokosvorek modul s fotorezistorem přemístíme do blízkosti žárovky. Pokud je hladina osvětlení v učebně dostatečně nízká, nic se nestane a žárovka nesvítí. Stačí však, když na fotorezistor krátce posvítíme např. kapesní svítilnou. Žárovka se rozsvítí a svítí trvale, i když svítilnu zhasneme. Podstatu tohoto experimentu jistě se žáky snadno rozeberete i s návrhem na využití např. v zabezpečovací technice. Možná stojí za zmínku, že pokus je vlastně světelným modelem základní funkce tyristoru (viz [1]).

Předcházející experimenty ukazují řízení tranzistoru tzv. činným světlem, tzn. zvětšení intenzity osvětlení způsobuje zvětšení kolektorového proudu. Řadu experimentů lze však provést s tzv. činnou tmou, kdy se kolektorový proud při osvětlení čidla zmenší. Tento způsob řízení tranzistoru můžeme ukázat na příkladu tranzistorového fotorelé, jehož schéma je na obr. 5.

Do kolektorového obvodu tranzistoru je zařazen modul s elektromagnetickým relé. U tohoto modulu je využit jen jeden spínací kontakt, ke kterému připojíme žárovku se samostatným napájecím zdrojem např. $4,5 \text{ V}$. K nastavení pracovního režimu tranzistoru je použit opět potenciometr s odporem $10 \text{ k}\Omega$, zapojený jako reostat. Ten tvoří společně s fotorezistorem dělič napětí, jehož střední bod je spojen sází tranzistoru.

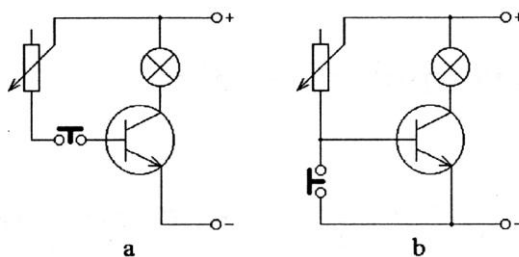
Při zatemněném fotorezistoru nastavíme hodnotu odporu reostatu tak, aby se kotva relé právě přitáhla a sepnula řízený obvod (žárovka se rozsvítí). Jestliže fotorezistor osvětlíme, jeho odpor se zmenší a to způsobí snížení potenciálu báze vzhledem k emitoru. Proud báze a tedy i kolektorový proud se zmenší a kotva relé odpadne (žárovka zhasne). Tranzistor je řízen činnou tmou – žárovka svítí, jen když fotorezistor není osvětlen. Místo žárovky můžeme použít také modul s miniaturním elektromotorem a přiblížit tak funkci fotorelé nejen při signalizaci, ale i při ovládání některých technických zařízení.

Správná funkce fotorelé a jeho dostatečná citlivost na změny osvětlení značně závisí na nastavení pracovního bodu tranzistoru, tzn. klidového proudu báze při neosvětleném fotorezistoru. Nastavení provedeme zkusmo změnou odporu reostatu. Relé spolehlivě pracovalo při kolektorovém napětí 10 V a odporu reostatu přibližně 6,5 k Ω , kdy proud v kolektorovém obvodu odpovídal proudu přitahu relé (90 mA). Kotva odpadla při poklesu kolektorového proudu na hodnotu 25 mA.

Pokusy můžeme zpestřit demonstrací světelné zpětné vazby. Fotorezistor na vstupu a žárovku na výstupu fotorelé k sobě pomocí volných vodičů navzájem přiblížíme. Při správně nastaveném pracovním bodu tranzistoru se fotorelé rozkmitá a žárovka bliká s frekvencí několika záblesků za sekundu. Frekvenci kmitání lze v malém rozsahu ovlivnit změnou vzdálenosti mezi fotorezistorem a žárovkou.

Tranzistor jako spínač

Při výkladu tranzistoru obvykle zdůrazňujeme jeho praktický význam jako zesilovače proudu, popř. napětí. V těchto případech časový průběh výstupní veličiny (např. I_C) odpovídá časovému průběhu vstupní veličiny (např. I_B). V soudobé technice však má možná ještě větší význam tranzistor ve funkci spínače, kdy se vstupní veličina mění skokem z malé hodnoty (logická 0) na určitou vyšší hodnotu (logická 1) a tomu odpovídají skokové změny výstupní veličiny, demonstrováné např. tak, že žárovka (popř. světelná dioda) v kolektorovém obvodu buď svítí, nebo nesvítí.



Obr. 6

Funkci spínače demonstrujeme pomocí zapojení, v němž je obvod báze tranzistoru ovládán kontaktem. Na obr. 6a je znázorněna demonstrace, při níž je obvod báze tvořen rezistorem R_B o takové hodnotě, že po připojení k bázi vzroste kolektorový proud na hodnotu potřebnou např. k rozsvícení žárovky, popř. sepnutí relé. Jestliže do obvodu báze zařadíme modul s tlačítkem, pak se při každém sepnutí kontaktu tlačítka rozsvítí žárovka nebo sepne relé.

Efekt této demonstrace zvětšíme, když místo tlačítka zařadíme kontakt tvořený dvěma volnými vodiči v malé vzájemné vzdálenosti. Jestliže takový kontakt např. umístíme nad hladinu vody v nádobě a výšku hladiny postupně zvětšujeme, pak při dosažení úrovně kontaktu nám rozsvícení žárovky signalizuje stav hladiny vody.

Kontakt může být zapojen také v obrácené funkci (obr. 6b). Je-li kontakt rozpojen, žárovka svítí (relé je sepnuto). Po sepnutí kontaktu poklesne napětí báze na nulu, kolektorový proud se zmenší a žárovka zhasne (kotva relé odpadne).

Při vhodném nastavení hodnoty odporu R_B dosáhne kolektorový proud největší hodnoty (tzv. saturační proud), kdy velikost proudu určuje jen odpor prvku zařazeného do kolektorového obvodu (žárovky, relé). Napětí mezi kolektorem a emitorem tranzistoru je v tomto případě prakticky nulové. Naopak, když kontaktem spojíme bázi s emitorem, je vstupní napětí tranzistoru nulové, ale napětí mezi kolektorem a emitorem má hodnotu napětí zdroje. Tranzistor ve funkci spínače tedy plní funkci logického členu, kterému říkáme invertor. Logická 0 na vstupu má za následek logickou 1 na výstupu a naopak.

Literatura

- [1] Lepil, O.: EMA a tyristor, MFI roč. 7 (1998), č. 10, s. 598.
- [2] Dufková, M.: EMA – demonstrační stavebnice pro pokusy z elektřiny, magnetismu a elektroniky, MFI roč. 7 (1997), č. 4, s. 215.
- [3] Lepil, O.: Doplněk k učivu fyziky pro 8. a 9. ročník základní školy s rozšířeným vyučováním matematice a přírodovědným předmětům, Prometheus, Praha 1997.

Príspevek k výchově žáků k úsporám elektrické energie

OLDŘICH LEPIL

Přírodovědecká fakulta UP

Současnou měřicí techniku charakterizuje jednak digitalizace měření, jednak přímé měření jak elektrických, tak neelektrických veličin. Přitom měřicí přístroje již nejsou výsadou specializovaných laboratoří, ale pronikají třeba i do domácností, takže je najdeme v nabídkových katalozích prodejců spotřební elektroniky. To umožňuje realizovat v návaznosti na školní výuku žákovská měření i v domácích podmínkách. Toho využijeme při jednoduchých experimentech, jejichž výsledky můžeme uplatnit ve výchově k úsporám elektrické energie.

Vhodným příkladem jsou měření elektrického výkonu a elektrické práce při používání různých elektrických spotřebičů. Je známo, že zapojení klasického wattmetru s jeho čtyřmi vstupními a výstupními svorkami dělá potíže i vysokoškolským studentům, nehledě na bezpečnostní rizika v případě práce se síťovým elektrickým napětím. Nyní se však na našem trhu objevilo několik typů elektronických měřičů elektrického výkonu určených pro domácnost, jejichž provedení je zcela bezpečné a připojení ke spotřebiči spočívá v tom, že se jednoduše zařadí mezi zásuvku a vidlici přípojné šňůry spotřebiče.



Obr. 1

Pro naše experimenty jsme použili elektronický wattmetr EKM 265 (obr. 1), který nabízí firma Conrad (prodejní cena 999 Kč). Je to v podstatě měřič činného výkonu, jehož funkce není ovlivněna ani účinnkem, ani časovým průběhem střídavého napětí. Hodnota výkonu je měřena s přesností lepší než 1 % (+ 3 digity) v rozsahu od 1,5 W do 2 650 W. Přístroj pracuje ve dvou režimech:

1. Měření výkonu, kdy displej ukazuje okamžitý výkon a současně ukazuje předem nastavený tarif spotřeby elektrické energie. 2. Režim záznamu, kdy lze na displeji odečítat spotřebu elektrické energie v kWh od zvoleného časového okamžiku, přičemž dobu měření lze rovněž odečíst na displeji. Bez vlivu na záznam je možné zjišťovat během měření nebo i po jeho skončení nejmenší a největší příkon, popř. jeho okamžitou hodnotu. Všechna data jsou uložena v paměti EEPROM a jsou zachována i po výpadku proudu.

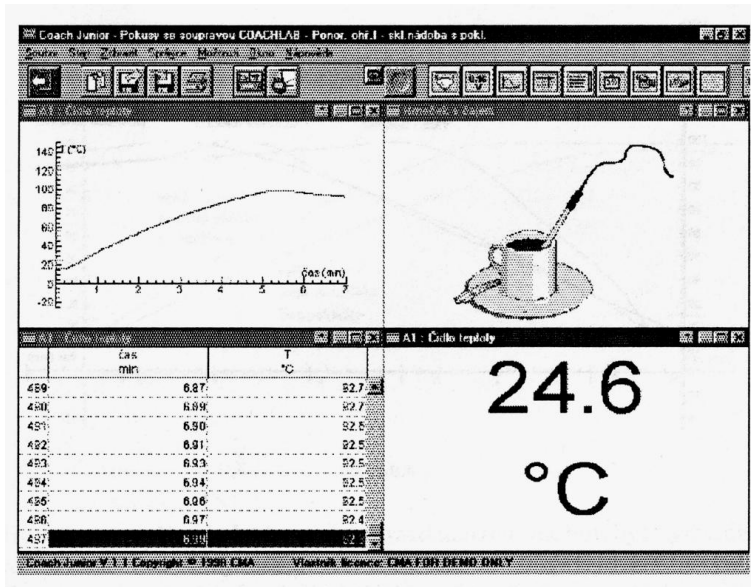
Tímto přístrojem můžeme provádět jednoduchá měření umožňující např. porovnávat vlastnosti různých spotřebičů (např. svítidel s klasickou žárovkou, s halogenovou žárovkou, popř. s kompaktní zářivkou apod.). Můžeme také zjišťovat, které spotřebiče nejvíce ovlivňují celkovou spotřebu v domácnosti a tedy i náklady na elektrickou energii. Přesvědčíme se třeba, že přístroje spotřební elektroniky (televizory, videa, satelitní a rozhlasové přijímače v pohotovostním stavu) zvyšují celkovou spotřebu, i když právě nejsou v provozu atd.

Nejvýrazněji naznačíme cestu k úsporám elektrické energie experimenty, při nichž ohříváme vodu různými ohřivači a měníme podmínky, které při ohřívání vody (popř. při vaření) v domácnosti nastávají. Při našich experimentech jsme pomocí wattmetru EKM 265 porovnávali spotřebu elektrické energie a účinnost přeměny elektrické energie na teplo předané při ohřívání stejného množství vody o hmotnosti 300 g třemi typy ohřivačů: varnou konvicí, ponorným vařičem a klasickým plotýnkovým vařičem. Variace experimentu spočívaly v použití nádob z různých materiálů a v porovnání vlivu pokličky uzavírající nádobu na průběh ohřevu.

Při experimentech je samozřejmě třeba měřit počáteční a konečnou teplotu ohřívání vody. I zde s výhodou použijeme moderní měřicí techniku a v katalogu firmy Conrad najdeme k tomuto účelu vhodný ponorný digitální teploměr (cena 500 Kč) s měřicím rozsahem $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ až $+200\text{ }^{\circ}\text{C}$, s rozlišením $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$.

S výhodou lze při těchto měřeních využít automatického ukládání minimální (počáteční) a maximální (konečné) teploty při ohřevu vody do paměti přístroje.

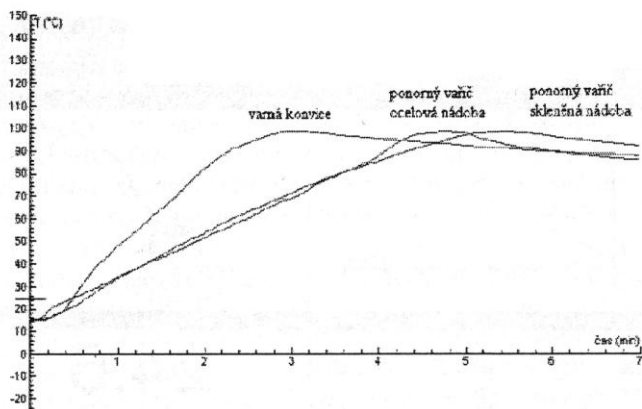
Pro názornější prezentaci našich experimentů jsme použili počítačový systém, který umožňuje časový záznam průběhu ohřívání. Je samozřejmě, že takových systémů je na trhu více. Pro naše účely se ukázal jako vhodný nově nabízený systém přímo určený žákům na úrovni základní školy, který je dětem blízký i svojí konstrukcí a pojetím softwaru pro podporu fyzikálních experimentů. Systém navazuje na známý systém IP Coach a je dodáván pod názvem CoachLab (dodavatel firma Pepeko, Liberec, cena 9 tis. Kč). Součástí systému je čidlo pro měření teploty a měřené hodnoty teploty lze odečítat přímo v digitální podobě na displeji, popř. na stylizovaném teploměru, zaznamenávat do tabulky a zobrazovat v podobě grafu (obr. 2).



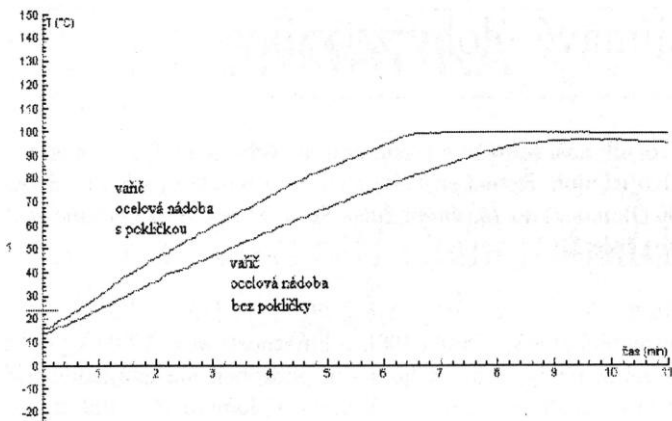
Obr. 2

Při experimentech jsme ohřívali vodu až do varu (u varné konvice až do automatického vypnutí proudu). Při žákovských experimentech by z bezpečnostních důvodů postačovalo měření do vhodné nižší teploty. Pro každé měření byla určena doba ohřevu, počáteční a konečná teplota a spotřeba elektrické energie v kWh. Při použití plotýnkového vařiče byl nastaven přepínačem přibližně stejný elektrický výkon vařiče a vařič byl udržován v zahřátém stavu. Vlastní měření začalo v okamžiku, kdy byla nádoba s vodou postavena na plotýnku vařiče. Měření bylo provedeno s ocelovou nádobou o hmotnosti 149 g a s hliníkovou nádobou o hmotnosti 118 g. To umožnilo určit také teplo potřebné k ohřátí vlastní nádoby. Pro náš záměr je to však nepodstatné, poněvadž rozhodující pro výpočet účinnosti je teplo přijaté vodou.

Výsledky jednotlivých měření obsahuje tabulka, v níž jsou hodnoty celkové elektrické práce W a tepla Q přijatého vodou vyjádřeny v kJ. Nejlepší obraz o úspornosti jednotlivých způsobů ohřevu získáme porovnáním účinnosti tepelné výměny dané poměrem Q/W . Ještě názornější jsou grafy zobrazující zvyšování teploty v závislosti na čase. Průběh grafů je ovšem ovlivněn výkonem jednotlivých ohřivačů (varná konvice přibližně 800 W, ponorný vařič 500 W a plotýnkový vařič 600 W). Poněvadž ohřev varnou konvicí a ponorným vařičem probíhal podstatně rychleji než plotýnkovým vařičem, jsou grafy odděleně zobrazeny na obr. 3 a 4.



Obr. 3



Obr. 4

Hodnoty naměřené elektronickým wattmetrem mohou být východiskem i pro formulaci doplňujících početních úloh. Lze např. počítat cenové náklady na uvaření vody různými ohříváči, určit z hodnot spotřebované elektrické energie a času výkon ohříváče a porovnat ho s jmenovitou hodnotou, určit tyto hodnoty z lineární části grafu apod.

Je nesporné, že vlastní zkušenost s měřením spotřeby elektrické energie je z hlediska výchovy k úsporám cennější, než jen verbální zdůvodnění nutnosti elektrickou energií šetřit.

Měření účinnosti ohřevu vody různými ohřivači

ohřivač	doba ohřevu	Δt	Q	W	účinnost
	s	°C	J	J	
varná konvice	170	82,4	104	133	0,78
ponorný vaříč ocelová nádoba s pokličkou	285	82,9	105	140	0,75
ponorný vaříč ocelová nádoba bez pokličky	292	78,7	99	144	0,69
ponorný vaříč skleněná nádoba s pokličkou	327	83,3	105	162	0,65
ponorný vaříč skleněná nádoba bez pokličky	343	80,3	101	169	0,60
plotýnkový vaříč ocelová nádoba s pokličkou	399	83,4	105	248	0,42
plotýnkový vaříč ocelová nádoba bez pokličky	554	82,0	103	345	0,30
plotýnkový vaříč hliníková nádoba s pokličkou	396	80,0	101	248	0,41
plotýnkový vaříč hliníková nádoba bez pokličky	419	80,5	101	263	0,38

Modelování dějů v elektrických obvodech

OLDŘICH LEPIL

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Poměrně dobře známá je metoda dynamického modelování dějů v mechanice, kterou jako výukový prostředek použil ve své známé učebnici R. Feynman [1]. Přehledně je tato metoda vyložena např. ve studijním textu FO [2], jehož prostudování doporučuji čtenářům, kteří ještě neměli příležitost se s touto metodou seznámit. V [2] jsou typické případy mechanických dějů rozděleny do několika skupin podle sil působících na hmotný objekt. Pro porovnání s ději v elektrických obvodech připomeneme případy následujících sil:

- a) Konstantní síla, např. tíhová síla $F = mg$,
- b) síla, která je funkcí polohy, např. síla pružnosti $F = ky$,
- c) síla, která je funkcí rychlosti, např. síla odporu prostředí $F = Bv$,
- d) síla, která je funkcí času, např. harmonická síla $F = F_m \sin \omega t$.

Obdobným způsobem můžeme rozdělit i děje v elektrických obvodech, jejichž dynamické modely chceme studovat. Ukážeme to na příkladu složeného elektrického obvodu, který vznikne sériovým spojením obvodových prvků s parametry R , L a C . Děje v takovém obvodu rozdělíme do čtyř skupin podle zdroje napětí, ke kterému je elektrický obvod připojen:

(I) Obvod je připojen ke zdroji konstantního napětí

$$U_0 = \text{konst.}$$

(II) Obvod je připojen ke kondenzátoru o kapacitě C , který je nabit nábojem Q , tzn. že v počátečním okamžiku je na kondenzátoru napětí

$$u_c = \frac{Q}{C}.$$

(III) Obvod je připojen k cívce, kterou prochází elektrický proud, a při změně velikosti proudu vzniká na cívce indukované napětí

$$u_L = -L \frac{di}{dt}.$$

(IV) Obvod je připojen ke zdroji harmonického napětí s konstantní amplitudou $U_0 = \text{konst.}$

$$u = U_0 \sin \omega t.$$

Analogii uvedených elektromagnetických dějů s obdobnými ději mechanickými si čtenář může snadno prokázat, jestliže použije analogie mechanických a elektromagnetických veličin, jak jsou uvedeny např. v učebnici [3] (s. 219, tabulka 11-1).

Všechny případy budeme modelovat jako přechodné děje, kdy elektrický obvod přechází z počátečního ustáleného stavu do následujícího ustáleného stavu. Podrobněji popíšeme tyto přechodné děje:

(I) V počátečním okamžiku proud obvodem neprochází (obvod je rozpojen) a po připojení ke zdroji stálého napětí vzniká v obvodu ustálený proud.

(II) Kondenzátor odpojený od elektrického obvodu je nabit ze zdroje stejnosměrného napětí a pak je připojen k obvodu s odporem R , popř. s odporem R a indukčností L (obvod RL).

(III) Obvodem s RL prochází elektrický proud a paralelně k cívice je připojen obvod s C , popř. s RC . Po přerušení proudu procházejícího cívkou se na cívce indukuje napětí, kterým se nabíjí kondenzátor v paralelním obvodu.

(IV) Obvod je v počátečním okamžiku připojen ke zdroji harmonického napětí a přechodným dějem vzniká v obvodu střídavý proud fázově posunutý vzhledem k napětí.

Východiskem pro vytvoření dynamického modelu děje v mechanice je jeho pohybová rovnice, která je vyjádřením 2. Newtonova pohybového zákona. Obdobně budeme postupovat i při modelování dějů v elektrických obvodech, kde stejný význam jako pohybová rovnice má zápis 2. Kirchhoffova zákona pro daný obvod. Na základě odpovídající rovnice pro elektrický obvod určíme vztah pro přírůstek proudu di (je to obdoba přírůstku rychlosti $dv = ah$, kde a je zrychlení a h je časový krok v modelu mechanického děje). Model děje v elektrickém obvodu vytvoříme podle následujícího schématu (q a i jsou okamžité hodnoty náboje kondenzátoru a proudu v obvodu):

$$q_{i+1} = q_i + i_i h \quad (1)$$

$$i_{i+1} = i_i + di \quad (2)$$

$$t_{i+1} = t_i + h \quad (3)$$

Pomocí počítače pak určíme posloupnost hodnot jednotlivých veličin a zobrazíme je graficky (popř. tabelárně) jako funkci času. Obvykle nezobrazujeme závislost náboje na čase, ale přímo napětí u_C na kondenzátoru, popř. napětí na dalších obvodových prvcích (u_L , u_R). K realizaci počítačových modelů popsaných v tomto příspěvku je použit program FAMULUS.

Přechodný děj v obvodu RC

Přechodný děj v obvodu RC představuje nabíjení kondenzátoru (odpovídá případu (I)) a vybíjení kondenzátoru (případ (II)). Děj nabíjení kondenzátoru je popsán na základě 2. Kirchhoffova zákona rovnicí

$$u_R + u_C = U,$$

čili

$$Ri + \frac{q}{C} = U.$$

Odtud vyplývá pro okamžitou hodnotu proudu i vztah

$$i = \frac{U - \frac{q}{C}}{R}$$

a počítačový model je tvořen rovnicemi (za předpokladu, že počáteční podmínky jsou: $i = 0$, $q = U/R$):

$$\begin{aligned} q &= q + i \cdot h \\ i &= (U - q/C)/R \\ t &= t + h \end{aligned}$$

Při vybíjení kondenzátoru je zdrojem napětí nabitý kondenzátor a platí rovnice

$$u_R + u_C = 0,$$

takže rovnice (2) má tvar

$$i = \frac{q}{RC}.$$

Rovnice (1) a (3) se nemění.

Přechodný děj v obvodu RL

Přechodný děj v obvodu RL představuje připojení sériového obvodu tvořeného cívkou s indukčností L a odporem R ke zdroji stejnosměrného napětí, popř. přerušení obvodu a připojení rezistoru k cívce paralelně. To je vyjádřeno rovnicemi

$$u_R + u_L = U$$

a

$$u_R + u_L = 0.$$

Dosažením vztahů pro jednotlivá napětí ($u_R = R \cdot i$, $u_L = L di/dt$) dostaneme pro přírůstek proudu di vztahy (místo dt dosadíme časový krok h)

$$di = (U - R \cdot i) \cdot h/L$$

a

$$di = -R \cdot i \cdot h/L.$$

Přechodný děj v obvodu RLC

Uvažujeme obvod s RLC v sérii, který je připojen ke zdroji stejnosměrného napětí U . Rovnice vyjadřující 2. Kirchhoffův zákon má tvar

$$u_R + u_L + u_C = U$$

a pro přírůstek proudu di platí

$$di = (U - R \cdot i - q/C) \cdot h/L.$$

Poněvadž obvod obsahuje jak indukčnost, tak kapacitu, jsou splněny podmínky pro vznik oscilací a obvod je vlastně elektromagnetickým tlumeným oscilátorem.

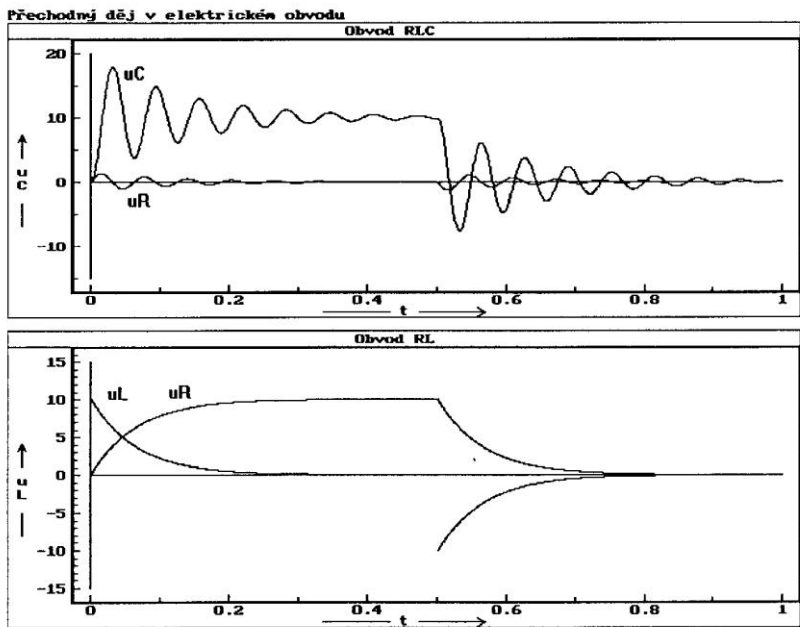
Všechny uvedené případy zahrnuje model na obr. 1 a na obr. 2 nahoře je časový diagram přechodného děje v obvodu RLC v sérii. První část diagramu představuje připojení obvodu ke zdroji napětí U a druhá část odpovídá vybíjení nabitého kondenzátoru přes cívku a rezistor. Na obr. 2 dole je časový diagram přechodného děje v obvodu RL . Časový diagram obvodu RC je obdobný s tím rozdílem, že křivka napětí u_R (v podstatě časový průběh proudu v obvodu) odpovídá křivce napětí na kondenzátoru a naopak křivka napětí u_L se shoduje s křivkou nabíjecího, popř. vybíjecího proudu (reprezentuje ji napětí u_R).

Přechodný děj v elektrickém obvodu

```

Model přechodného děje
-----
L=1          ? indukčnost cívky
C=1e-4      ? kapacita kondenzátoru
R=15        ? odpor rezistoru
dt=.001     ? časový krok
U=10        ? napětí zdroje
-----
t=0         ? počáteční hodnoty
iRLC=0      ? počáteční proud v obvodu s RLC
iRL=0       ? počáteční proud v obvodu s RL
q=0         ? počáteční náboj kondenzátoru
-----
model
q=q+iRLC*dt
IF t<0.5 THEN diRLC=(U-q/C-R*iRLC)/L*dt
                diRL=(U-R*iRL)/L*dt
                ELSE diRLC=-(R*iRLC+q/C)/L*dt
                diRL=-R*iRL/L*dt
END
iRLC=iRLC+diRLC
iRL=iRL+diRL
? napětí v obvodu RLC
uC=q/C; uR=R*iRLC; uL=L*diRLC/dt
? napětí v obvodu RL
uR1=R*iRL; uL1=L*diRL/dt
t=t+dt
IF t>1 THEN STOP END
    
```

Obr. 1



Obr. 2

Elektromagnetický oscilátor

Kmitání elektromagnetického oscilátoru obvykle demonstrujeme tak, že ze zdroje stejnosměrného napětí nabijeme kondenzátor a ten připojíme k cívce. Tím vznikne uzavřený oscilační obvod, který má vždy také odpor, takže jde o obvod s RLC . Demonstraci popisuje 2. Kirchhoffův zákon ve tvaru

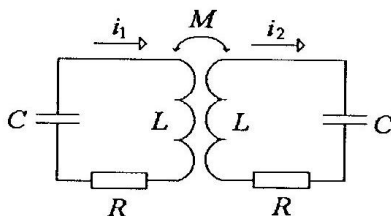
$$u_L + u_C + u_R = 0,$$

čili

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = 0.$$

Odtud najdeme vztah pro di a vytvoříme dynamický model. V případě netlumeného oscilátoru ($R = 0$) je $di = -(q/LC)h$ a u tlumeného oscilátoru je $di = -(q/LC + Ri)h$.

Vázané elektromagnetické oscilátory



Obr. 3

Zajímavý případ představují vázané elektromagnetické oscilátory (obr. 3). Vlivem vzájemné indukce vzniká v rezonátoru napětí, které je funkcí časové změny proudu v oscilátoru a naopak. Jestliže označíme činitel vzájemné vazby mezi oscilátorem a rezonátorem M , můžeme napsat 2. Kirchhoffův zákon pro vázané oscilátory ve tvaru:

$$\begin{aligned} L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + Ri_1 + \frac{q_1}{C} &= 0 \\ L \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + Ri_2 + \frac{q_2}{C} &= 0 \end{aligned}$$

Z těchto rovnic najdeme úpravou vztahy:

$$di_1 = \frac{Lq_1 - Mq_2 - RC(Li_1 - Mi_2)}{C(M^2 - L^2)} dt$$

$$di_2 = \frac{Lq_2 - Mq_1 - RC(Li_2 - Mi_1)}{C(M^2 - L^2)} dt$$

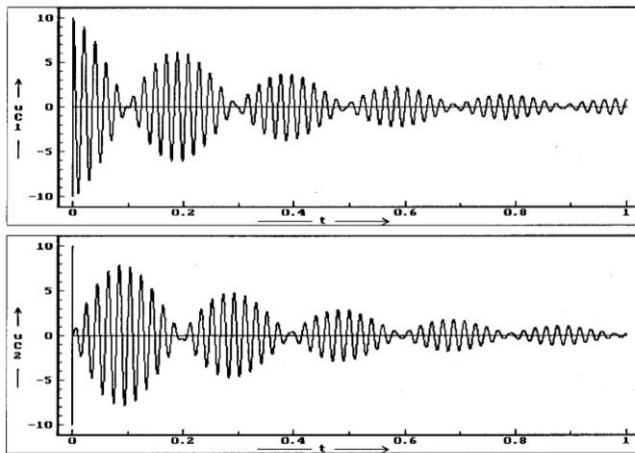
Tyto vztahy použijeme k vytvoření počítačového modelu analogického vázaným mechanickým oscilátorům (obr. 4). Časový diagram kmitání oscilátoru (nahore) a rezonátoru (dole) je na obr. 5.

```

Vázané elektromagnetické oscilátory
-----
C=1e-5      ! proěmné, konstanty, procedury a funkce
L1=1.0      ! kapacita kondenzátoru
L2=1.0      ! indukčnost cívky oscilátoru
R=5         ! indukčnost cívky rezonátoru
M=1         ! odpor oscilačních obvodů
            ! činitel vzájemné indukčnosti
-----
u1=10
u2=0
i1=0
i2=0
t=0
dt=1E-4
q1=C*u1
q2=C*u2
-----
                                model
-----
q1=q1+i1*dt
q2=q2+i2*dt
i1=i1+((L1*q1-M*q2+R*i1)/(C*(M^2-L1^2)))*dt
i2=i2+((L2*q2-M*q1+R*i2)/(C*(M^2-L2^2)))*dt
uC1=q1/C
uC2=q2/C
t=t+dt

```

Obr. 4



Obr. 5

Nucené kmitání elektromagnetického oscilátoru

Přechodný děj v tomto případě popisuje vznik elektrických kmitů v elektromagnetickém oscilátoru, který je v počátečním okamžiku připojen ke zdroji harmonického napětí o stálé amplitudě. Jeho kmitání popíšeme rovnicí

$$u = U_m \cos \omega t,$$

takže 2. Kirchhoffův zákon je vyjádřen vztahem

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = U_m \cos \omega t.$$

Na základě této rovnice sestavíme dynamický model přechodného děje elektromagnetického oscilátoru, v němž vzniká nucené kmitání:

$$di = \left(-q/C\right) - R \cdot i - U_m \cos(\omega t) / L \cdot h$$

$$q = q + i \cdot h$$

$$i = i + di$$

$$t = t + h$$

Tento model je zde uveden jen pro úplnost. Podrobnější popis, včetně experimentů ověřujících dynamický model je v příspěvku [4].

Popsanými dynamickými modely lze na střední škole jednoduše interpretovat i fyzikální děje s poměrně složitou teorií. Ještě přesvědčivější je však konfrontace dynamických modelů s časovými diagramy reálných dějů získanými experimentálně. Ke sledování těchto dějů pomocí počítače je k dispozici řada systémů (ISES, IPCoach, ADDA Junior a další). Některé příklady jsou popsány v publikaci [5].

Literatura

- [1] Feynman, R. P., Leighton, R. B., Sands, M.: Feynmanove prednášky z fyziky 1, Alfa, Bratislava 1980.
- [2] Šedivý, P.: Modelování pohybů numerickými metodami. Knihovnička FO č. 38, MAFY, Hradec Králové 1999.
- [3] Lepil, O., Šedivý, P.: Učebnice pro gymnázia. Elektřina a magnetismus, Prometheus, Praha 2000.
- [4] Lepil, O.: Přechodný děj v oscilátorech, MFI roč. 8 (1999), č. 8, s. 480.
- [5] Lepil, O.: Demonstrujeme kmity netradičně, Prometheus, Praha 1996.

Tři pokusy s budičem mechanických kmitů

OLDŘICH LEPIL

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

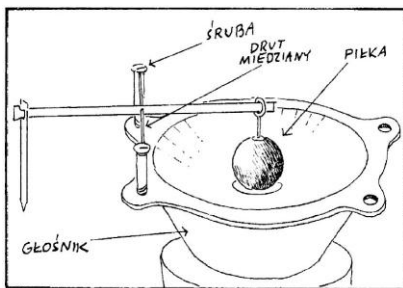
Je řada demonstrací mechanického kmitání a vlnění, při nichž potřebujeme plynule měnit frekvenci nuceného kmitání. U analogických experimentů s elektromagnetickým kmitáním tento požadavek zajistíme snadno. Např. při demonstraci rezonance elektromagnetického oscilátoru použijeme generátor harmonického napětí měnitelné frekvence (tónový generátor) a měřením ověříme průběh rezonanční křivky. Pokud bychom chtěli obdobně demonstrovat průběh změn amplitudy mechanického kmitání v okolí rezonanční frekvence, nebude realizace pokusu již tak jednoduchá. Obvykle se doporučuje budit nucené kmity pomocí měnící se frekvence otáčení elektromotorku způsobem, jaký je popsán např. v učebnici [1] na s. 42. Průběh pokusu však komplikuje skutečnost, že jednoduchý pružinový oscilátor má poměrně velký činitel jakosti, což způsobuje, že jeho rezonanční křivka je úzká a při rezonanci dosahuje amplituda kmitů oscilátoru značné hodnoty.

1. Budič mechanických kmitů

K řešení problému, jak budit pomalé mechanické kmity, nás inspirovala zkušenost polských kolegů. Jde o budič mechanických kmitů zhotovený z reproduktoru, s jehož náčrtem se můžeme setkat např. v polské učebnici *J. Gintera* [2] (obr. 1). V nabízeném řešení, původně určeném k vytváření vln na vodní hladině, zaujme způsob, jakým je kmitání membrány přeneseno na pohyb pákového mechanismu. Do středu membrány je vlepen míček pro stolní tenis, který má potřebnou tuhost a je dostatečně lehký. Obdobný budič kmitů zhotovený z hlubokotónového reproduktoru ARN 5608 používáme při demonstračních experimentech s úspěchem již, řadu let a jeho konkrétní provedení je na obr. 2. Páka je dřevěná a přenos kmitů se uskutečňuje ocelovým táhlem spojeným s míčkem. V naší konstrukci jsme použili injekční jehlu připevněnou k míčku pomocí objímky vysoustružené z umaplexu a přilepené k míčku.

Dalším problémem je zdroj elektromagnetických kmitů, kterými při demonstracích budič rozkmitáváme. Pokud potřebujeme kmity akustické frekvence (např. při demonstraci stojatého vlnění – viz dále), lze použít tónový generátor a nízkofrekvenční zesilovač. Rozsah frekvencí běžných tónových generátorů však obvykle začíná přibližně od 10 Hz, což je pro buzení kmitů pružinového osci-

látoru příliš velká frekvence. Proto byl speciálně pro demonstrace nucených kmitů mechanických oscilátorů zkonstruován generátor pomalých kmitů, na němž lze nastavit nejnižší frekvenci 0,64 Hz.



Obr. 1



Obr. 2

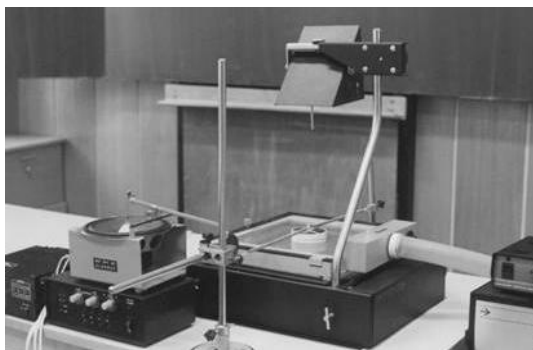
Autorem konstrukce generátoru je *RNDr. J. Hrdý* a provedení přístroje je na obr. 3 (případní zájemci o zhotovení generátoru si potřebnou dokumentaci a popis konstrukce mohou vyžádat od autora). Jde o generátor obdélníkových kmitů, který má vnější napájení ze zdroje +15 V/-15 V a výkonový stupeň je navržen pro napájecí napětí 5 V až 42 V (maximální trvalý proud 1,6 A). Frekvence lze nastavovat hrubě přepínáním 12ti překrývajících se rozsahů až do 136 Hz. Jemné nastavení frekvence se provádí plynule potenciometrem. Základ generátoru tvoří astabilní multivibrátor na bázi časovače NE555, který je zdrojem jehlových impulsů. Ty spouštějí periodicky druhý časovač, který je zapojen jako monostabilní multivibrátor. Výkonový stupeň generátoru je osazen tranzistorem MOSFET BUZ11 s kolektorovou ztrátou až 75 W. Výstupní impulsy jsou signalizovány na předním panelu dvojicí diod LED, přičemž červená dioda svítí po dobu trvání impulsu a zelená po dobu trvání mezery [3].



Obr. 3

2. Rezonance mechanického oscilátoru

K demonstraci rezonance mechanického oscilátoru není příliš vhodný svislý oscilátor, poněvadž značná amplituda oscilátoru při rezonanční frekvenci klade nároky na uspořádání demonstračního zařízení. Jako vhodnější se jeví pružinový oscilátor složený ze dvou pružin a kmitající ve vodorovné poloze. V tomto uspořádání je však nutné zajistit, aby se oscilátor mohl volně, bez většího tření pohybovat ve vodorovné rovině. V našem experimentu je tento problém řešen pohybem tělesa v podobě kotouče na vzduchovém polštáři. K tomu účelu je použit vzduchový stůl ke zpětnému projektoru, který je na řadě škol k dispozici především jako pomůcka k výuce molekulové fyziky.



Obr. 4

Při demonstraci nuceného kmitání mechanického oscilátoru je výstupní napětí generátoru připojeno k budiči mechanických kmitů, jehož rameno je spojeno s jedním koncem oscilátoru přímo nebo prostřednictvím dostatečně tuhého vlákna (obr. 4). Druhý konec oscilátoru je pevně přichycen k tyči stativu. Výhodou tohoto uspořádání je možnost projekce stínu kotouče pomocí zpětného projektoru na dostatečně velkou projekční plochu. Dírky v ploše vzduchového stolu současně mohou plnit funkci orientačních značek, s jejichž pomocí lépe posoudíme zvětšení amplitudy kmitů při rezonanci.

Pohyb kmitajícího tělesa na vzduchovém polštáři je mírně tlumen (tlumení lze v malém rozsahu ovlivnit otáčkami dmyhadla vhánějícího vzduch do stolu), takže v rezonanci dosahuje amplituda kmitů přibližně hodnoty rovné polovině šířky stolu. Na druhé straně je tlumení dostatečně malé, aby bylo možné pozorovat zajímavý doprovodný jev, kterým je vznik rázů, jejichž frekvence se zmenšuje, až při rezonanci rázy vymizí. Rázy jsou charakteristické pro přechodný děj, který nastane vždy, když skokem změním budičí frekvenci. Frekvence rázů je funkcí rozdílu frekvence nucených kmitů a frekvence vlastního kmitání oscilátoru. Jestliže tedy postupně měníme frekvenci nucených kmitů,

pak při velké odchylce jejich frekvence od rezonanční frekvence se oscilátor prakticky nerozkmitá. Neklamným znamením, že se frekvence nucených kmitů blíží k rezonanční frekvenci, je právě vznik rázů při malé změně frekvence nucených kmitů. O těchto jevech pojednává článek v MFI [4].

Uvedená demonstrace může být realizována také jako žákovské experimentální měření. Pohyb tělesa oscilátoru se promítá na tabuli a žáci určují amplitudu kmitů (popř. rozkmit kmitajícího kotouče) při různých frekvencích, tzn. po ustálení kmitů vyznačí na tabuli koncové polohy kmitajícího tělesa. K měření frekvence nelze použít měřič frekvence (např. Metex), který měření tak malých frekvencí neumožňuje. Řešením může být použití počítače, kterým se zobrazí časový diagram kmitů, a na displeji se určí délka periody kmitů jako průměrná hodnota z několika kmitů. Z naměřených hodnot se pak sestrojí rezonanční křivka.

3. Podélné a příčné stojaté vlnění

K demonstraci podélného stojatého vlnění potřebujeme dostatečně dlouhou ocelovou pružinu. Vhodná je např. pružina, která je součástí žákovské soupravy Mechanika 2, dodávané firmou Didaktik. Jednoduše ji spojíme jedním koncem s budičem kmitů a druhý konec upevníme na stativu. Budič kmitů musí být otočen do takové polohy, aby pružinu rozkmitával ve směru podélné osy. Pak měníme postupně frekvenci a pozorujeme, že při dosažení rezonanční frekvence některé závitky pružiny kmitají podélně s největší amplitudou (kmitný podélného stojatého vlnění) a některé jsou v klidu (uzly vlnění).

K demonstraci příčného stojatého vlnění použijeme pružné vlákno (osvědčila se tenká kloboučnická guma) takové délky, že ji můžeme natáhnout na 3 m až 4 m a zafixovat do stojanu. Při vhodné délce a napětí vlákna dosáhneme vzniku jedné stojaté vlny přibližně při frekvenci 10 Hz. To znamená, že k těmto experimentům ani nepotřebujeme generátor pomalých kmitů, ale vystačíme s běžným tónovým generátorem, jehož kmitání zesílíme nízkofrekvenčním zesilovačem (poslouží třeba zesilovač, který je součástí staršího filmového projektoru MeoClub 16). K měření frekvence můžeme použít běžný měřič a ukážeme, že frekvence, při nichž vzniká rezonanční stojaté vlnění, jsou násobky základní frekvence.

Pro demonstraci stojatého vlnění existuje řada pomůcek, z nichž nejznámější je *Meldeova pružina*. Většina těchto pomůcek však umožňuje buzení stojatého vlnění jen určité frekvence (pružné vlákno se doladí na rezonanční frekvenci buď změnou délky, nebo mechanickým napětím vlákna). Výhodou popsané demonstrace je právě možnost plynule měnit budící frekvenci a ukázat, že pružné vlákno je oscilátor s rozestřenými parametry, který nemá jen jednu rezonanční frekvenci, ale že rezonance nastává i při vyšších harmonických frekvencích. Tento poznatek má význam i pro vytvoření modelové představy o kvantových

stavech částice v potenciálové jámě, což je klíčová modelová představa kvantové fyziky.

Uvedenými experimenty nejsou možnosti využití budiče mechanických kmitů vyčerpány. Další skupinu experimentů tvoří demonstrace vlnění na vodní hladině, jak to naznačuje obrázek v polské učebnici (viz obr. 1). K této problematice se vrátíme v samostatném příspěvku.

Zajímavou aplikací je využití budiče v obrácené funkci, tzn. jako snímače mechanických kmitů. Pružinový oscilátor zavěsíme na raménko a rozkmitáme. Tím se uvede do pohybu také kmitací cívka reproduktoru a střídavé napětí indukované v cívkce má stejný časový průběh jako mechanické kmity. Reproduktoř připojíme na vstup analogově digitálního převodníku některého systému pro experiment podporovaný počítačem (např. ISES, ADDA, IP Coach apod.) a kmity zobrazíme. Poněvadž se kmitací cívka reproduktoru pohybuje v magnetickém poli, které je dostatečně homogenní, je zkraslení indukovaného napětí malé a harmonickému kmitání mechanického oscilátoru odpovídá s dostatečnou přesností i zobrazené střídavé napětí.

Literatura

- [1] *Lepil, O.*: Fyzika pro gymnázia. Mechanické kmitání a vlnění, Prometheus, Praha 2001.
- [2] *Ginter, J.*: Fyzika III, WSP, Warszawa 1994.
- [3] *Lepil, O. – Hrdý, J.*: Inovace výuky školní experimentální techniky v přípravě učitelů fyziky. Závěrečná zpráva o řešení projektu FRVŠ, UP Olomouc 1999.
- [4] *Lepil, O.*: Přechodné děje v oscilátorech. MFI roč. 8 (1999), č. 8, s. 480.

Demonstrujeme elektromagnetické vlnění jednoduchými prostředky

OLDŘICH LEPIL

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

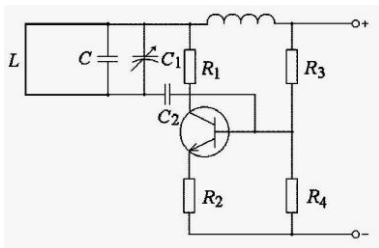
Trvalým problémem výkladu poznatků o elektromagnetickém vlnění je nedostatek vhodných učebních pomůcek, kterými by bylo možné demonstrovat šíření elektromagnetických vln a jejich vlastnosti. Přitom nejvhodnější pro Školní experiment je vlnění v pásmu decimetrových vln, poněvadž experimentální zařízení, zejména tzv. Lecherovo vedení a antény mají rozměry umožňující umístit vysílač i přijímač na demonstračním stole. Proto byla již před lety zhotovena demonstrační pomůcka, jejíž oscilátor (osazený ještě vakuovými elektronkami) kmital na frekvenci 420 MHz, což odpovídá vlnové délce 72 cm. Pomůcka však nenalezla výrobce a byla jen detailně popsána v publikaci [1]. Příčinou, proč se pomůcka nemohla rozšířit, byly i předpisy pro provozování radiokomunikačních zařízení, které již v době vzniku pomůcky neumožňovaly experimenty s vysílači pracujícími na uvedené frekvenci, poněvadž by docházelo k rušení televizního vysílání. Proto autor na vzniklou situaci reagoval tím, že ve spolupráci se studiem tehdejšího Krátkého filmu realizoval výukový film Elektromagnetické pole dipólu, v němž současně byla navržena nová metodika výkladu vzniku elektromagnetického vlnění a jeho vyzářování půl vinným dipólem, která se ujala a je použita i v současné učebnici [2].

Rozvoj elektroniky a její všestranné uplatnění i v běžném životě vede k tomu, že se na trhu objevuje řada přístrojů a zařízení, která lze s menšími úpravami použít i ve školní experimentální technice. To současně přináší také šanci jednoduchými prostředky realizovat základní demonstrace v učivu o elektromagnetickém vlnění. Zařízením, které to umožňuje, je souprava bezdrátového zvonku. Těchto souprav je v prodejnách elektro celá řada a tvoří je jednak vysílač v podobě zvonkového tlačítka, jednak přijímač, který reaguje na kódovaný signál vysílače do vzdálenosti minimálně 25 m až 60 m. Přijímač tvoří kompaktní celek se signalizačním zařízením ve funkci zvonku, ale může mít popř. univerzální použití pro dálkové ovládání různých spotřebičů na malé napětí nebo nízké síťové napětí.

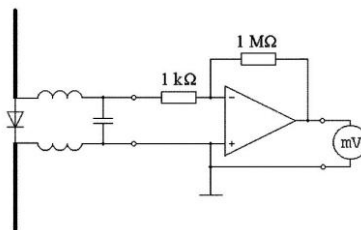
Popíšeme úpravu soupravy bezdrátového zvonku, který se prodává s názvem Waveswitch 101, ale na trhu existují i další výrobky s obdobnou funkcí, v cenových relacích od 600 Kč. Pro demonstrační experimenty použijeme jen sa-

motný vysílač (tlačítko), jehož cena se pohybuje okolo 400 Kč. Základní funkční částí vysílače je oscilátor, který kmitá s frekvencí 433,92 MHz (vlnová délka $\lambda \approx 0,69$ m). Další částí vysílače je integrovaný obvod ve funkci kodéru, takže signál vysílače je modulován impulsní kódovou modulací. To zajišťuje, že na signál reaguje jen přijímač nastavený na stejný kód. Kódování signálu není při dále popisovaných experimentech na závadu a prakticky se neprojeví. Určitou nevýhodou použitého typu bezdrátového zvonku je skutečnost, že po 15 sekundách stisknutí tlačítka se vysílání automaticky přeruší a je nutné tlačítko znovu stisknout.

Schéma oscilátoru vysílače je na obr. 1 (podrobněji viz [3]). Jde o klasické zapojení oscilátoru, jehož zpětná vazba je realizována kondenzátorem C_2 . Vlastní oscilační obvod tvoří vodivá smyčka, která je vytvořena plochým měděným závitem přímo na desce plošného spoje, na němž jsou i další součásti. Je to především kondenzátor C , který s vodivou smyčkou tvoří oscilační obvod, a laditelný kondenzátor C_1 (trimr), kterým se frekvence oscilátoru doladí na požadovanou hodnotu. Přijímač soupravy bezdrátového zvonku má značnou citlivost, takže zachytí signál vyzářovaný přímo obvodem LC oscilátoru vysílače. Pro naše experimenty je však tento signál příliš „slabý“, ale výrazně se zesílí, když k vysílači přiložíme přídatnou anténu v podobě vodivé tyčky. Při experimentech byla použita hliníková trubka délky přibližně 35 cm o průměru 1 cm, která byla pomocí izolepy přichycena ve směru podélné osy tlačítka těsně k jeho pouzdru.



Obr. 1



Obr. 2

Takto upravený vysílač byl přišroubován na držák zhotovený z nevodivého materiálu (umaplex). To je nutné proto, aby nedocházelo ke ztrátám energie signálu indukci proudu v držáku. S tímto zařízením lze realizovat prakticky všechny demonstrace, které jsou uvedeny v čl. 11.7 v učebnici [2]. Pro experimenty je však třeba zhotovit ještě přijímací zařízení. Jeho základem je přijímací dipól s usměrňovačem a s výstupem na demonstrační měřidlo. Bez větších úprav byly k tomuto účelu použity pomůcky popsané v [1].

Schéma přijímacího zařízení je na obr. 2. Půlvlnný dipól můžeme vytvořit ze silnějšího měděného drátu. Rezonanční délku dipólu poněkud ovlivňuje hodnota poměru podílu tloušťky d dipólu a vlnové délky λ přijímaného signálu. Např. při poměru $\lambda/d = 200$ je rezonanční délka dipólu $l = 0,48\lambda$. Průměr použitého vodiče také ovlivňuje širokopásmovost použitého dipólu, která je větší u vodiče s větším průměrem.

Uprostřed dipólu je vysokofrekvenční dioda a usměrněný vysokofrekvenční signál je vyhlazen filtrem tvořeným dvěma tlumivkami s několika závity volně navinutého měděného vodiče a kondenzátorem o kapacitě 100 pF. Napětí na výstupu přijímače je ovšem velmi malé (0,5 mV až 1 mV), což přináší problémy s indikací, chceme-li použít demonstrační měřidlo. Proto byl k zesílení signálu použit jednoduchý zesilovač s operačním zesilovačem MAA741 a s operační sítí tvořenou dvěma rezistory o odporech 1 k Ω a 1 M Ω . Tím bylo dosaženo zesílení 10^3 . Na obr. 2 je jen základní zapojení zesilovače. Podrobnější popis najde zájemce v příspěvku [4]. V uvedeném uspořádání dosahuje signál na výstupu operačního zesilovače hodnoty (při vzdálenosti mezi vysílačem a přijímačem 1 m až 1,5 m) až 100 mV. To odpovídá plně výchylce použitého demonstračního měřidla, které je dodáváno jako součást demonstrační pomůcky EMA.

Dalšího zvětšení intenzity vyzařovaného signálu dosáhneme použitím reflektoru v podobě vodivé tyče o délce odpovídající polovině vlnové délky elektromagnetického vlnění. Reflektor umístíme za přijímacím dipólem v poloze, kterou určíme zkusmo tak, že měníme jeho vzdálenost od dipólu a najdeme polohu s maximální intenzitou přijímaného signálu.

Příklady demonstrací

1. Důkaz polarizace elektromagnetické vlny (viz [1], obr. 11-12)

Mezi vysílač a přijímací dipól vložíme mříž vytvořenou z rovnoběžných vodičů (k tomuto účelu se hodí např. drátěná police z chladničky). Mříž otáčíme a sledujeme kolísání intenzity přijímaného signálu. Intenzita signálu je největší v případě, když jsou vodiče mříže na dipól kolmé. Pak nedochází k indukci vysokofrekvenčních kmitů v tyčích mříže a energie elektromagnetického vlnění není mříží pohlcena. Naopak při souhlasném směru vysílacího dipólu a tyčí mříže dochází k maximální indukci kmitu V mříží a vlnění je mříží pohlceno. Tím je prokázáno, že elektromagnetické vlnění vyzařované vysílačem je lineárně polarizováno a jeho polarizační rovina, v níž leží elektrická složka elektromagnetické vlny, je rovnoběžná s osou dipólu vysílače.

2. Vznik stojatého elektromagnetického vlnění (viz [1], obr. 11-13)

Demonstraci můžeme uspořádat podle obr. 11-13 v učebnici, ale lze postupovat také obráceně tak, že odraznou plochu (např. hliníkový plech o rozměrech

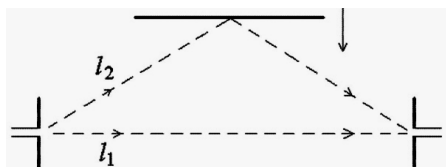
30 × 30 cm) umístíme za vysílač. Změna polohy odrazné plochy se projevuje kolísáním intenzity přijatého signálu. Vlnění z vysílače se skládá s odraženým vlněním a vzniká stojaté elektromagnetické vlnění. Maximum signálu odpovídá kmitně v místě přijímacího dipólu.

3. Měření vlnové délky elektromagnetického vlnění

Pokus se vznikem stojatého vlnění použijeme k přibližnému určení vlnové délky. Za vysílač umístíme např. dostatečně dlouhé pravítko s milimetrovým dělením a odraznou plochu posouváme podél pravítka. Vzdálenost dvou poloh odrazné plochy, v nichž jsme indikovali maximum, popř. minimum signálu přijímače, odpovídá polovině vlnové délky vysílaného elektromagnetického vlnění. Při pečlivém provedení experimentu lze dosáhnout výsledku $\lambda/2 = (0,35 \pm 0,05)$ m.

4. Interference elektromagnetického vlnění

Pokus je variantou předcházejícího experimentu, od něhož se liší umístěním odrazné plochy, která je rovnoběžná se spojnicí vysílače a přijímače (obr. 3). Jde o obdobu experimentu označovaného v optice jako Lloydův pokus. V tomto případě interferuje přímá a odražená elektromagnetická vlna a v závislosti na dráhovém rozdílu obou vln pozorujeme zesilování a zeslabování přijatého signálu.



Obr. 3

Literatura

- [1] Lepil, O.: Elektronika ve škole, SPN, Praha 1972.
- [2] Lepil, O., Šedivý, P.: Fyzika pro gymnázia. Elektřina a magnetismus, Prometheus, Praha 2000.
- [3] Praktická elektronika. A Rádio 10/96, s. 10.
- [4] Lepil, O.: Operační zesilovač v učivu o magnetismu, MFI roč. 8 (1998), č. 3, s. 147.

Videoanalýza kmitání mechanických oscilátorů

OLDŘICH LEPIL

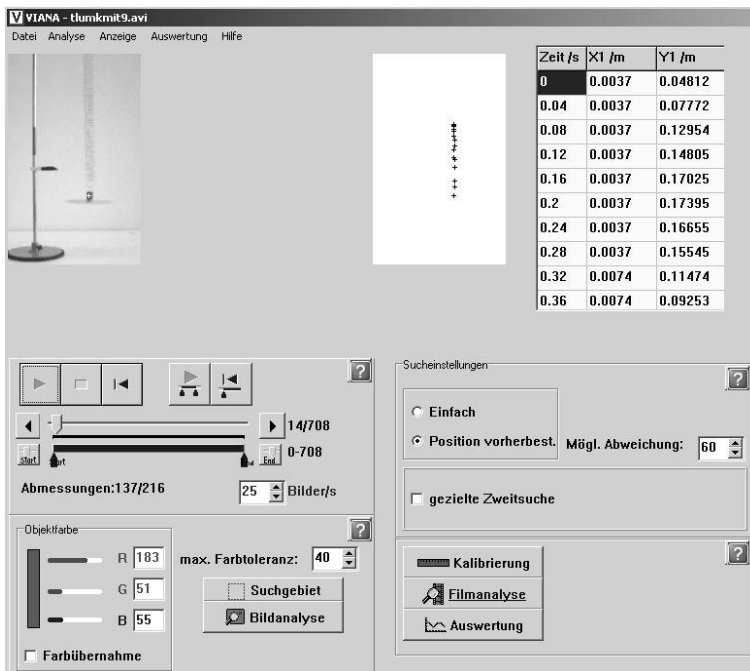
Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Výklad různých mechanických pohybů se neobejde bez grafů závislosti kinematických veličin na čase. Tyto závislosti lze získat jako časové diagramy na základě příslušných rovnic popisujících jednotlivé pohyby. Z didaktického hlediska však je významné konfrontovat uvedené grafy se záznamy reálných pohybů, získanými na základě experimentů. Prostředky pro získání těchto záznamů prodělaly svůj vývoj, který se odvíjí od možnosti kinematografického záznamu pohybujících se objektů, ať už to byl záznam na filmový pás, nebo stroboskopická fotografie.

Na našem pracovišti jsme se touto problematikou začali zabývat v 70. letech v okamžiku, kdy jsme měli k dispozici vhodnou kameru na film formátu 8 mm Super a prohlížečku filmů, která umožňovala postupnou projekci filmu po jednotlivých okénkách a ruční záznam polohy objektu na matnici prohlížečky. Při známé frekvenci snímání kamery pak nebyl problém rekonstruovat závislost dráhy pohybujícího se tělesa na čase. Tímto způsobem jsme analyzovali vrhy, volný pád, rázy pružných koulí, pohyb na nakloněné rovině aj. (viz [1]).

Od té doby technologie kinematografického záznamu prodělala obrovský vývoj a její současný stav, daný možnostmi digitální fotografie, poskytuje učitelé prostředek, který najde využití nejen při výkladu učiva, ale ve své relativně snadné dostupnosti může být vhodným námětem pro žákovskou činnost.

Idea videoanalýzy je jednoduchá. Digitálním fotoaparátem, popř. kamerou je zachycen pohyb tělesa a v počítači je vhodným softwarem provedena analýza jednotlivých snímků záznamu. K tomu by bylo možné v principu použít i software, který je v základním vybavení počítače s operačním systémem Windows (Windows Media Player). Na webu je však možné nalézt několik volně šiřitelných programů speciálně pro videoanalýzu pohybů, která se provádí buď ručně pomocí myši, nebo videoanalýza proběhne automaticky. Programy nabízené na webu mají různou kvalitu a podle získaných zkušeností je pro ruční analýzu záznamu nejvhodnější program EasyVid 1.5a [2] a pro automatickou videoanalýzu je bezkonkurenčně nejlepší program Viana 3.64, vyvinutý speciálně pro výuku fyziky na univerzitě v Essenu [3] (obr. 1). Tento program byl použit i pro naše experimenty uvedené dále.



Obr. 1

Videozáznamy byly získány digitálním fotoaparátem Sony DSC-P92, pomocí kterého lze na kartu „Memory Stick“ s nejmenší kapacitou 16 MB získat videozáznam ve formátu MPG trvající 42 s. To představuje 1 062 snímků VGA s rozlišením 640×480 bodů. Přímou videoanalýzu snímků v tomto formátu však program Viana neumožňuje a záznamy je třeba dodatečně převést do formátu AVI a upravit velikost snímku na maximální hodnotu 384×288 bodů. K tomuto účelu byl použit rovněž volně šiřitelný program VirtualDub-1.5.10 [4], který nejen provádí konverzi formátu MPG na formát AVI, ale také nutnou kompresi záznamu (byla použita komprese Cinepac Codec), změnu velikosti na formát 320×240 bodů, úpravu jasu a kontrastu snímku, vymezení obrazového pole, stranové převrácení a další úpravy. Jako určitý problém se např. ukázala skutečnost, že ve formátu MPG vždy po dvou snímcích typu I (*intra frame*) následuje jeden snímek typu P (*forward predicted frame*), který je s předcházejícím snímkem typu I totožný. Snímky typu P byly pomocí programu VirtualDub ručně odstraněny, čímž se ovšem také změnila záznamová frekvence z původních 25 snímků za sekundu na přibližně 17 snímků za sekundu.

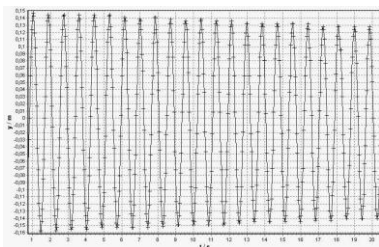
Jako příklady videoanalýzy uvedeme následující experimenty:

1. kmitání pružinového oscilátoru s různým tlumením,
2. dva mody kmitání pružinového oscilátoru,
3. kmitání kyvadla,
4. kmitání spřažených kyvadel,
5. kmitání chaotického kyvadla

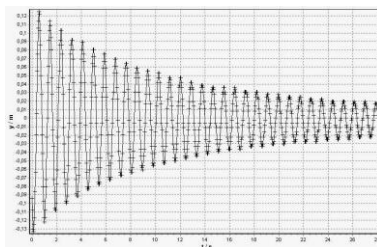
Pro automatickou videoanalýzu fyzikálního děje a jeho kvantitativní vyhodnocení je nutné splnit dvě podmínky. Pohybující se objekt musí být upraven tak, aby buď celý objekt (např. kulička, míček apod.), nebo jeho část barevně kontrastovala s okolím. V našem případě pružinového oscilátoru tato podmínka byla splněna tím, že jako závaží byl použit ocelový váleček, na který byl nalepen pruh červeného papíru. Pro kvantitativní analýzu je třeba umístit do obrazu objekt, jehož rozměry jsou známy. Použili jsme opět proužek barevného papíru délky 0,1 m, který byl nalepen na stativ se závěsem oscilátoru. Celkové uspořádání experimentů odpovídalo pokusům s pružinovými oscilátory, které jsou popsány v učebnici [5] (obr. 1-4, s. 12 a obr. 1-24, s. 39). Zde se ovšem předpokládá snímání pohybu na základě elektromagnetické indukce a zobrazení časového diagramu pomocí analogově digitálního převodníku. Aby nebyl harmonický pohyb oscilátoru příliš zkreslen, musí kmitání oscilátoru probíhat s malou amplitudou. To je nevýhodné zejména při demonstraci tlumeného kmitání, poněvadž tlumení pohybu oscilátoru je lineární funkcí rychlosti, a proto je třeba, aby rychlost oscilátoru byla větší. Při videoanalýze omezení výchylky, popř. rychlosti nehraje roli a výsledky experimentu jsou přesvědčivější.

Při vytváření videozáznamu oscilátoru musíme mít fotoaparát na stativu a objektív by měl být ve výšce odpovídající rovnovážné poloze. Při demonstraci tlumeného kmitání je k tělesu oscilátoru magnetem přichycen papírový kotouč o průměru 10 až 12 cm. Získaný a upravený záznam ve formátu AVI vložíme do programu Viana 3.64, podle menu programu provedeme kalibraci, určení nulového bodu, identifikujeme barvu, kterou bude program sledovat, a důležité je vymezení oblasti, v níž bude program zvolenou barvu vyhledávat. Pak necháme proběhnout videoanalýzu a přepneme program na grafy. Jsou to grafy poloh objektu ve vztažné soustavě x , y a časové diagramy souřadnic polohy, rychlosti a zrychlení. Program Viana umožňuje přímý export získaných hodnot do programu Excel, popř. jako textový soubor, který má podobu tabulky hodnot souřadnic x a y , a ty lze dále zpracovat např. programem Famulus.

Výsledky videoanalýzy kmitání pružinového oscilátoru a jeho varianty se zvětšeným tlumením pomocí papírového kotouče jsou na obr. 2 a 3 (časové diagramy souřadnice y).

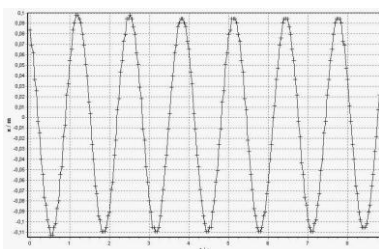


Obr. 2

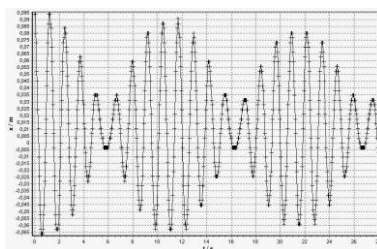


Obr. 3

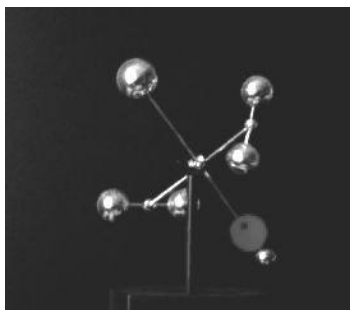
Podobně byla provedena videoanalýza kmitání kyvadla a spřažených kyvadel. K tomu byla využita souprava fy Phywe, která obsahuje dvojici kyvadel, jejichž závaží mají podobu kotoučů oranžové barvy o průměru 8 cm. Proto nebylo nutné doplnit kyvadla barevným objektem a průměr kotoučků byl využit ke kalibraci záznamu. Výsledky videoanalýzy jsou na obr. 4 a 5.



Obr. 4



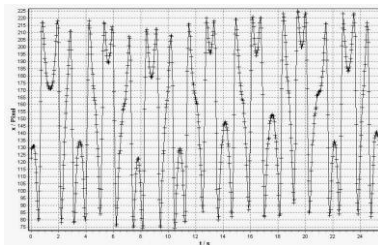
Obr. 5



Obr. 6

Zajímavým příkladem videoanalýzy periodických pohybů je analýza záznamu pohybu „chaotického“ kyvadla v podobě soustavy navzájem spojených a částečně pohyblivých koulí. Podobná kyvadla slouží k výkladu pojmů determi-

nistického chaosu. Naši pomůcku lze však označit za „kvazichaotické“ kyvadlo, poněvadž jeho periodický pohyb je udržován magnetickým působením zpětnovazebního tranzistorového zesilovače, takže v pohybu kyvadla lze identifikovat určitou periodicitu. Aby bylo možné záznam pohybu analyzovat, byla soustava doplněna červeným kotoučkem, jehož pohyb počítač při analýze sleduje. Na obr. 6 je chaotické kyvadlo a na obr. 7 je získaný záznam x -ové souřadnice pohybu barevného kotoučku.



Obr. 7

Uvedené experimenty jsou příkladem jen několika možností využití videoanalýzy ve výuce fyziky. Vedle vlastní tvorby videozáznamů lze využít i řadu dalších souborů AVI dostupných poměrně ve velkém počtu na webu. Najdeme nejružnější příklady vrhů (zejména ve spojení se sportovními výkony), záznamy pohybu člověka na Měsíci, příklady studia nárazů automobilů (tzv. *crash testy*) a mnoho dalších. Zajímavým příkladem je určení tíhového zrychlení volně padajícího barevného míčku. Při použití kvalitně provedeného videozáznamu volného pádu a pečlivé kalibraci obrazu před zahájením videoanalýzy lze takto získat velmi uspokojivý výsledek. K videoanalýze lze použít i simulace pohybů získané dynamickými modely a vytvořené počítačem. Takové záznamy poskytuje přímo ve formátu AVI např. program *Interactive Physics*.

Literatura

- [1] Soukup, M. – Soukupová, Z.: Analýza mechanických dějů obrazovým záznamem. In: Lepil, O.: Studentská vědecká činnost v didaktice fyziky, Acta UPOL 1983, vol. 76, Physica XXII, s. 247–269.
- [2] <http://www.bastgen.de/schule/physik/physik.htm>
- [3] <http://didaktik.physik.uni-essen.de/viana>
- [4] <http://www.virtualdub.org/index>
- [5] Lepil, O.: Fyzika pro gymnázia. Mechanické kmitání a vlnění, Prometheus, Praha 2001.

Čtyři Feynmanovy úlohy

OLDŘICH LEPIL

Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Světznámý fyzik *Richard P. Feynman*, nositel Nobelovy ceny za rok 1965 za objevy v kvantové elektrodynamice, byl nejen jedním z největších fyziků 20. století, ale současně byl i vynikajícím pedagogem a popularizátorem fyziky. V proslulé učebnici *Feynmanovy přednášky z fyziky s řešenými příklady* [1] jsou v kapitole 9 věnované Newtonovým zákonům dynamiky na s. 138 čtyři úlohy, které mají čtenáři sloužit k procvičení metody numerického integrování, autor však neuvádí jejich řešení. Je to snad poprvé, kdy uvedená metoda, označovaná také jako dynamické modelování, byla použita jako didaktický prostředek, který má studentům pomoci pochopit, jak napovídá nadpis podkapitoly 9.5, smysl dynamických rovnic. Feynman tak se svými studenty ještě v době, kdy nebyly běžně k dispozici počítače, řešil některé případy numerické integrace pohybových rovnic např. mechanického oscilátoru nebo pohybu planet jen s pomocí kalkulátoru.

V současnosti je metoda dynamického modelování široce využívána pro studium nejen mechanických pohybů, ale i dějů v elektrických obvodech (viz např. [2]) a v dalších oborech fyziky. Existují také počítačové programy, které didaktické využití dynamických modelů usnadňují. Takovým programem je dříve hojně využívaný program FAMULUS, který však umožňoval jen práci na počítači s operačním systémem MS-DOS. Jiným programem, kterým lze na základě numerického řešení diferenciálních rovnic modelovat nejrůznější fyzikální děje, je program *Interactive Physics* [3]. Tento program umožňuje velmi názorné simulace modelovaných dějů, ale pracuje s předem definovanými objekty a parametry fyzikálních situací, takže uživatel jen pomocí myši model sestaví na displeji počítače, vybere potřebné konstanty, zadá počáteční hodnoty veličin a po spuštění pozoruje probíhající děj. Tím do jisté míry žákovi uniká podstata modelovaného děje a zejména jeho popis odpovídající pohybovou rovnicí, popř. jinou matematicky vyjádřenou zákonitostí. Didaktickou předností metody dynamického modelování je možnost řešit jednoduchými matematickými postupy i úlohy, jejichž analytické řešení není žákovi známo, nebo je náročné z matematického hlediska, a to mu neumožňuje řešit úlohy, byť s jednoduchým zadáním, jaké mají právě zmíněné úlohy z Feynmanovy učebnice.

Abychom mohli přikročit k řešení čtyř Feynmanových úloh, potřebujeme vhodný software, který pracuje pod operačním systémem Windows. Dobře nám může posloužit program Coach5, který je určen především k podpoře fyzikálních experimentů, ale jeho součástí je i program Modelování (*Modeling*), který je pro náš účel velmi vhodný a práce s ním je podobná jako u programu FAMULUS, tzn. nevyžaduje hlubší znalost programování a při vytváření dynamických modelů vystačíme s minimem příkazů, které jsou součástí jazyka Coach. Postačí i demoverze programu Coach5 dostupná na webu [4], která je plně funkční, jen neumožňuje záznam vytvořených modelů. To však lze řešit zkopírováním modelu do záznamníku (součástí menu programu je i operace *Clipboard copy*) a uložením jako textový soubor.

Program Modelování má pro vytvoření modelu dvě okna. V jednom se zapíše podobně jako v programu FAMULUS proměnné, konstanty a počáteční hodnoty a ve druhém okně se zapíše vlastní model, který je u mechanických dějů zpravidla tvořen čtyřmi rovnicemi (podrobněji viz např. [5] nebo [6]):

1. rovnicí pro zrychlení vytvořenou na základě pohybové rovnice pro daný děj,
2. rovnicí pro výpočet polohy (souřadnice) objektu sečtením hodnoty předcházející souřadnice a jejího přírůstku (např. $x_{i+1} = x_i + v_i h$, kde h je tzv. časový krok),
3. rovnicí pro výpočet okamžité rychlosti (např. $v_{i+1} = v_i + ah$),
4. rovnicí pro čas $t_{i+1} = t_i + h$.

Opakovaný výpočet těchto rovnic představuje nejjednodušší, tzv. Eulerovu metodu numerického řešení diferenčních rovnic, jejíž přesnost do značné míry závisí na volbě časového kroku. To si Feynman uvědomoval a navrhl zlepšení Eulerovy metody postupem, který vznikající chybu výpočtu alespoň částečně eliminuje použitím hodnoty rychlosti v čase, který odpovídá polovině časového kroku (podrobněji viz [1], s. 129). Pro naše účely postačí, když zvolíme co nejmenší časový krok. To je ovšem omezeno možnostmi použitého software. Program Modelování v systému Coach umožňuje realizovat maximální počet cyklů výpočtu 16 300. To však pro většinu modelů postačuje a při vhodné volbě časového kroku dostaneme vyhovující výsledky.

Přikročme k řešení Feynmanových úloh.

Úloha 1

Závaží zavěšené na pružině je v klidu. Po nárazu zdola se začne pohybovat a v prvním okamžiku je jeho rychlost jednotková. Hmotnost závaží a tuhost pružiny jsou takové, že pohybová rovnice má tvar $\ddot{x} = -x$.

Numerickým integrováním pohybové rovnice najdete maximální výšku, jíž závaží dosáhne.

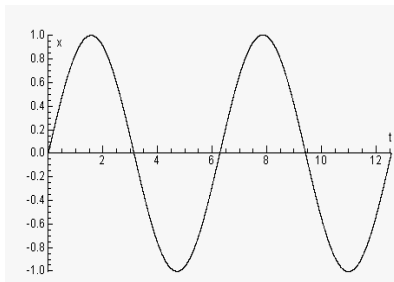
Řešení

Ze zadání úlohy je zřejmé, že jde o pružinový oscilátor, který kmitá bez tlumení, takže jeho pohybová rovnice by měla tvar $ma = -kx$, kde m je hmotnost závaží a k je tuhost pružiny. Zadání tedy odpovídá případu, kdy $k/m = 1$. Poněvadž je oscilátor uveden do pohybu nárazem zdola (předpokládá se, že osa x je svislá), má počáteční rychlost směr kladné osy x , čili $v_0 = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Maximální výška závaží při kmitavém pohybu bude odpovídat amplitudě kmitů. Model, jak bychom ho vepsali do oken programu Coach, je v tabulce 1.

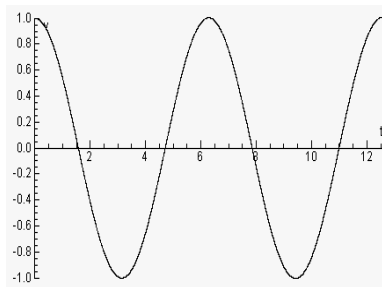
Tabulka 1

Model	Proměnné, konstanty, počáteční hodnoty
<pre>a = -x x = x + v*h v = v + a*h t = t + h if t >= 4*pi then stop endif</pre>	<pre>v0 = 1 v = v0 t = 0 x = 0 h = 0.001</pre>

Maximální výšku závaží odečteme z grafu souřadnice x na obr. 1a: $x_{\max} = 1 \text{ m}$. Na obr. 1b je graf rychlosti. V tomto jednoduchém případě ovšem můžeme amplitudu určit i ze vztahu $a = -\omega x = -x$, ze kterého vyplývá, že $\omega = 1 \text{ s}^{-1}$ a poněvadž $v_0 = v_m = \omega x_m = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, je $x_m = 1 \text{ m}$. Perioda kmitání $T = 2\pi/\omega \approx 6,28 \text{ s}$, což je z grafu dobře patrné.



Obr. 1a



Obr.1b

Úloha 2

Těleso o hmotnosti m se pohybuje přímočaře. Pohyb je brzděn silou úměrnou rychlosti tělesa $F = -kv$. V počátečním okamžiku $t = 0$ bylo $x = 0$ a $v = v_0$. Numerickým integrováním najděte x jako funkci času. Určete dobu $t_{1/2}$, za níž těleso ztratí polovinu své rychlosti, a maximální vzdálenost x_m , kterou projde.

Poznámky:

- Zvolte měřítka času a vzdálenosti tak, aby pohybová rovnice měla jednoduché číselné koeficienty.
- Navrhnete schéma výpočtu, analogické uvedenému v textu přednášek, jež by dávalo dobrou přesnost při poměrně hrubém kroku Δt .
- Na základě úvah o rozměrnosti objasněte, jak $t_{1/2}$ a x_m závisejí na v_0 , k a m . Pohybovou rovnici řešte jen pro jednu vhodnou hodnotu v_0 , např. $v_0 = 1$ (v modifikovaných jednotkách x a t).

Řešení

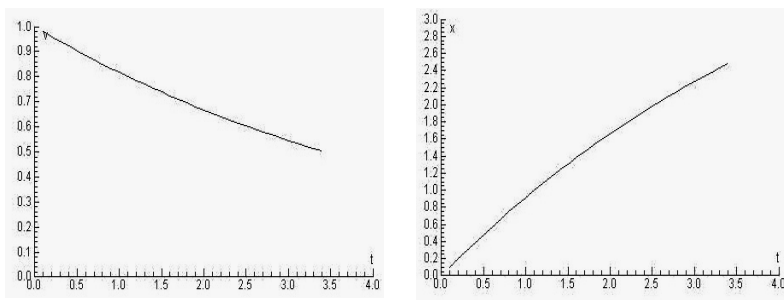
V počátečním okamžiku se těleso pohybuje přímočaře rychlostí v_0 a jediná síla, která na něj působí, je brzdící síla F . Pohybovou rovnici tedy zapíšeme ve tvaru

$$ma = -kv$$

a odtud určíme vztah pro zrychlení, který je výchozí rovnicí dynamického modelu pohybu tělesa. Jeho podoba je v tabulce 2. Zvolené hodnoty veličin m a k jsou v tabulce. Z grafů (obr. 2) je patrné, že rychlost tělesa se zmenší na polovinu ($v = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) za dobu $t = 3,4 \text{ s}$ a urazí těleso vzdálenost $x = 2,48 \text{ m}$.

Tabulka 2

Model	Proměnné, konstanty, počáteční hodnoty
$F = -k \cdot v$ $a = F/m$ $x = x + v \cdot h$ $v = v + a \cdot h$ $t = t + h$ if $v < = v_0/2$ then stop endif	$m = 0.5$ $v_0 = 1$ $k = 0.1$ $v = v_0$ $t = 0$ $x = 0$ $h = 0.1$



Obr. 2

Úloha 3

Nabitá částice se pohybuje v elektrickém a magnetickém poli podle pohybových rovnic

$$\frac{dv_x}{dt} = -2v_y \quad \text{a} \quad \frac{dv_y}{dt} = 1 + 2v_x.$$

Při $t = 0$ je částice v bodě o souřadnicích $(0,0)$ a její rychlost má složky $v_x = 1,00$ a $v_y = 0$. Numerickým integrováním určete druh pohybu částice. Řiďte se poznámkou b) z předchozí úlohy.

Řešení

Na částici s kladným nábojem Q v elektrickém poli o intenzitě \mathbf{E} a v magnetickém poli o magnetické indukci \mathbf{B} působí Lorentzova síla, pro kterou platí

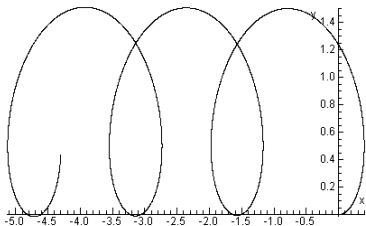
$$\mathbf{F}_L = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}).$$

Z rovnic v zadání úlohy vyplývá, že při pohybu částice v kladném směru osy x na ni působí síla \mathbf{F}_m v kladném směru osy y , což podle Flemingova pravidla levé ruky znamená, že vektor \mathbf{B} magnetické indukce míří za nákresnu. Současně na ni působí stálá elektrická síla \mathbf{F}_e , která má směr kladné osy y . Složka v_y rychlosti částice je v počátečním okamžiku nulová, ale její zvětšení znamená vznik síly, jejíž složka v ose x má záporný směr. Tvar trajektorie částice najdeme pomocí modelu, který je v tabulce 3 a trajektorii znázorňuje graf na obr. 3a. Vidíme, že trajektorie částice znázorněná v rovině Oxy odpovídá pohybu po šroubovici.

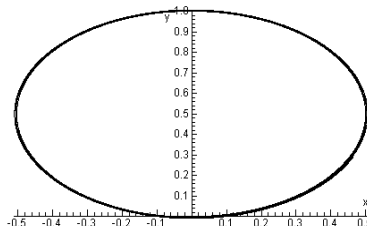
Můžeme si ještě vyzkoušet, jak se částice bude pohybovat v případě, že na ni nepůsobí elektrická síla (druhou rovnicí modelu upravíme na tvar $a_y = 2v_x$). Částice se pohybuje po kružnici (obr. 3b, graf je zkrácen nestejným měřítkem na osách). Řešení úlohy je značně citlivé na velikost časového kroku. Již při použití časového kroku $h = 0,001$ je patrné postupné narůstání průměru šroubovice.

Tabulka 3

Model	Proměnné, konstanty, počáteční hodnoty
<pre>ax = -2*vy ay = 1 + 2*vx vx = vx + ax*h vy = vy + ay*h x = x + vx*h y = y + vy*h t = t + h if t>20 then stop endif</pre>	<pre>t = 0 h = 0.001 vx = 1 vy = 0 x = 0 y = 0</pre>



Obr. 3a



Obr. 3b

Úloha 4

Mina vyletí z hlavně minometu rychlosti 300 m/s pod úhlem 45° k obzoru. Její pohyb je brzděn silou úměrnou třetí mocnině rychlosti ($F = -kv^3$). Koeficient úměrnosti k je takový, že při rychlosti 300 m/s je síla odporu prostředí dvakrát větší než tíha miny. Metodou numerického integrování najdete přibližnou hodnotu maximální výšky, do níž mina vyletí, a vzdálenost od místa výstřelu k místu, kde dopadne na zem. Výsledky srovnajte s hodnotami, které byste dostali, kdyby nepůsobil odpor vzduchu.

Řešení

Pohyb miny je příkladem pohybu po balistické křivce a pro zobrazení trajektorie je třeba dynamickým modelem určit časové závislosti souřadnic x a y pohybu miny v rovině Oxy . Zadaný úhel je třeba převést na radiány a vypočítat počáteční hodnoty složek rychlosti v_x a v_y . V každém kroku výpočtu pak musíme nově vypočítat rychlost v miny ($v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$) a z podmínky uvedené v zadání určíme velikost koeficientu k

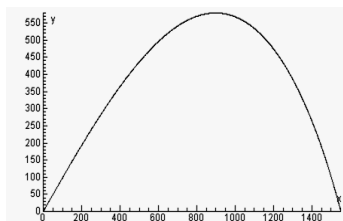
$$k = \frac{2mg}{v_0^3}.$$

Pro numerické řešení úlohy zvolíme $m = 10$ kg.

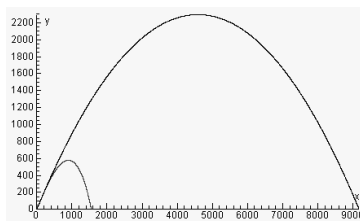
Odpovídající model je v tabulce 4 a graf balistické křivky je na obr. 4a. Na obr. 4b je tvar trajektorie v případě, že na minu nepůsobí odpor vzduchu. Z grafu, popř. přesněji z tabulky vypočítaných hodnot určíme maximální výšku $y_{\max} = 579$ m a vzdálenost místa dopadu miny $x_{\max} = 1\,551$ m. Pokud by na minu nepůsobila brzdící síla, bylo by $y_{\max} = 2\,295$ m a $x_{\max} = 9\,175$ m.

Tabulka 4

Model	Proměnné, konstanty, počáteční hodnoty
<pre> v = sqrt(vx^2 + vy^2) ax = -k*vx*v^2 ay = -g - k*vy*v^2 x = x + vx*h y = y + vy*h vx = vx + ax*h vy = vy + ay*h t = t + h if y<0 then stop endif </pre>	<pre> m = 10 g = 9.81 v0 = 300 k = 2*m*g/v0^3 h = 0.01 uhel = 45 alfa = pi/180*uhel vx = v0*cos(alfa) vy = v0*sin(alfa) x = 0 y = 0 t = 0 </pre>



Obr. 4a



Obr. 4b

I když je Feynmanova učebnice určena vysokoškolákům, najde zde i středoškolský učitel řadu podnětů, jak učinit výuku fyziky zajímavější. Dynamické modelování fyzikálních dějů k těmto podnětům jistě patří a řešení Feynmanových úloh může být pro žáky dobrou motivací.

Literatura

- [1] Feynman, R. P. – Leighton, R. B. – Sands, M.: Feynmanovy přednášky z fyziky s řešenými příklady, Fragment, Praha 2000.
- [2] Lepil, O.: Modelování dějů v elektrických obvodech, MFI 10 (2001), č. 10, s. 603.
- [3] Janeček, P.: Interactive Physics – moderní nástroj ve výuce fyziky. MFI 14 (2005), č. 7, s. 433.
- [4] <http://www.cma.science.uva.nl/>
- [5] Šedivý, P.: Modelování pohybů numerickými metodami. Knihovnička fyzikální olympiády č. 38, Gaudeamus, Hradec Králové 1999.
- [6] Lepil, O.: Demonstrujeme kmity netradičně, Prometheus, Praha 1996.

Přehled publikací doc. RNDr. Oldřicha Lepila, CSc.

Knižní publikace

A. Učebnice fyziky a sbírky úloh

- [1] *Fuka, J.* a kol.: Fyzika pro III. ročník střední všeobecně vzdělávací školy, SPN, Praha 1965, 250 s.
- [2] *Živný, F., Lepil, O.*: Praktická cvičení z fyziky, SPN, Praha 1965, 267 s.
- [3] *Lepil, O., Chytilová, M.*: Doplněk k učivu fyziky pro 3. ročník gymnázia, SPN, Praha 1973, 100 s.
- [4] *Lepil, O., Grün, M., Novák, R., Novák, V., Švec, P. V., Vlasák, V.*: Fyzikální základy techniky, SPN, Praha 1976, 328 s.
- [5] Elektrické kmity a střídavý proud, SPN, Praha 1978, 159 s.
- [6] *Lepil, O., Houdek, V., Pecho, A.*: Fyzika pro 3. ročník gymnázia. Experimentální učební text. Praha, SPN 1981, 173 s. Učebnice vyšla v jazyce slovenském.
- [7] *Lepil, O., Houdek, V.*: Cvičení z fyziky pro 3. ročník gymnázia. Experimentální učební text. Praha, SPN 1981, 66 s. Učebnice vyšla v jazyce slovenském.
- [8] *Lepil, O., Cabák, I., Bednařík, M.*: Fyzika 2 pro studijní obory středních škol pro pracující, Praha, SPN 1982, 344 s.
- [9] *Lepil, O., Grün, M., Šedivý, P.*: Fyzika a technika. Praha, SPN 1984, 288 s.
- [10] *Lepil, O., Houdek, V., Pecho, A.*: Fyzika pro 3. ročník gymnázií, SPN, Praha 1986, 343 s.
- [11] *Bednařík, M., Lepil, O.*: Fyzika III pro studijní obory SOU, SPN, Praha 1986, 160 s.
- [12] *Bednařík, M., Lepil, O., Barták, F., Fuka, J., Šolc, M.*: Fyzika IV pro studijní obory SOU, SPN, Praha 1987, 216 s.
- [13] *Lepil, O., Bartuška, K., Koubek, V., Vachek, J.*: Vybrané kapitoly z fyziky, SPN, Praha 1987, 248 s.
- [14] *Lepil, O., Klivanec, D.*: Doplněk k učivu fyziky pro III. ročník tříd se zaměřením na matematiku. SPN, Praha 1988, 64 s.
- [15] *Barták, F., Lepil, O., Bednařík, M., Široký, J.*: Sbírká úloh z fyziky pro studijní obory SOU a SOŠ, SPN, Praha 1988, 272 s.
- [16] *Koubek, V., Lepil, O., Pišút, J., Rakovská, M., Široký, J., Tomanová, E.*: Sbírká úloh z fyziky pro gymnázium, 2. díl, SPN, Praha 1988, 220 s.
- [17] *Fuka, J., Frei, V., Lepil, O.*: Cvičení z fyziky pro 4. ročník gymnázia, SPN, Praha 1989, 256 s.

- [18] *Svoboda, E., Bednařík, M., Fuka, J., Lepil, O., Široký, J.*: Přehled středoškolské fyziky, SPN, Praha 1991, 592 s.
- [19] *Lepil, O., Pecho, A.*: Mechanické kmitání a vlnění. SPN, Praha 1991, 96 s.
- [20] *Lepil, O., Šedivý, P.*: Fyzika pro gymnázia. Elektřina a magnetismus. SPN, Praha 1992, 398 s. (2. vyd. Galaxie, Praha 1993, 3. vyd. Prometheus, Praha 1994).
- [21] *Lepil, O., Bednařík, M., Hýblová, R.*: Fyzika pro střední školy I, Prometheus, Praha 1993, 276 s.
- [22] *Lepil, O., Bednařík, M., Hýblová, R.*: Fyzika pro střední školy II, Prometheus, Praha 1993, 288 s.
- [23] *Lepil, O., Kupka, Z.*: Fyzika pro gymnázia. Optika. SPN, Praha, 1993, 167 s. (2. vyd. Prometheus, Praha 1995).
- [24] Fyzika pro gymnázia. Mechanické kmitání a vlnění. Prometheus, Praha 1994, 136 s.
- [25] *Lepil, O., Bednařík, M., Šířoká, M.*: Fyzika. Sbířka úloh pro střední školy, Prometheus, Praha, 1995, 269 s.
- [26] *Svoboda, E., Bartuška, K., Bednařík, M., Lepil, O., Šířoká, M.*: Přehled středoškolské fyziky, Prometheus, Praha 1996, 497 s.
- [27] Doplněk k učivu fyziky pro 8. a 9. ročník základní školy s rozšířeným vyučováním matematice a přírodovědným předmětům. Prometheus, Praha 1997, 143 s.
- [28] *Lepil, O., Bednařík, M., Hýblová, R.*: Fyzika pro střední školy I, 4. přepracované vydání, Prometheus, Praha 2000, 267 s.
- [29] *Lepil, O., Bednařík, M., Hýblová, R.*: Fyzika pro střední školy II, 3. přepracované vydání, Prometheus, Praha 2000, 312 s.
- [30] *Lepil, O., Šedivý, P.*: Fyzika pro gymnázia. Elektřina a magnetismus, 5. přepracované vydání, Prometheus, Praha 2000, 342 s.
- [31] Fyzika pro gymnázia. Mechanické kmitání a vlnění, 3. přepracované vydání, Prometheus, Praha 2001, 129 s.
- [32] Fyzika pro gymnázia. Optika. Prometheus, Praha 2002, 3. přeprac. vydání, 206 s.
- [33] *Lepil, O., Šířoká, M.*: Sbířka testových úloh k maturitě z fyziky, Prometheus, Praha 2001, 128 s.
- [34] *Koubek, V., Lepil, O.*: Fyzika pre 3. ročník gymnázií, SPN, Bratislava 2003, 240 s. (Fyzika a gymnázium 3. osztály számára, SPN, Bratislava 2007).
- [35] *Lepil, O., Bednařík, M., Šířoká, M.*: Fyzika. Sbířka úloh z fyziky pro střední školy (kniha + CD), Prometheus, Praha 2004, 3. přepracované vydání, 272 s.
- [36] *Koubek V., Demkanin, P., Lepil, O., Pišút, J., Rakovská, M.*: Zbierka úloh z fyziky pre gymnázia 2, SPN, Bratislava 2009, 206 s.

- [37] *Lepil, O., Bednařík, M., Hýblová, R.*: Fyzika pro střední školy I, 5. přepracované vydání s CD, Prometheus, Praha 2012, 253 s.
- [38] *Lepil, O., Bednařík, M., Hýblová, R.*: Fyzika pro střední školy II, 4. přepracované vydání s CD, Prometheus, Praha 2012, 233 s.
- [39] *Svoboda, E., Bartuška, K., Bednařík, M., Lepil, O., Šíroká, M.*: Přehled středoškolské fyziky, 5. přepracované vydání. Prometheus, Praha 2014, 552 s.
- [40] Fyzika pro gymnázia. Optika. Prometheus, Praha 2015, 5. přeprac. vydání s CD, 99 s.
- [41] *Lepil, O., Šedivý, P.*: Fyzika pro gymnázia. Elektřina a magnetismus, 7. přepracované vydání s CD, Prometheus, Praha 2017, 191 s.
- [42] Fyzika pro gymnázia. Mechanické kmitání a vlnění, 5. přepracované vydání s CD, Prometheus, Praha 2018, 92 s.
- [43] *Lepil, O., Šíroká, M., Klaus, V.*: Testové úlohy z fyziky (počítačová aplikace), AUDREY software, Praha 2018.
- [44] *Svoboda, E., Bartuška, K., Bednařík, M., Lepil, O., Šíroká, M.*: Přehled středoškolské fyziky, 6. upravené a doplněné vydání s CD. Prometheus, Praha 2019, 560 s.
- [45] *Lepil, O., Šedivý, P.*: Fyzika pro gymnázia. Elektřina a magnetismus, 8. doplněné vydání s CD, Prometheus, Praha 2020, 191 s.

B. Vysokoškolské učební texty

- [1] *Lepil, O., Vystavěl, B.*: Metodika pokusů z elektroniky, UP, Olomouc 1965, 75 s.
- [2] *Bednařík, M., Lepil, O.*: Základy fyziky pro studující nefyzikálních oborů I a II, SPN, Praha 1966, 425 s.
- [3] Základy obrazové a zvukové techniky, UP, Olomouc 1972, 131 s.
- [4] *Fuka, J., Lepil, O.*: Konkrétní didaktika fyziky. II. část, UP, Olomouc 1972.
- [5] *Dvořák, L., Lepil, O.*: Fyzika pro matematiky II, UP, Olomouc 1975, 375 s.
- [6] *Kašpar, E., Hnilíčková-Fenclová, J., Lepil, O., Skalický, V., Vachek, J., Vlach, B.*: Didaktika fyziky. Obecné otázky, SPN, Praha 1978, 356 s.
- [7] *Fuka, J., Bednařík, M., Lepil, O.*: Didaktika fyziky, Olomouc, UP 1981, 321 s.
- [8] *Fuka, J., Bednařík, M., Lepil, O.*: Konkrétní didaktika fyziky A a B. Olomouc, UP 1983, 449 s.
- [9] Mechanické kmitání a vlnění, Olomouc, VUP 2012, 84 s. Dostupné z: http://mofy.upol.cz/vystupy/02_texty/modul_me_mkv.pdf
- [10] Vybrané kapitoly k modulu Didaktika fyziky, Olomouc, VUP 2012, 46 s. Dostupné z: http://mofy.upol.cz/vystupy/02_texty/modul_dfy2.pdf

C. Metodické a popularizační publikace

- [1] Kvant a vlny, SPN, Praha 1966, 96 s.
- [2] Vyučujeme o automatizaci, SPN, Praha 1966, 130 s.
- [3] Metodické stati k učivu fyziky pro 3. ročník gymnázia, SPN, Praha 1971, 63 s.
- [4] *Lepil, O., Tomanová, E.*: Metodické poznámky k vyučování fyziky v 3. ročníku gymnázia. SPN, Bratislava 1971, 50 s.
- [5] Elektronika ve škole, SPN, Praha 1972, 248 s.
- [6] Moderní prostředky pro vyučování fyzice, SPN, Praha 1973, 133 s.
- [7] *Lepil, O., Bělič, J.*: Kazetový film ve vyučování fyzice, Komenium, Praha 1975, 25 s.
- [8] Kwanty i fale, WSiP, Warszawa 1976, 126 s.
- [9] Metodická příručka ke knize Fyzikální základy techniky, SPN, Praha 1979, 60 s.
- [10] *Němeček, M.* et al.: Velmi krátký film ve vyučování. SPN, Praha 1978, 200 s.
- [11] *Trebišovský, J.* et al.: Audiovizuálne prostriedky v teórii a praxi, SPN, Bratislava 1980, 392 s.
- [12] *Tomanová, E.* et al.: Fyzika, metodická příručka na experimentálne vyučovanie v 3. ročníku gymnázia. Bratislava, VÚP 1981, 135 s.
- [13] *Němeček, M.* et al.: Názvosloví didaktické techniky. Praha, Komenium 1982, 96 s.
- [14] *Lepil, O., Kleveta, A.*: Elektřina. Doprovodný text k souboru transparentů, Praha, Komenium 1982, 39 s.
- [15] Kmitání a vlnění. Doprovodný text k souboru transparentů. Komenium Praha 1982, 15 s.
- [16] *Němeček, M.* a kol.: Stručný slovník didaktické techniky a učebních pomůcek, SPN, Praha 1985, 136 s.
- [17] *Vachek, J., Lepil, O.*: Modelování a modely ve vyučování fyzice, SPN, Praha 1986, 208 s.
- [18] Malý lexikon fyziky, Prometheus, Praha, 1995, 175 s.
- [19] *Bednařík, M., Lepil, O.*: Netradiční typy fyzikálních úloh, Prometheus, Praha 1995, 56 s.
- [20] Demonstrujeme kmity netradičně. Prometheus, Praha 1996, 56 s.
- [21] *Lepil, O., Bílek, M.*: Integrovaná přírodověda, UP, Olomouc 2006, s. 7-42.
- [22] Zopakujte si fyziku, Prometheus, Praha 2006, 68 s.
- [23] *Lepil, O., Richterek, L.*: Dynamické modelování, Repronis, Ostrava 2007, 160 s.

- [24] *Lepil, O., Holubová, R., Kubínek, R., Mašláň, M.*: Nové poznatky ve fyzice, Repronis, Ostrava 2007, 160 s.
- [25] *Lepil, O., Svoboda, E.*: Příručka pro učitele fyziky na střední škole, Prometheus, Praha 2007, 280 s.
- [26] *Lepil, O., Halaš, R., Holubová, R., Hubeňák, J., Kubínek, R.*: Fyzika aktuálně, příručka nejen pro učitele, Prometheus, Praha 2009, 208 s.
- [27] Teorie a praxe tvorby výukových materiálů, Olomouc, VUP 2010, 98 s.
Dostupné z: <http://zvyp.upol.cz/publikace/lepil.pdf>

Časopisecké příspěvky

Použité zkratky

PVŠ – Přírodní vědy ve škole

RMF – Rozhledy matematicko-fyzikální

FvŠ – Fyzika ve škole

MFvŠ – Matematika a fyzika ve škole

PMFA – Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

MFI – Matematika – fyzika – informatika

AUPO – Acta Universitatis Palackianae Olomucensis – Facultas Rerum Naturalium

- [1] Fotografický záznam Lissajousových křivek. PVŠ 7 (1957), č. 5, s. 437-440.
- [2] Ověření zákona Boylova. PVŠ 7 (1957), č. 7, s. 650-651.
- [3] Brownův pohyb. RMF 35 (1957), č. 8, s. 360-364.
- [4] Oscilátory LC ve vyučování. PVŠ 8 (1958), č. 2, s. 139 až 147.
- [5] Demonstrační fotoelasticimetr. PVŠ 8 (1958), č. 3, s. 244-247.
- [6] Halleyova kometa. RMF 36 (1958), č. 6, s. 280-283.
- [7] Elektrochemické úpravy povrchů kovů. PVŠ 8 (1958), č. 7, s. 618-621.
- [8] Planckova kvantová teorie. RMF 36 (1958), č. 7, s. 317-320.
- [9] Využití poznatků o umělých družicích ve škole. PVŠ 8 (1958), č. 8, s. 715-719.
- [10] Dva doplňky soupravy pro elektroniku. PVŠ 8 (1958), č. 9, s. 824-827.
- [11] Elektromagnetické dělo. PVŠ 8 (1958), č. 10, s. 931 - 933.
- [12] Kosmické rychlosti. RMF 37 (1959), č. 1, s. 22-24 a č. 2, s. 71-73.
- [13] Základy balistiky raket. RMF 37 (1959), č. 3, s. 128-134.
- [14] 350 let Keplerových zákonů. PVŠ 9 (1959), č. 6, s. 562-563.
- [15] Termistory v teorii a praxi. PVŠ 9 (1959), č. 9, s. 769 až 775.
- [16] Pokusy s termistory. PVŠ 10 (1960), č. 1, s. 59-63.
- [17] Diapozitiv jako vyučovací pomůcka. PVŠ 10 (1960), č. 4, s. 338-342.
- [18] 350 roků dalekohledu v astronomii. RMF 38 (1960), č. 8, s. 368-370.
- [19] Demonstracija javlenija samoindukciji. Fyzika v škole 20 (1960), č. 5, s. 84.
- [20] Populárně vědecká literatura pro mládež – její význam a současný stav. PVŠ 11 (1960), č. 2, s. 175-177.
- [21] Cesty k uvolnění jaderné energie. RMF 39 (1960), č. 2, s. 69-72.

- [22] Atom vodíku a jeho spektrum. RMF 39 (1960), č. 3, s. 117-122.
- [23] Filtr k selénovému usměrňovači. PVŠ 11 (1961), č. 8, s. 754-755.
- [24] Zkušenosti z organizace fyzikálně-technického kroužku v nejvyšším ročníku SVVŠ. PVŠ 12 (1961), č. 1, s. 44-47.
- [25] Elektronické prvky automatizace. PVŠ 12 (1961), č. 3, s. 256-265.
- [26] Poznámky k práci v praktických cvičeních z fyziky v 1. ročníku SVVŠ. PVŠ 12 (1962), č. 5, s. 359-361 a č. 7, s. 582-584.
- [27] Demonstrace charakteristiky triody. PVŠ 12 (1962), č. 9, s. 721-725.
- [28] Hranice aerodynamického letu. RMF 41 (1962), č. 1, s. 13-18.
- [29] Poznámky k práci v praktických cvičeních z fyziky ve 2. roč. SVVŠ. FvŠ 1 (1962), č. 1, s. 12-16, č. 4, s. 117-119, č. 7, s. 251-253.
- [30] Osciloskopie střídavého proudu a jeho usměrnění. FvŠ 1 (1963), č. 5, s. 165-171.
- [31] K učivu o elektronkovém zesilovači. FvŠ 1 (1963), č. 6, s. 209-215.
- [32] Polovodiče v učivu střední školy. FvŠ 1 (1963), č. 8, s. 298-304.
- [33] Astronomická pozorování na střední škole, FvŠ 2 (1964), č. 5, s. 190-196.
- [34] Odborné pracovníky pro vyučování fyzice na SVVŠ. FvŠ 2 (1964), č. 6, s. 227-233.
- [35] Samostatné maturitní práce. FvŠ 2 (1964), č. 6, s. 233-236.
- [36] Zdroj napětí Tesla M 110. FvŠ 2 (1964), č. 7, s. 272-274.
- [37] Školní odporová dekáda. FvŠ 2 (1964), č. 10, s. 373-374.
- [38] Harmonické děje v učivu střední školy. FvŠ 3 (1964), č. 3, s. 102-110.
- [39] Hallův jev. RMF 42 (1963), č. 4, s. 162-166.
- [40] Vláknové světlovody. RMF 42 (1964), č. 5, s. 205-209.
- [41] Příspěvek k metodice výkladů rezonančních jevů ve vázaných oscilátorech. In: AUPO, Tom. 15. Praha, SPN 1964, s. 95-116.
- [42] Vektorový diagram harmonických dějů. FvŠ 3 (1965), č. 5, s. 203-210.
- [43] Diskuse o modernizaci vyučování fyzice v SSSR. FvŠ 3 (1965), č. 6, s. 260-266.
- [44] Lissajousovy obrazce. RMF 43 (1965), č. 6, s. 263-271.
- [45] Peltierův jev. RMF 43 (1965), č. 7, s. 315-320.
- [46] Demonstrace tlumených kmitů. FvŠ 4 (1965), č. 3, s. 112-117.
- [47] Učební pomůcky v moderním vyučování fyzice. Učební pomůcky ve škole a v osvětě, 5 (1965/66), č. 9, s. 130-133.

- [48] Demonstrace vlastní indukčnosti osciloskopem. FvŠ (4, 1965/66), č. 10, s. 443-450.
- [49] Zpětný běh paprsku osciloskopu M 114. FvŠ, 5 (1966/67), č. 7, s. 320-322.
- [50] Návrh nových učebních osnov fyziky na sovětské střední škole. FvŠ, 6 (1967/68), č. 9, s. 423-430.
- [51] Metodické problémy učiva o elektronkovém oscilátoru. In: AUPO, Tom 27, Mathematica-Physica-Chemica 9. Praha, SPN 1968, s. 265-276.
- [52] Stav vybavenosti školy a úroveň experimentální techniky pro vyučování fyzice. FvŠ, 7 (1968/69), č. 3, s. 138-148.
- [53] Návrh nové struktury učiva fyziky na střední škole. FvŠ, 7 (1968/69), č. 5, s. 202-216.
- [54] RC generátor střídavého napětí. FvŠ, 8 (1969/70), č. 10, s. 626-627.
- [55] Příspěvek k systemizaci prostředků pro vyučování fyzice. Učební pomůcky ve škole a v osvětě, 9 (1969/70), č. 2, s. 18-21.
- [56] Kazetové filmy do našich škol. Učební pomůcky ve škole a v osvětě, 9 (1969/70), č. 8, s. 118.
- [57] Vázané elektromagnetické oscilátory. MFvŠ, 1 (1970/71), č. 7, s. 398-408.
- [58] K výkladu vzniku elektromagnetického dipólu. MFvŠ, 1 (1970/71), č. 10, s. 597-602.
- [59] Jednopojmový školní film. Učební pomůcky ve škole a osvětě, 10 (1970/71), č. 1, s. 6-8.
- [60] Zpětný projektor ve vyučování fyzice. Učební pomůcky ve škole a osvětě, 10 (1970/71), č. 9, s. 138-140.
- [61] Millikanův pokus. RMF, 49 (1970/71), č. 9, s. 414-418.
- [62] K novému pojetí učiva o střídavých proudech. MFvŠ, 2 (1971/72), č. 5, s. 291-296.
- [63] Soubor kazetových filmů. Elektřina. MFvŠ, 2 (1971/72), č. 6, s. 352-357.
- [64] Teorie elektromagnetického pole v učivu fyziky střední školy. In: AUPO, Tom 37. Praha, SPN 1972, s. 261-272.
- [65] Znají na Nových Hebridách Hookeův zákon? RMF, 51 (1972/73), č. 8, s. 358-360.
- [66] Branné prvky v učivu fyziky. MFvŠ 4 (1973/74), č. 3, s. 208-216.
- [67] Nestacionární děje v učivu fyziky na střední škole. PMFA, 18 (1973/74), č. 6, s. 338-344.
- [68] K výkladu teorie elektromagnetického pole na střední škole. PMFA, 19 (1974/75), č. 2, s. 102-110.

- [69] Částice s nábojem v silovém poli. MFvŠ, 5 (1974/75), č. 3, s. 223-230.
- [70] Velmi krátký film ve vyučování fyzice. MFvŠ, 5 (1974/75), č. 10, s. 763-768.
- [71] Ke koncepci filmu jako vzdělávacího prostředku. Učební pomůcky ve škole a osvětě, 14 (1974/75), č. 6, s. 82.
- [72] *Lepil, O., Zajičková, J.*: Příspěvek k didaktickému využití dějů ve dvojitém vedení. AUPO, Vol. 49 (1976), s. 191-200.
- [73] Jak plovou tělesa? RMF, 54 (1976), č. 9, s. 410.
- [74] Kybernetický přístup k tvorbě a užití učebních pomůcek pro vyučování fyzice. MFvŠ, 7 (1977), č. 8, s. 614.
- [75] Novoje ponimanije filma dlja obučenija fizike. AUPO, Vol. 53 (1977), s. 77-85.
- [76] Výchovný význam specifických metod a forem vyučování fyzice. MFvŠ, 8 (1978), č. 6, s. 455.
- [77] K problematice koordinace fyziky a chemie na gymnáziu. MFvŠ, 9 (1973), č. 6, s. 471.
- [78] *Lepil, O., Čermák, R.*: Osciloskopická demonstrace rezonančních křivek. MFvŠ, 9 (1973), č. 7, s. 528.
- [79] Polytechnické cíle fyziky v nové výchovně vzdělávací soustavě. MFvŠ, 10 (1979), č. 2, s. 121.
- [80] Filmy dydaktyczne w CSRS. Fyzyka w szkole, 25 (1979), č. 5, s. 206.
- [81] K pojmům tíha a tíhová síla. MFvŠ, 11 (1980), č. 1, s. 66.
- [82] Příspěvek k teorii cílů fyzikálního vzdělávání. AUPO, Vol. 65 (1980), s. 185-196.
- [83] Elektronika v didaktické soustavě středoškolské fyziky, AUPO, Vol. 65 (1980), s. 197-208.
- [84] *Lepil, O., Soukup, M., Soukupová, Z.*: Aktivní formy práce s obrazovým záznamem. MFvŠ, 11 (1981), č. 6, s. 394.
- [85] Příspěvek k teorii didaktických systémů učiva fyziky. AUPO, Vol. 69 (1981), s. 213-224.
- [86] Rozvoj fyzikálního vzdělání v SSSR. MFvŠ, 13 (1982), č. 3, s. 209.
- [87] Nová koncepce fyziky v 3. ročníku gymnázia. MFvŠ, 13 (1983), č. 5, s. 319.
- [88] *Lepil, O., Šeiner, J.*: Demonstrace ohybových jevů uzavřeným televizním okruhem. MFvŠ, 14 (1983), č. 3, s. 199.
- [89] Kształcenie politechniczne w szkołach ogólnokształcących w CSRS. Fyzyka w szkole, 24 (1983), č. 2, s. 114.

- [90] Studentská vědecká činnost v didaktice fyziky. AUPO, Vol. 76, Physica 22 (1983), s. 247-269.
- [91] Na dně vzdušného oceánu. RMF, 62 (1983), č. 1, s. 15.
- [92] O atmosféře planet. RMF, 62 (1983), č. 2, s. 57.
- [93] Pravděpodobná jistota. RMF, 62 (1984), č. 6, s. 241.
- [94] Neobvyklá kyvadla. RMF, 62 (1984), č. 7, s. 289.
- [95] Zrychlená kyvadla. RMF, 62 (1984), č. 8, s. 339.
- [96] Parametrické kmitání. RMF, 62 (1984), č. 9, s. 384.
- [97] Příspěvek k teorii výukového projektu fyziky. AUPO, Vol. 79, Physica 23 (1984), s. 271-284.
- [98] Nowy program nauczania fizyki w gimnazju w CSRS. Fyzyka w szkole, 31 (1985), č. 2, s. 108.
- [99] Systémový přístup k didaktice fyziky jako předmětu učitelského studia. AUPO, Vol. 82, Physica 24. 1985, s. 247-259.
- [100] Nová učebnice pro 3. ročník gymnázia. MFvŠ 16 (1986), č. 10 (1986), s. 683.
- [101] *Bednařík, M., Lepil, O.*: K nové učebnici Fyzika III pro studijní obory SOU. MFvŠ 17 (1986), č. 1, s. 48.
- [102] K úloze odborného poradce při tvorbě audiovizuálního výukového programu. Učební pomůcky 25 (1986), č. 6, s. 89.
- [103] Nový výukový projekt fyziky na gymnáziu. MFvŠ 18 (1987), č. 1, s. 39.
- [104] K novému chápání tradičních tém učiva fyziky. Fyzikální obzory, sv. 15, Alfa, Bratislava, 1987, s. 26.
- [105] Matematické modelování jako didaktický prostředek ve výuce fyziky. AUPO, Vol. 88, Physica 26 (1987), s. 465.
- [106] Nelineární prvky v elektrických obvodech. RMF 66 (1987), č. 1, s. 17.
- [107] *Lepil, O., Šedivá, V.*: Demontrace harmonické analýzy periodických signálů. AUPO, Vol. 91, Physica 27 (1988), 357-375.
- [108] Jak dál v názorné výuce fyziky. Učební pomůcky 28 (1988), č. 4, s. 52.
- [109] *Lepil, O., Zelinková, Z.*: Demontrace logických členů na základní škole. MFvŠ 19 (1989), č. 7, s. 479.
- [110] Hodnocení výukového projektu fyziky ve 3. ročníku gymnázia. MFvŠ 20 (1989), č. 1, s. 49.
- [111] Tranzistor v učivu fyziky. MFvŠ 20 (1989), č. 3, s. 181.

- [112] Názornost ve výuce podporované technickými prostředky. MFvŠ 21 (1990), č. 1, s. 38.
- [113] Jaké videoprogramy do našich škol? Učební pomůcky 29 (1990), č. 8, s. 113.
- [114] Demonstrace kmitů tradičně i nově. MFI 4 (1994), č. 1, s. 26-30.
- [115] K nové učebnici pro gymnázia Mechanické kmitání a vlnění. MFI 4 (1994), č. 3, s. 115-118.
- [116] Lepil, O., Šedivý, P.: K nové učebnici elektřiny a magnetismu pro gymnázia. MFI 4 (1995), č. 5, s. 213-117.
- [117] Modelování dějů v elektrických obvodech. AUPO, Vol. 120, Physica 24 (1995), s. 139-152.
- [118] K nové učebnici optiky pro gymnázia. MFI 4 (1995), č. 7, s. 313.
- [119] Akustika s převodníkem ADDA. MFI 5 (1995), s. 84-89.
- [120] Odpor cívky zanedbejte. MFI 5 (1996), s. 476-483.
- [121] Magnetismus a elektřina v projektu FOSS. MFI 5 (1996), s. 247-251.
- [122] Letíme na Měsíc s FAMULEM. MFI 5 (1996), s. 359-365.
- [123] Pokusy s piezoměničem. MFI 6 (1996), s. 91-95.
- [124] Oscillators in experiments and in models. AUPO, Physica 36 (1997), s. 225-233.
- [125] Fyzika okolo dynama na kolo. MFI 7 (1997), s. 158-165.
- [126] Demonstration and model at the lessons about oscillations. Zeszyty naukowe Uniwersytetu opolskiego, Fyzika 27 (1997), s. 153-160.
- [127] Ke koncepci videoprogramů pro výuku fyziky. MFI 7 (1998), s. 276-280.
- [128] Příspěvek k demonstraci transformátoru MFI 7 (1998), s. 416-422.
- [129] EMA a tyristor. MFI 7 (1998), s. 598-605.
- [130] Operační zesilovač v učivu o magnetismu. MFI 8 (1998), s. 147-154.
- [131] Gravitační a tíhová síla v učivu základní školy. MFI 8 (1999), s. 416-422.
- [132] Přejídné děje v oscilátorech. MFI 8 (1999), s. 480-488.
- [133] EMA a tranzistor. MFI 9 (1999), s. 34-40.
- [134] Příspěvek k výchově žáků k úsporám elektrické energie. MFI 9 (1999), s. 226-231.
- [135] Nové vydání učebnic fyziky pro střední školy. MFI 9 (2000), s. 600-603.
- [136] Fyzikální vzdělávání ve 20. století – a jak dále? MFI 10 (2001), s. 177.
- [137] Modelování dějů v elektrických obvodech. MFI 10 (2001), s. 603.
- [138] Připravujeme se na novou maturitu z fyziky. MFI 11 (2001), s. 86.

- [139] Tři pokusy s budičem mechanických kmitů, MFI 11 (2001), s. 215.
- [140] Demonstrujeme elektromagnetické vlnění jednoduchými prostředky, MFI 11 (2002), s. 472.
- [141] Nová učebnice optiky, MFI 12 (2002), s. 22.
- [142] Současnost a budoucnost učebnic fyziky pro gymnázia, MFI 12 (2002), s. 84.
- [143] Videoanalýza kmitání mechanických oscilátorů, MFI 14 (2004), č. 4, s. 214-221.
- [144] Čtyři Feynmanovy úlohy, MFI 16 (2007), č. 10, s. 606-613.
- [145] Odkaz díla prof. PaedDr. Josefa Fuky v didaktice fyziky, MFI 17 (2007), č. 4, s. 218-225.
- [146] *Lepil, O., Rakovská, M.:* K vývoju didaktiky fyziky ako vedeckej disciplíny, Acta Didactica, 1 (2007), č. 1, s. 16-36.
- [147] Vývoj fyzikálního vzdělání na střední škole, Acta Didactica, 1 (2007), č. 2, s. 33-52.
- [148] Stroj na katastrofy, RMF, 83 (2008), č. 2, s. 15-22.
- [149] K vývoji didaktiky fyziky, MFI 18 (2008), č. 2, s. 82-92.
- [150] Fyzika větrných elektráren, MFI 18 (2009), č. 9, s. 533.
- [151] *Lepil, O., Svoboda, E.:* Poznámky k pojmu rychlost ve středoškolské fyzice, MFI 22 (2013), č. 4, s. P47-P59.
<https://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/80>
- [152] K vývoji učebnic fyziky pro střední školu gymnaziálního typu, MFI 22 (2013), č. 4, s. P16-P30.
<https://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/78>
- [153] *Lepil, O., Látal, F.:* Experiment v učivu o kmitání elektromagnetického oscilátoru, MFI 22 (2013), č. 5, s. 344-354.
<https://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/88>
- [154] *Lepil, O., Látal, F.:* Rezonance v učivu o střídavých proudech, MFI 25 (2014), č. 5, s. 356-368.
<https://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/165>
- [155] 50 let teorie vyučování fyzice, MFI 24 (2015), č. 3. s. 189-159.
<https://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/207>
- [156] Učebnice optiky pro gymnázia nově, MFI 25 (2016), č. 1, s. 32-38.
<https://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/246>
- [157] Poznámka k silám působícím na kyvadlo, MFI 25 (2016), č. 4, s. 276-286.
<https://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/284>
- [158] Několik osobních poznámek k česko-slovenské spolupráci v oblasti fyzikálního vzdělávání. Obzory matematiky, fyziky a informatiky 2/2017 (46), s. 47-52.

- [159] *Lepil, O., Kodejška, Č.:* Netradiční experimenty s vázanými oscilátory, MFI 27 (2018), č. 1, s. 26-36.
<https://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/381>
- [160] *Kodejška, Č., Lepil, O., Sedláčková, H.:* Coupled oscillators: interesting experiments for high school students, *Physics Education*, Vol. 53 (1918), No. 4.
- [161] Elektromagnetická indukce v obvodu s cívkou, MFI (2018), č. 3, s. 197-205.
<https://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/403>
- [162] Nové vydání učebnice Mechanické kmitání a vlnění, MFI 27 (2018), č. 4, s. 267-277.
<https://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/414>
- [163] Učebnice fyziky a výuka na střední škole, MFI 28 (2019), č. 4, s. 264-283.
<https://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/468>
- [164] *Svoboda, E., Lepil, O., Rothanzl, B.:* Přehled PLUS: Elektronický doplněk k Přehledu středoškolské fyziky, MFI 29 (2020), č. 1, s. 25-31.
<https://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/483>
- [165] Rezonanční křivka – portrét oscilátoru, MFI 29 (2020), č. 3, s. 201-213.
<https://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/506>
- [166] Fázový portrét oscilátoru, MFI 29 (2020), č. 4, s. 280-297.
<https://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/516>
- [167] Ohmův zákon a výuka fyziky na základní škole, MFI 30 (2021), č. 2, s. 110-114.
<https://www.mfi.upol.cz/index.php/mfi/article/view/537>
- [168] K vývoji osciloskopických demonstrací dějů v elektrických obvodech, MFI 31 (2022), č. 2, s. 118-125. [MFI \(upol.cz\)](https://www.mfi.upol.cz)
- [169] Parametrické kmitání oscilátoru, MFI 31 (2022), č. 3, s. 191-200.
[MFI \(upol.cz\)](https://www.mfi.upol.cz)
- [170] K vývoji fyzikálního vzdělávání na gymnáziu (1933–1983), MFI 32 (2023), č. 2, s. 117-130. [MFI \(upol.cz\)](https://www.mfi.upol.cz)

Audiovizuální učební pomůcky

- [1] Vznik a druhy vlnění. Krátký film Praha, studio Gottwaldov 1962.
- [2] Zákony vlnění. Krátký film Praha, studio Gottwaldov 1962.¹
<https://youtu.be/gWhVgILByJw>
- [3] Vodivost elektronová. Krátký film Praha, studio Praha 1964.
- [4] Vodivost polovodičů. Krátký film Praha, studio Gottwaldov 1964.
- [5] Polovodičová dioda, Krátký film Praha, studio Gottwaldov 1964.
<https://youtu.be/8H-EPvKoQUM>
- [6] Transistor. Krátký film Praha, studio Gottwaldov 1964.
- [7] Vodivost iontová. Krátký film Praha, studio Gottwaldov 1965.
- [8] Vedení elektřiny ve vakuu. Krátký film Praha, studio Gottwaldov 1966.
<https://youtu.be/803liGbKSB4>
- [9] Elektromagnetické pole dipólu. Krátký film Praha, studio Gottwaldov 1968.
- [10] Soubor kazetových filmů Elektřina I – V (50 výukových filmů pro ZDŠ).
Krátký film Praha, studio Gottwaldov (1968-1970).
- [11] Vodivost polovodičů, diafilm. Krátký film Praha, studio Praha 1966.
- [12] Tranzistorové přístroje, diafilm. Krátký film Praha, studio Praha 1966.
- [13] Tajemství namodralé záře, populárně vědecký film. Krátký film Praha,
studio Praha 1976.
- [14] Elektron v magnetickém poli. Krátký film Praha, studio Praha 1977.
<https://youtu.be/ZujkzVboJO0>
- [15] *Lepil, O., Šedivý, P.*: Oscilogramy kmitavých dějů, diafilm. Komenium,
Praha 1979.
- [16] Elementární elektrický náboj. Krátký film Praha, studio Praha 1980.
- [17] *Lepil, O., Kleveta, A.*: Elektřina. Soubor transparentů pro zpětnou projekci,
Komenium, Praha 1981.
- [18] Kmitání a vlnění. Soubor transparentů pro zpětnou projekci (13 obrazů, 53 fólií)
Komenium, Praha 1982.
- [19] Tlak vzduchu (Torricelliův pokus). Výukové video, AVC UP, Olomouc 1990.

¹ Odkazy na YouTube pocházejí z neznámého zdroje, byly získány videozáznamem z projekční plochy a tomu odpovídá nízká kvalita záznamu.