

## Barometrická formule na několik způsobů

FRANTIŠEK LAUFEK

Česká geologická služba, Praha

Atmosférický tlak patří k oblíbeným tématům ve výuce fyziky na základních a středních školách. Je zpracován v řadě učebnic, např. [1, 2, 3]. Také při zadání hesla „atmosférický tlak“ najdeme v souhrnném sborníku Veletrhu nápadů učitelů fyziky [4] 15 příspěvků, kde je tato problematika zmíněna, např. [5]. Tématu se také věnuje studijní text pro řešitele fyzikální olympiády [6]. Námětem tohoto příspěvku je odvození závislosti atmosférického tlaku na nadmořské výšce – barometrické formule, pro tři základní modely atmosféry: homogenní, izotermickou a adiabatickou. Rozhodujícím faktorem pro odvození barometrické formule je tak závislost hustoty vzduchu na tlaku, resp. teplotě, tedy stavová rovnice vzduchu. Diskuze odvozených barometrických formulí je doplněna měřením poklesu atmosférického tlaku s nadmořskou výškou v terénu, a to na dvou trasách (Ostrov nad Ohří – Klínovec, Alykanas – Liva, Zakynthos, Řecko). Převýšení na těchto trasách je 856 m a 687 m.

Barometrické formule, které jsou popisovány v učebnicích fyziky a meteorologie, udávají tlak vzduchu jako exponenciální funkci výšky. Cílem příspěvku je ukázat, že pro relativně malé výškové rozdíly, které jsou typicky dosahovány při cestách v České republice, lze pokles atmosférického tlaku s nadmořskou výškou, tedy barometrickou formuli, aproximovat lineární závislostí s konstantní hustotou vzduchu.

### Plyn v tíhovém poli

Veřejné pokusy s atmosférickým tlakem, které prováděl v roce 1654 magdeburský starosta *Otto von Guericke*, ukázaly ohromnou sílu ukrytou ve

vzduchu. Pro tento experiment si von Guericke nechal vyrobit dvě mosazné polokoule o průměru cca 70 cm. Obě polokoule spojil k sobě, a vytvořil tak dutou kouli. Obě polokoule šlo od sebe snadno oddělit. Následně z prostoru uvnitř koule vyčerpал vzduch. Polokoule již nešlo odtrhnout, a to ani pomocí dvou spřežení, každé o síle osmi koní. Teprve dvanáct párů koní uspělo. Pokud však von Guericke pustil pomocí ventilu mezi polokoule vzduch, obě polokoule se od sebe oddělily samovolně. Tento pokus s tzv. *magdeburškými polokoulami* je popsán v článku [7] a knize [8]. V dalších pokusech von Guericke provedl rovněž měření hmotnosti vzduchu tak, že porovnal hmotnost vzduchem naplněné a prázdné nádoby [9].

Za předpokladu, že vzduch má hmotnost, by měl atmosférický tlak klesat s nadmořskou výškou podobně, jako klesá hydrostatický tlak v kapalině při výstupu k hladině. Jak uvádí práce [9], měření poklesu atmosférického tlaku s výškou provedl už v r. 1647, na návrh *Blaise Pascala*, jeho švagr *Florin Périer*. Použil k tomu Toricelliho trubici se rtutí. Během výstupu z Clermontu (cca 400 m n. m.) na horu Puy de Dôme (1 464 m n. m.) Périer naměřil systematický pokles tlaku tak, jak Pascal předpověděl. Následně Pascal naměřil i malý pokles tlaku při výstupu na věž svatého Jakuba v Paříži, kde je převýšení 50 m.

Tyto experimenty jasně prokázaly, že příčinou atmosférického tlaku je tíha vzduchu v gravitačním poli na povrchu Země. Protože vzduch je na rozdíl od nestlačitelné kapaliny relativně snadno stlačitelný, nelze zcela obecně použít pro výpočet atmosférického tlaku vztah, který je známý z hydrostatiky:

$$p = \rho gh \tag{1}$$

Důležitým vztahem pro závislost barometrického tlaku na výšce  $h$  je podmínka statické rovnováhy

$$dp = -\rho g dh, \tag{2}$$

kde  $\rho$  je hustota plynu,  $p$  tlak plynu a  $g$  je tíhové zrychlení. Jeho odvození lze najít např. v knize [9] nebo v textu [6]. Záporné znaménko vystihuje pokles tlaku s rostoucí výškou. Protože plyn je oproti kapalině docela dobře stlačitelný, nelze zcela obecně uvažovat jeho konstantní hustotu  $\rho$ . K integraci rovnice (2), a tedy k získání rovnice popisující závislost atmosférického tlaku na nadmořské výšce, barometrické formule, je nutné znát závislost hustoty plynu na tlaku, resp. teplotě, kterou vystihuje jeho stavová rovnice.

Pokud pokládáme hustotu plynu pouze za funkci tlaku  $\rho = \rho(p)$ , označujeme plyn jako *barotropní*. Obecně však stavová rovnice plynu závisí i na teplotě  $\rho = \rho(p, T)$ . V odvození v následujícím odstavci považujeme tíhové zrychlení Země  $g$  za konstantní a vzduch za ideální plyn. Obecně velikost tíhového zrychlení  $g$  závisí na nadmořské výšce  $h$  a zeměpisné šířce  $\varphi$ . V pracích [10, 11, 12] lze nalézt složitější barometrické formule zahrnující také změny tíhového zrychlení  $g$  s výškou a zeměpisnou šířkou  $\varphi$ . Změny velikostí tíhového zrychlení s výškou jsou pro rozsahy atmosféry popisované v tomto článku zanedbatelné a tíhové zrychlení  $g$  tak lze nahradit konstantní hodnotou  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Atmosférický tlak se také mění v důsledku aperiodických změn rozložení tlakových útvarů v atmosféře a periodických změn (denní a roční kolísání). V tomto článku se atmosféra považuje za stacionární a vliv těchto změn je zanedbán.

### **Pokles atmosférického tlaku s nadmořskou výškou ve třech modelech atmosféry**

V následující části příspěvku jsou rozebrány tři případy barometrické formule pro různé závislosti hustoty vzduchu: a)  $\rho = \text{konst.}$  (*homogenní atmosféra*), b) hustota je funkcí tlaku,  $\rho = \rho(p)$  (*izotermická atmosféra*), c) hustota je funkcí tlaku a teploty,  $\rho = \rho(p, T)$  (*adiabatická atmosféra*).

#### **a) Homogenní atmosféra ( $\rho$ konstantní)**

Pro malé rozdíly výšek  $h$  lze přijmout aproximaci, že se hustota vzduchu nemění. V takovém případě je integrace rovnice (2) jednoduchá:

$$p_2 - p_1 = -\rho_0 g (h_2 - h_1).$$

Pro okrajové podmínky  $p_1 = p_0$  pro  $h_1 = 0$  a  $p_2 = p$  pro  $h_2 = h$  získáme vztah

$$p = p_0 - \rho_0 g h. \quad (3)$$

Při dosazení hustoty vzduchu  $\rho_0 = 1,225 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  a konstantním tíhovým zrychlením  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  se tak získá odhad poklesu tlaku s výškou, a to přibližně o 1 200 Pa na 100 m výšky. Platnost rovnice (3) je ovšem omezena na malé změny výšky  $h$ . Teplota v homogenní atmosféře není konstantní, ale mění se s nadmořskou výškou. Vztah lze odvodit ze stavové rovnice ideálního plynu (4) následujícími úpravami:

$$pV = nRT = \frac{m}{M} RT \quad (4)$$

$$p = \rho_0 \frac{R}{M} T \quad (5)$$

Výraz  $R/M$ , kde  $R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$  je univerzální plynová konstanta a  $M = 0,02896 \text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$  molární hmotnost vzduchu, odpovídá *měrné plynové konstantě*  $R_m$  pro vzduch. Další úpravou dostaneme:

$$\begin{aligned} p &= \varrho_0 R_m T \\ T &= \frac{p}{R_m \varrho_0} \end{aligned} \quad (6)$$

Dosazením z rovnice (3) do rovnice (6) získáme

$$T = \frac{p_0 - \varrho_0 g h}{R_m \varrho_0} = \frac{p_0}{R_m \varrho_0} - \frac{\varrho_0 g h}{R_m \varrho_0} = T_0 - \frac{g}{R_m} h \quad (7)$$

V rovnici (7) je  $T_0$  teplota vzduchu v nulové nadmořské výšce a poměr  $-\frac{g}{R_m}$  odpovídá teplotnímu gradientu. Po dosazení  $R_m = 287,1 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  pro vzduch vychází pokles teploty v modelu homogenní atmosféry  $0,034 \text{ }^\circ\text{C}$  na 1 m. V modelu homogenní atmosféry existuje výška  $H$ , ve které bude tlak vzduchu  $p = 0$ . Takovou výšku  $H$  lze pokládat za hranici homogenní atmosféry. Položíme-li tlak  $p_0 = 101\,325 \text{ Pa}$  v nulové nadmořské výšce, hustotu vzduchu  $\varrho_0 = 1,225 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , získáme z rovnice (3) výšku homogenní atmosféry 8 432 m. V tomto modelu atmosféry, s vertikálně konstantní hustotou vzduchu, by její tloušťka dosahovala přibližně 8,4 km. Ve skutečnosti atmosféra Země nemá ostrou hranici a plynule přechází do vesmíru. Troposféra, která tvoří spodní část atmosféry Země a je v ní soustředěno přibližně 3/4 hmotnosti celé atmosféry, sahá ve středních zeměpisných šířkách do výšky okolo 11 km [11]. Tento rozpor s modelem homogenní atmosféry ukazuje limitace tohoto modelu.

### b) Izotermická atmosféra ( $T$ konstantní)

V tomto modelu atmosféry se předpokládá, že se teplota vzduchu s nadmořskou výškou nemění. Oproti modelu homogenní atmosféry, zde hustota vzduchu lineárně klesá s tlakem, a to podle Boyleova–Mariottova zákona

$$\varrho = \frac{\varrho_0}{p_0} p, \quad (8)$$

kde  $\varrho$  je hustota vzduchu při tlaku  $p$  a  $\varrho_0$  je výchozí hustota vzduchu v nulové nadmořské výšce při tlaku  $p_0$ . Vzduch tedy považujeme za ideální plyn a jeho hustota je pouze funkcí tlaku  $\varrho = \varrho(p)$ . Dosazením z rovnice (8) do rovnice (2) získáme diferenciální rovnici:

$$dp = -\frac{\varrho_0}{p_0} p g dh,$$

Po separaci proměnných provedeme integraci v mezích  $p_0$  v nulové nadmořské výšce a  $p$  v nadmořské výšce  $h$ :

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = - \int_0^h \frac{\rho_0}{p_0} g dh$$

Odtud lze integrací získat tzv. *barometrickou rovnici*, podle které klesá tlak exponenciálně s nadmořskou výškou

$$p = p_0 e^{-\frac{\rho_0}{p_0} gh}. \quad (9)$$

Ze stavové rovnice ideálního plynu (4) lze odvodit vztah

$$\frac{\rho_0}{p_0} = \frac{M}{RT}$$

a pomocí tohoto vztahu upravit exponent v rovnici (9)

$$p = p_0 e^{-\frac{M}{RT} gh}, \quad (10)$$

kde  $M$  je molární hmotnost vzduchu,  $T$  teplota a  $R$  molární plynová konstanta. S využitím měrné plynové konstanty  $R_m$  pro vzduch ( $R_m = = 287,05 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ) lze vztah (10) dále upravit:

$$p = p_0 e^{-\frac{g}{R_m T} h}, \quad (11)$$

kde  $T$  reprezentuje vertikálně zprůměrovanou teplotu v uvažované vrstvě vzduchu. Ve výšce 8,4 km dává tato barometrická formule atmosférický tlak 38 000 Pa (model homogenní atmosféry dává nulový tlak v této výšce), tedy zhruba třetinovou hodnotu oproti normálnímu tlaku 101 325 Pa na hladině moře.

### c) Adiabatická atmosféra

Rovnice barometrická formule (9) a (10) platí pouze přibližně, protože byly odvozeny za předpokladu konstantní teploty v uvažovaných vrstvách vzduchu v atmosféře. Z meteorologických pozorování, ale i z běžné zkušenosti je známo, že teplota s rostoucí nadmořskou výškou klesá, a to přibližně o  $0,65 \text{ }^\circ\text{C}$  na 100 m výšky (tzv. vertikální teplotní gradient). Tím lze vysvětlit, že vrcholky hor jsou zasněženy i v létě [9]. Pro preciznější popis poklesu atmosférického tlaku s nadmořskou výškou je tak potřeba uvážit i změny teploty. Při adiabatickém procesu nedochází k výměně tepla

mezi systémem (např. malý objem vzduchu) s jeho okolím (okolní vzduch). Vzduch je poměrně špatný vodič tepla. Při výstupu vzduchu tak dochází k poklesu tlaku, následovaném adiabatickou změnou objemu a teploty. Teplota myšleného objemu vzduchu se mění pouze vlivem jeho rozpínání nebo stlačování. Adiabatický děj popisuje *Poissonova rovnice* (pro ideální plyn)

$$pV^{\varkappa} = p_0V_0^{\varkappa} = \text{konst.}, \quad (12)$$

kde  $p_0$  a  $V_0$  udává tlak a objem v nulové nadmořské výšce a  $p$  a  $V$  tlak a objem v nadmořské výšce  $h$ ,  $\varkappa$  je poměr mezi měrnou tepelnou kapacitou za stálého tlaku ( $c_p$ ) a objemu ( $c_V$ ). Vzduch je ze 78 % objemu složený z dusíku a 21 % objemu z kyslíku, zbytek připadá na argon, oxid uhličitý, vodní páru a další plyny [11]. Pro dvouatomové molekuly, jako je kyslík a dusík, které tvoří dohromady 99 % objemu vzduchu, odvozuje molekulová fyzika konstantu  $\varkappa = 7/5 = 1,4$  [13]. Rovnici (12) lze upravit, a získat tak vztah mezi tlakem a hustotou

$$p = p_0 \left( \frac{\varrho}{\varrho_0} \right)^{\varkappa}. \quad (13)$$

Úpravou rovnice (13) lze získat vztah pro hustotu vzduchu

$$\varrho = \varrho_0 \left( \frac{p}{p_0} \right)^{1/\varkappa}. \quad (14)$$

Srovnání rovnice (8) a (13) ukazuje, že stavová rovnice pro izotermický děj ideálního plynu je lineární, zatímco pro adiabatický děj již lineární není. Diferencováním rovnice (13) získáme

$$dp = \varkappa \frac{p_0}{\varrho_0} \left( \frac{\varrho}{\varrho_0} \right)^{\varkappa-1} d\varrho. \quad (15)$$

Dosazením této rovnice do rovnice hydrostatické rovnováhy (2), vyloučením přírůstku tlaku a separací proměnných, získáme rovnici

$$\int_{\varrho_0}^{\varrho} \varkappa \frac{p_0}{\varrho_0^{\varkappa}} \varrho^{\varkappa-2} d\varrho = - \int_0^h g dh, \quad (16)$$

kde  $\varrho_0$  je hustota vzduchu v nulové nadmořské výšce a  $\varrho$  je hustota vzduchu

v nadmořské výšce  $h$ . Po integraci a dosazení mezí dostaneme

$$\frac{\varkappa p_0}{\varrho_0^\varkappa} \left( \frac{\varrho^{\varkappa-1}}{\varkappa-1} - \frac{\varrho_0^{\varkappa-1}}{\varkappa-1} \right) = -gh,$$

$$\varrho^{\varkappa-1} = \varrho_0^{\varkappa-1} - \frac{gh\varrho_0^\varkappa(\varkappa-1)}{\varkappa p_0}$$

a po další úpravě

$$\varrho = \varrho_0 \left( 1 - \frac{gh(\varkappa-1)\varrho_0}{\varkappa p_0} \right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}.$$

Dosazením za hustotu vzduchu  $\varrho$  z rovnice (14) a po dílčích úpravách získáme finální závislost tlaku na nadmořské výšce  $h$

$$p = p_0 \left( 1 - \frac{gh(\varkappa-1)\varrho_0}{\varkappa p_0} \right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}. \quad (17)$$

Pro pokles teploty vzduchu s nadmořskou výškou (*vertikální teplotní gradient*) je v práci [14] odvozen vztah

$$\Gamma = -\frac{g}{c_p}.$$

Pro hodnoty  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  a  $c_p$  suchého vzduchu  $1005 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  [14] získáme vertikální teplotní gradient přibližně  $-1 \text{ }^\circ\text{C}$  na 100 m výšky. Ve skutečnosti vzduch v troposféře obsahuje významné množství vodních par. Tím, jak vzduch stoupá a ochlazuje se, dochází ke kondenzaci vodní páry a uvolněné kondenzační teplo vzduch dodatečně ohřívá. Vertikální teplotní gradient je pak o něco menší, a to přibližně  $-0,65 \text{ }^\circ\text{C}$  na 100 m [9].

Podle rovnice (17) odpovídá nulový atmosférický tlak v adiabatickém modelu atmosféry výšce 29,5 km. To neodpovídá naměřeným hodnotám tlaku v těchto výškách (stratosféra). Důvodem této nesrovnalosti je, že teplota v atmosféře lineárně klesá zhruba do výšky 11 km. Ve spodní části stratosféry (do 20 až 25 km) se teplota s výškou nemění, ve vyšších vrstvách naopak směrem nahoru roste [11]. Vyšší vrstvy atmosféry se tak nedají popsat rovnicí odvozenou pro adiabatické procesy.

## Shrnutí třech modelů poklesu atmosférického tlaku

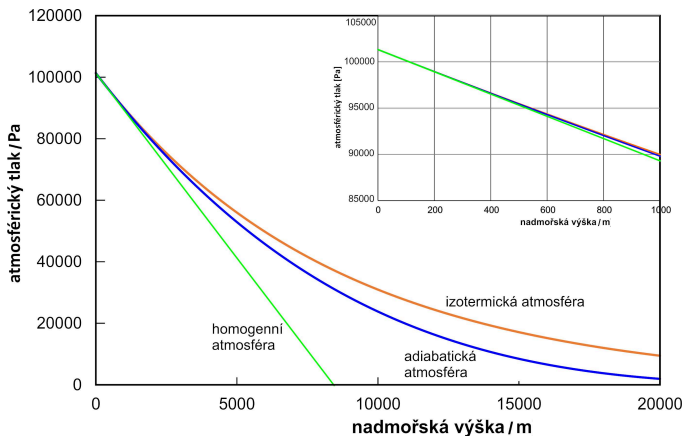
Tabulka 1 shrnuje vlastnosti a odvozené závislosti pro tři popsané modely atmosféry.

Tabulka 1 Vybrané charakteristiky homogenního, izotermického a adiabatického modelu atmosféry

Model atmosféry	Homogenní	Izotermická	Adiabatická
hustota vzduchu	konstantní	$\rho = \frac{\rho_0}{p_0} p$	$\rho = \rho_0 \left( 1 - \frac{gh(\kappa-1)\rho_0}{\kappa p_0} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$
teplota	lineární pokles $g/R_m$	konstantní	lineární pokles $g/c_p$
závislost tlaku na nadmořské výšce $h$	$p = p_0 - \rho gh$	$p = p_0 e^{-\frac{\rho_0}{p_0} gh}$	$p = p_0 \left( 1 - \frac{gh(\kappa-1)\rho_0}{\kappa p_0} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$
výška odpovídající nulovému tlaku	8,4 km	84 km*	29,5 km

\*Nemá ostrou hranici, odpovídá tlaku 5 Pa (jemné vakuum).

Pokles tlaku v homogenním, izotermickém a adiabatickém modelu atmosféry znázorňuje obr. 1.

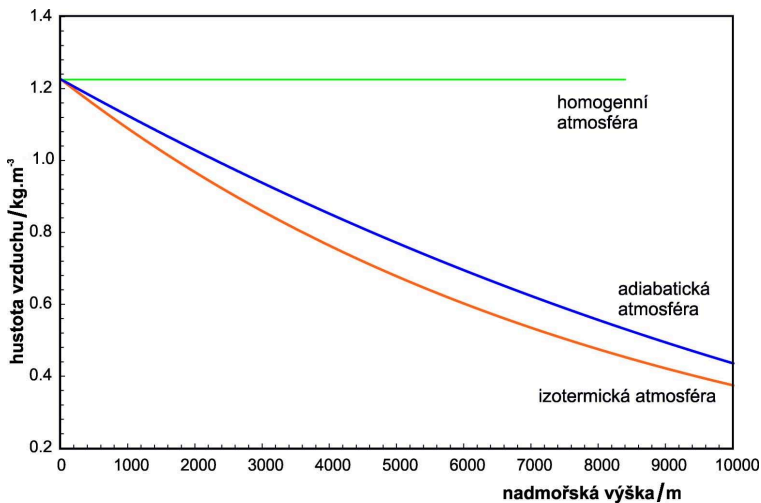


Obr. 1 Pokles tlaku v homogenní, izotermní a adiabatické atmosféře v závislosti na nadmořské výšce. Detail zobrazuje pokles tlaku v prvních 1 000 m nadmořské výšky ( $p_0 = 101\,325$  Pa)



Adiabatický pokles je o něco strmější než izotermický. Detail v obr. 1 ukazuje, že pokles tlaku je ve všech třech modelech v blízkosti Země přibližně lineární. Pro suchý vzduch je to přibližně 12 Pa na 1 m.

Závislost hustoty vzduchu na nadmořské výšce je zobrazena na obr. 2. Křivky ukazují pokles hustoty pro suchý vzduch v izotermickém a adiabatickém modelu atmosféry. Hustota vzduchu v nulové nadmořské výšce je  $\rho_0 = 1,225 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  a tlak  $p_0 = 101\,325 \text{ Pa}$ . Pro úplnost je na obr. 2 zakreslena také úsečka odpovídající konstantní hustotě vzduchu v homogenní atmosféře. Změně nadmořské výšky o 1 000 m z nulové hladiny odpovídá pokles hustoty suchého vzduchu z původní hodnoty hustoty ( $\rho_0$ ) na 88 % v izotermické a 92 % adiabatické atmosféře.



Obr. 2 Pokles hustoty suchého vzduchu ( $\rho_0 = 1,225 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) v závislosti na nadmořské výšce pro modely homogenní, izotermní ( $t = 15 \text{ }^\circ\text{C}$ ) a adiabatické (teplotní gradient  $-0,0065 \text{ }^\circ\text{C}/\text{m}$ ) atmosféry

Pro praktické potřeby se používá tzv. *standardní atmosféra*, což je dohodnutý model atmosféry odvozený ze stavu atmosféry Země [11]. Na úrovni mořské hladiny je teplota vzduchu  $15 \text{ }^\circ\text{C}$  a tlak  $101\,325 \text{ Pa}$  [15]. Do 11 km teplota s výškou klesá s gradientem  $-0,0065 \text{ }^\circ\text{C}/\text{m}$ . Tento gradient je menší než gradient vypočtený podle rovnice (13) pro suchý vzduch  $-0,01 \text{ }^\circ\text{C}/\text{m}$ . Vzduch v troposféře obsahuje významné množství vodní páry. V průběhu výstupu vzduchu se vodní pára ochlazuje a dochází ke konden-

zaci vodních par. Uvolněné teplo vzduch dodatečně ohřívá, a tak je gradient teploty  $-0,0065\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{m}$ . Mezi 11 km a 20 km se teplota v atmosféře nemění, od 20 km do 32 km roste  $0,001\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{m}$ , od 32 km do 47 km roste  $0,0028\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{m}$  a od 47 km do 51 km se teplota s výškou nemění [15]. Model standardní atmosféry se využívá např. v letecké meteorologii.

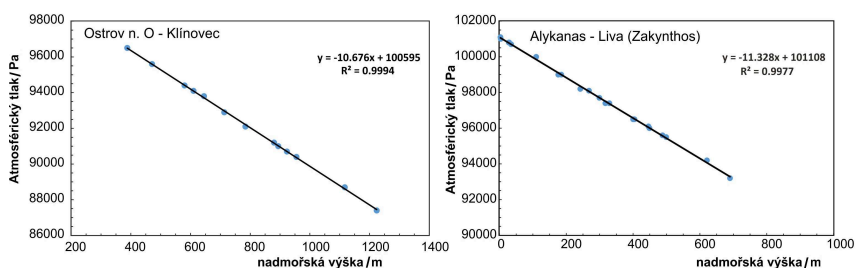
### **Srovnání třech modelů s pozorováním: Měření změny atmosférického tlaku s rostoucí nadmořskou výškou v terénu**

Měření atmosférického tlaku v závislosti na nadmořské výšce bylo provedeno na dvou trasách. První měření proběhlo na trase z vlakového nádraží v Ostrově n. Ohří (388 m n. m.), přes Jáchymov, Boží Dar na nejvyšší horu Krušných hor, Klínovec (1244 m n. m.). Druhé měření bylo realizováno na ostrově Zakynthos v Řecku, z letoviska Alykanas (3 m n. m.) na okraj vrcholu Liva (690 m n. m.). Cesty byly vybrány tak, aby překonávaly relativně velké převýšení (856 m a 687 m) a bylo je možné projet autem relativně rychle a minimalizovat tak kolísání atmosférického tlaku v důsledku změn rozložení tlakových útvarů v atmosféře. Celkový čas první cesty včetně měření tlaku byl cca 90 minut, druhé 4,5 hodiny. První měření bylo provedeno 6. 7. 2021 odpoledne, druhé 28. 6. 2023 odpoledne. Obě měření byla provedena za slunečného a stabilního počasí.

K měření tlaku bylo použité tlakové čidlo Go Direct GasPressure od firmy Vernier. Citlivost čidla je  $0,03\text{ kPa}$ , přesnost  $\pm 3\text{ kPa}$  [16]. Nadmořská výška byla určena podle pozice měření dle serveru [mapy.cz](https://mapy.cz). Pro odhad časové změny tlaku u první cesty bylo provedeno na začátku a na konci cesty měření na stacionárním barometru (barometr TFA 35.1154.01 COSY BARO), který byl umístěn v Ostrově n. Ohří, na vlakovém nádraží. Změna tlaku v čase na začátku a na konci cesty byla 200 Pa. U druhé cesty toto stacionární měření nebylo prováděno. Na první cestě bylo provedeno 13 měření, na druhé cestě 20 měření.

Výsledky měření byly zpracovány graficky jako závislost atmosférického tlaku na nadmořské výšce (obr. 3), tabulka naměřených hodnot je ke stažení [ZDE](#). Z grafů je patrné, že pro obě měření lze závislost atmosférického tlaku na nadmořské výšce aproximovat lineární funkcí. Z naměřených dat není patrná výraznější odchylka od lineární závislosti. Výškové rozdíly u obou cest nestačí pro ukázkou exponenciálního poklesu tlaku s rostoucí nadmořskou výškou, který platí pro izotermický a adiabatický model atmosféry. To je také patrné z detailu na obr. 1, kde lze pokles atmosférického tlaku na prvních 1 000 m nadmořské výšky přibližně popsat lineární funkcí.

Z měření na cestě z Ostrova n. O. na Klínovec vychází gradient tlaku  $-10,7 \text{ Pa}$  na  $1 \text{ m}$  nadmořské výšky, což odpovídá průměrné hustotě vzduchu  $1,08 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Měření na řeckém ostrově Zakynthos dává gradient tlaku  $-11,5 \text{ Pa}$  na  $1 \text{ m}$  a průměrnou hustotu vzduchu  $1,17 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Průměrná hustota vzduchu na cestě po ostrově Zakynthos je tak o cca  $0,09 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  vyšší než hustota vzduchu při cestě na Klínovec. To lze vysvětlit jiným výškovým profilem obou cest. Trasa po Zakynthosu začíná v nadmořské výšce blízké hladině moře ( $3 \text{ m n. m.}$ ) a končí v  $690 \text{ m n. m.}$ , zatímco výškový profil cesty na Klínovec začíná v  $388 \text{ m n. m.}$  Roli hraje také různá vlhkost vzduchu; s rostoucí vlhkostí hustota vzduchu klesá [11].



Obr. 3 Naměřený pokles atmosférického tlaku s nadmořskou výškou na trasách Ostrov n. O. – Klínovec a Alykanas – Liva (Zakynthos, Řecko)

## Závěr

Měření atmosférického tlaku v závislosti na nadmořské výšce je vhodné fyzikální téma do mimoškolní výuky nebo do volnočasových aktivit žáků. Téma vhodně propojuje fyziku a geografii. Na českém trhu je pro tato měření k dispozici vhodná a cenově dostupná instrumentace a vlastní měření lze snadno zrealizovat. Navrhovanou cestu z Klínovce do Ostrova nad Ohří lze také pojmout jako celodenní školní pěší výlet po turistické stezce s doprovodnou aktivitou měření atmosférického tlaku. Na základě měření tlaku lze následně provádět fyzikální výpočty, jako je např. výpočet průměrné hustoty vzduchu a gradient tlaku. Naměřená data ukazují, že pro malé výškové rozdíly lze pokles atmosférického tlaku s nadmořskou výškou aproximovat lineární funkcí. Převýšení dosažené u obou cest ( $856 \text{ m}$  a  $687 \text{ m}$ ) nestačí pro ukázkou exponenciálního poklesu tlaku s rostoucí nadmořskou výškou, který platí pro izotermický a adiabatický model atmosféry.

## Literatura

- [1] *Svoboda, E., Bednařík, M., Šířoká, M.*: Fyzika pro gymnázia. 5. přeprac. vyd., Prometheus, Praha, 2013.
- [2] *Rauner, K.*: Fyzika 7: pro základní školy a víceletá gymnázia. Fraus, Plzeň, 2005.
- [3] *Svoboda, E. a kol.*: Přehled středoškolské fyziky. 5. přeprac. vyd., Prometheus, Praha, 2014.
- [4] Sborník konference Veletrh nápadů učitelů fyziky [online]. [cit. 2023-08-10]. Dostupné z: <https://vnuf.cz/sbornik/>.
- [5] *Žák, V.*: Atmosférický tlak na několik způsobů [online]. [cit. 2023-08-14]. Dostupné z: [https://vnuf.cz/sbornik/prispevky/pdf/21-24-Zak\\_V.pdf](https://vnuf.cz/sbornik/prispevky/pdf/21-24-Zak_V.pdf).
- [6] *Vybíral, B.*: Studijní text pro řešitele FO a ostatní zájemce o fyziku [online]. [cit. 2023-08-10]. Dostupné z: <http://fyzikalniolympiada.cz/texty/plynny.pdf>.
- [7] *Slavíček, P.*: Tak zvané nic: Protiví si příroda prázdno? Vesmír, roč. 94 (2015), č. 2, s. 3.
- [8] *Štoll, I.*: Dějiny fyziky. Prometheus, Praha, 2009.
- [9] *Bajer, J.*: Mechanika. 3. rozš. a dopl. vyd., Vladimír Chlup, Olomouc, 2012.
- [10] *Lente, G., Ósz, K.*: Barometric formulas: various derivations and comparisons to environmentally relevant observations. ChemTexts, roč. 6 (2020), č. 2. Dostupné z: [doi:10.1007/s40828-020-0111-6](https://doi.org/10.1007/s40828-020-0111-6).
- [11] *Kopáček, J., Bednář, J., Žák, M.*: Jak vzniká počasí. 2. rozšířené a upravené vyd., nakl. Karolinum, Praha, 2019.
- [12] *Bednář, J.*: Meteorologie: [úvod do studia dějů v zemské atmosféře]. 2. rozšířené a upravené vyd., Portál, Praha, 2003.
- [13] *Obdržálek, J.*: Úvod do termodynamiky, molekulové a statistické fyziky. Matfyzpress, Praha, 2015.
- [14] TEC-SCIENCE.COM [online]. [cit. 2023-08-14]. Dostupné z: <https://www.tec-science.com/mechanics/gases-and-liquids/barometric-formula-for-an-adiabatic-atmosphere/>.
- [15] Standardní atmosféra, 2001-. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation [cit. 2023-08-14]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Standardn%C3%AD\\_atmosf%C3%A9ra](https://cs.wikipedia.org/wiki/Standardn%C3%AD_atmosf%C3%A9ra).
- [16] Vernier.cz [online]. [cit. 2023-08-14]. Dostupné z: <https://www.vernier.cz/produkty/podrobne-informace/kod/gdx-gp>.