Příloha časopisu
MATEMATIKA – FYZIKA – INFORMATIKA
Ročník 32 (2023), číslo 4

Úlohy I. kola (domácí část) 65. ročníku FO (kategorie A–G)

http://fyzikalniolympiada.cz/

Úlohy 1. kola 65. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

Není-li uvedeno jinak, v úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Kruhový děj

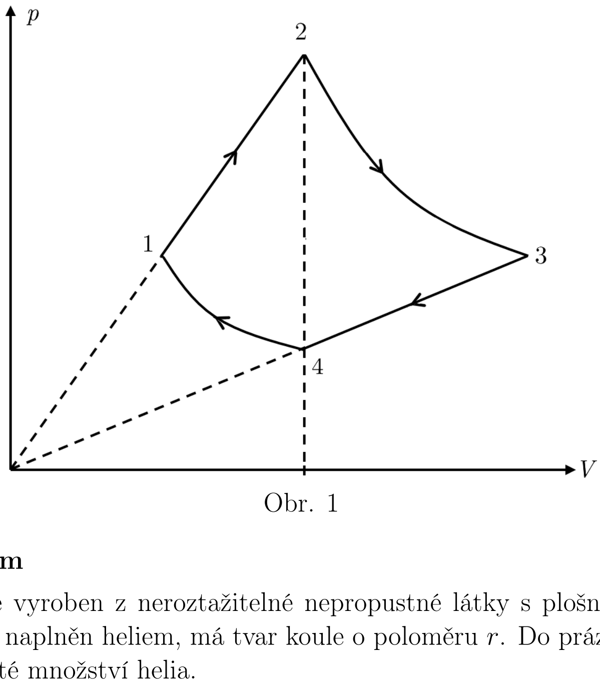
Ideální jednoatomový plyn přejde ze stavu 1, kde je teplota $T_1 = 300$ K, do stavu 2 s teplotou T_2 dějem, při kterém tlak plynu roste přímo úměrně s objemem (obr. 1). Při tomto procesu tlak plynu vzroste $k = 2$krát. Děj 2-3 je izotermický, při ději 3-4 je tlak přímo úměrný objemu, děj 4-1 je izotermický. Objemy ve stavech 2 a 4 jsou stejné.

a) Určete teplotu T_2 při ději 2-3.

b) Jaký je vztah mezi tlaky p_1 a p_3?

c) Jaká je molární tepelná kapacita plynu C při ději 1-2? (Je možné ukázat, že pro děje, v nichž je tlak úměrný objemu, je tepelná kapacita konstantní).

d) Jaká je účinnost tohoto kruhového děje?



Obr. 1

2. Balón s heliem

Obal balónu je vyroben z neroztažitelné nepropustné látky s plošnou hustotou σ. Je-li obal zcela naplněn heliem, má tvar koule o poloměru r. Do prázdného obalu je napuštěno určité množství helia.

a) Jaká je maximální hmotnost m_0 helia uvnitř balónu za předpokladu, že jeho tlak nepřekročí tlak atmosférický? Jaký je objem balónu při hmotnosti helia $m < m_0$?

b) Určete interval hmotností helia, pro které je výsledná síla působící na balón orientovaná vzhůru (tlak v balónu může být větší než atmosférický).

c) Jakou podmínku musí splňovat hodnota r poloměru balónu, aby byla výsledná síla působící na balón orientovaná vzhůru?

Molární hmotnost hélia je M_{He}, molární hmotnost vzduchu je M_{vz}, atmosférický tlak je p_0 a teplota je T.

3. Pohyb hladiny v sudu

Sud tvaru válce s obsahem příčného řezu S_1 má ve dně výtokový otvor s obsahem příčného řezu S_2, přičemž $S_2 \ll S_1$. Otvorem vytéká voda. V určitém okamžiku $t_0 = 0$ má hladina výšku h_0 nad dnem sudu.

a) Dokažte, že pohyb hladiny vody je rovnoměrně zpomalený.

b) Určete velikost zrychlení a pohybu hladiny, velikost počáteční rychlosti v_0 pohybu hladiny a celkovou dobu výtoku T.

c) Určete poměr $\dfrac{T_3}{T_1}$, kde T_1 a T_3 jsou doby výtoku první a třetí třetiny počátečního objemu kapaliny v sudu.

Vodu považujte za ideální kapalinu a její výtok otvorem za laminární.

4. Oběh nabité kuličky

Malá kulička o hmotnosti m a s kladným nábojem $Q = 1{,}0\ \mu\mathrm{C}$ je připevněna pevnou nevodivou nití délky $l = 10$ cm k bodu S (obr. 2), ve kterém je pevná kulička se stejným nábojem. Udělením počáteční rychlosti v_0 může kulička obíhat ve svislé rovině kolem bodu upevnění.

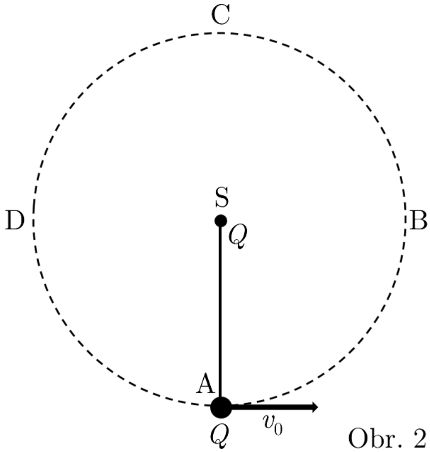
Určete, jakou nejmenší počáteční rychlost v_0 musíme kuličce udělit, aby vykonala celý oběh kolem bodu S v případě, že

a) $m = 150$ g,

b) $m = 50$ g.

c) Určete velikost síly, která napíná nit v bodech A, B, C a D, udělíme-li kuličce v bodě A minimální možnou rychlost v_0. Řešte pro případ a).

Úlohy řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty.



Obr. 2

5. Temná hmota v Galaxii

Určitou záhadou současné astrofyziky je *temná* (správně též *skrytá*) *hmota*. Jedná se o hmotu, která není viditelná běžnými pozorovacími prostředky, ale projevuje se gravitačními účinky. O existenci temné hmoty poprvé uvažoval v roce 1933 astronom Fritz Zwicky, který zjistil nesrovnalosti v rotaci galaxií. Hvězdy obíhají po přibližně kružnicových trajektoriích kolem jádra Galaxie, přičemž podle pozorování rychlost pohybu hvězd v určitém intervalu nezávisí na vzdálenosti od jádra. To by ale bylo v rozporu s Keplerovými zákony. Tento rozpor se Zwicky snažil vyřešit zavedením neviditelné temné hmoty, která je rozložena kolem jádra Galaxie. Pro zjednodušení předpokládejte, že podstatná část pozorované hmoty naší Galaxie se nachází v kulovém jádru o poloměru $r_1 = 4{,}0$ kpc, podstatně menším než poloměr Galaxie, a že je rozložena sféricky symetricky. Kolem jádra se po soustředných kružnicích pohybují hvězdy, přičemž budeme uvažovat, že rychlost $v_0 = 240\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$ jejich pohybu je stejná od okraje jádra až do vzdálenosti $r_2 = 7r_1$ od středu Galaxie. Předpokládejte, že hmotnost prstence obíhajících hvězd je podstatně menší než hmotnost jádra a temná hmota v Galaxii je rozložena kulově symetricky kolem jejího středu.

a) Určete v tomto modelu hmotnost M_1 jádra naší Galaxie. Vyjádřete tuto hmotnost v hmotnostech našeho Slunce $M_\odot$.

b) Určete střední hustotu ρ_1 hmoty jádra.

c) Najděte závislost hustoty ρ_2 temné hmoty na vzdálenosti r od středu Galaxie pro $r_1 \leq r \leq r_2$.

d) Vypočtěte poměr hmotnosti M_2 temné hmoty v Galaxii v rozsahu vzdálenosti $r_1 \leq r \leq r_2$, která ovlivňuje pohyb hvězd kolem jádra, a hmotnosti M_1 jádra Galaxie.

Gravitační konstanta $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$, 1 kpc $= 3{,}086 \cdot 10^{19}$ m, hmotnost Slunce $M_\odot = 1{,}988 \cdot 10^{30}$ kg.

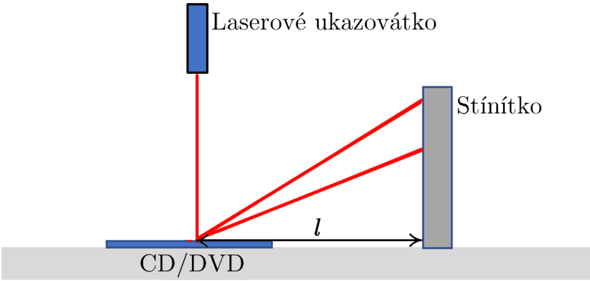
6. Praktická úloha: Určení vlnové délky světla laseru

Pomůcky: Laserové ukazovátko libovolné barvy, CD nebo DVD, stativový materiál, délkové měřidlo.

Teorie: CD a DVD nosiče kódují informace opticky a jejich čtení probíhá pomocí laseru, který je zaostřen na záznamovou stopu. Stopa tvoří poměrně hustě namotanou odrazivou spirálu na podkladu, který odrazivý není, takže se při osvětlení chová jako optická mřížka na odraz. To je důvod, proč na CD nebo DVD vidíme duhové barvy, když na něj dopadá světlo. Pokud použijeme monochromatické světlo laserového ukazovátka, je poměrně jednoduché zachytit na stínítku nejen maxima prvního řádu, ale v zatemněné místnosti i maxima vyšších řádů. Pro maxima platí

$$b \sin \alpha_k = k\lambda,$$

kde b je vzdálenost mezi stopami, λ vlnová délka světla, k řád maxima a α_k úhel, pod kterým vidíme k-té maximum.



Obr. 3

Úkoly:

1) Podle toho, jestli použijete CD nebo DVD, na internetu zjistěte, jaká je vzdálenost mezi stopami b. Možná najdete počet stop na jeden milimetr, z něj lze ale vzdálenost stop snadno vypočítat.
2) Sestavte experiment podle obrázku. Pro co největší přesnost se ujistěte, že vzdálenosti jsou dostatečně velké.
3) V zatemněné místnosti naměřte vlastnosti co nejvíce maxim pro různé vzdálenosti l (obvykle jsou viditelná alespoň maxima 1. a 2. řádu). Vypočtěte odpovídající úhly α_k a vlnové délky λ. Měření statisticky zpracujte a vypočtěte i absolutní odchylku měření.

7. Dvě tenké spojky

a) Tenká spojka kruhového průřezu je umístěna v neprůhledném držáku kolmo k optické ose. Za čočkou je ve vzdálenosti $l = 8{,}0$ cm kolmo k optické ose postavené stínítko. Umístíme-li bodový zdroj světla do předmětového ohniska čočky, vytvoří se na stínítku světelný kruh o průměru $D = 5{,}0$ cm. Posuneme-li bodový zdroj do dvojnásobné vzdálenosti od čočky, vytvoří se kruh o polovičním průměru $d = 2{,}5$ cm. Nakreslete obrázek a vypočítejte ohniskovou vzdálenost čočky.

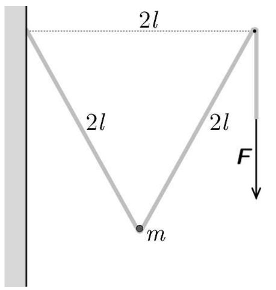
b) Tenká spojka kruhového průřezu je umístěna v neprůhledném držáku kolmo k optické ose. Za čočkou je ve vzdálenosti $L = 20{,}0$ cm kolmo k optické ose postavené stínítko. Na čočku dopadá tenký paprsek světla, rovnoběžný s optickou osou, který na stínítku vytváří bodový obraz. Když čočku posuneme o vzdálenost $\delta = 0{,}5$ cm ve směru kolmém k optické ose, posune se obraz bodu na stínítku o vzdálenost $\Delta = 1{,}0$ cm. Nakreslete obrázek a vypočítejte ohniskovou vzdálenost spojky.

Úlohy 1. kola 65. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

Není-li uvedeno jinak, v úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Stuha a váleček

Širší stuha zanedbatelné hmotnosti je na levém konci připevněna k pevné stěně. Druhý konec stuhy je ve stejné výšce veden přes pevnou vodorovnou tyčku svisle dolů. Vzdálenost mezi pevným koncem stuhy a pevnou tyčí je $2l$. Na stuze leží malý váleček o hmotnosti m, přičemž vypnuté části stuhy sousedící s válečkem mají též délku $2l$. Tření mezi válečkem a stuhou i mezi tyčkou a stuhou je zanedbatelné.



Obr. 1

a) Určete velikost síly F_1 působící na volný konec stuhy ve svislém směru dolů, která soustavu udrží v počáteční klidové poloze.

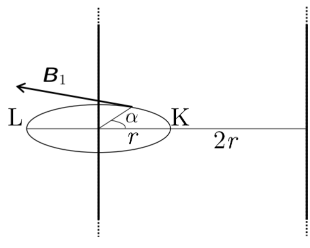
b) Nyní potáhneme konec stuhy svisle dolů takovou stálou silou $\boldsymbol{F}$, že váleček v jednom okamžiku opustí stuhu. Určete podmínku pro velikost F této síly.

c) Určete zrychlení $\boldsymbol{a}_1$ válečku v počáteční poloze a zrychlení $\boldsymbol{a}_1'$ válečku v okamžiku, kdy opouští stuhu, jestliže potáhneme konec stuhy stálou silou stejné velikosti jako je velikost tíhové síly válečku, tj. silou $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{g}$.

d) Určete v případě c) velikost v_m maximální rychlosti válečku na stuze.

2. Magnetická indukce

Proud tekoucí přímým velmi dlouhým vodičem zanedbatelného průřezu vyvolá ve vzdálenosti r od vodiče magnetickou indukci $\boldsymbol{B}_1$. K danému vodiči umístíme rovnoběžně do vzdálenosti $3r$ druhý vodič stejných vlastností protékaný stejně velkým proudem. Tím se v prostoru vytvoří výsledné magnetické pole, jehož magnetickou indukci budeme zkoumat na kružnici o poloměru r ležící v rovině kolmé k vodičům a se středem v prvním vodiči. V řešení rozlište souhlasné a nesouhlasné směry proudů.



Obr. 2

a) Určete velikosti B_K, B_L magnetické indukce výsledného magnetického pole ve dvou protilehlých bodech K, L ležících na dané kružnici a na kolmici protínající oba vodiče.

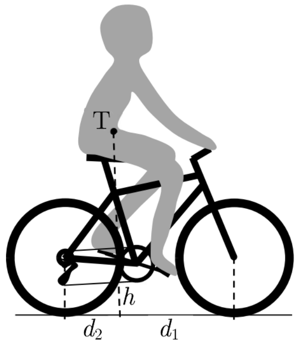
b) Určete funkční závislost velikosti B magnetické indukce výsledného magnetického pole na úhlu $\alpha \in \langle 0; \pi \rangle$ a ověřte funkční hodnoty v bodech K, L určené v části a).

c) Sestrojte graf této funkční závislosti $B = B(\alpha)$.

Hodnoty B vyjadřujte jako číselné násobky dané hodnoty B_1.

3. Brzdící cyklista

Těžiště cyklisty s kolem se nachází ve výšce $h = 115$ cm nad vodorovnou vozovkou. Svislý průmět těžiště T do vodorovné vozovky leží ve vzdálenost $d_1 = 68$ cm od dotykového bodu předního kola s vozovkou a ve vzdálenosti $d_2 = 40$ cm od dotykového bodu zadního kola s vozovkou. Cyklista začne brzdit z počáteční rychlosti o velikosti $v_0 = 10 \ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ a postupně zastaví, aniž by došlo ke smyku. Velikost maximální třecí síly v klidu mezi pláštěm kola a vozovkou je $F_t = fN$, kde N je velikost normálové síly a $f = 0{,}50$ je součinitel klidového tření.



Obr. 3

a) Určete minimální brzdnou dráhu s_1 cyklisty při brzdění pouze přední brzdou.

b) Určete minimální brzdnou dráhu s_2 cyklisty při brzdění pouze zadní brzdou.

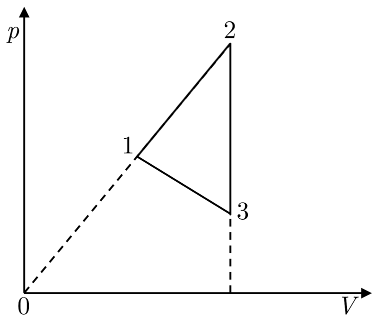
c) Určete minimální brzdnou dráhu s cyklisty při současném brzdění přední a zadní brzdou.

d) Dokažte, že v žádném z uvedených případů brzdění se cyklista pro dané číselné hodnoty ve směru jízdy nepřevrátí.

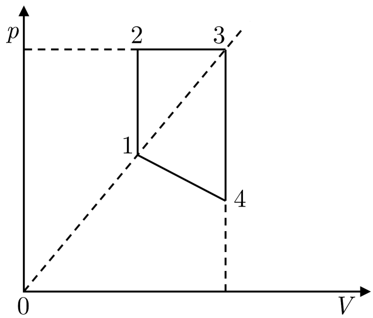
Úlohy a), b), c) řešte obecně i číselně.

4. Práce při kruhovém ději

a) Vypočítejte práci vykonanou ideálním plynem o látkovém množství n v cyklu 1-2-3-1 (obr. 4), který se skládá ze dvou lineárních závislostí tlaku na objemu a z děje izochorického. Body 1 a 2 leží na přímce, která prochází počátkem souřadnicové soustavy v p-V diagramu. Teploty T_1 a T_2 v bodech 1 a 2 jsou známy, body 1 a 3 leží na stejné izotermě. Výsledek vyjádřete jako násobek nRT_1.



Obr. 4



Obr. 5

b) Vypočítejte práci vykonanou ideálním plynem o látkovém množství n v cyklu 1-2-3-4-1, znázorněného v p-V diagramu (obr. 5). Děje 1-2 a 3-4 jsou izochorické, děj 2-3 je izobarický. Body 1 a 3 leží na přímce, která prochází počátkem souřadnicové soustavy v p-V diagramu. Teploty T_1 a T_3 v bodech 1 a 3 jsou známy, body 1 a 4 leží na stejné izotermě. Výsledek vyjádřete jako násobek nRT_1.

5. Vaření vody

V přiklopeném hrnci ohříváme vodu na vařiči o výkonu P_0. Tepelný výkon P_1, který je přitom vyzařován do okolí, závisí na rozdílu teplot mezi hrncem a okolím podle vztahu $P_1 = \beta(t_h - t_o)$, kde t_h je teplota hrnce s vodou, $t_o = 20$ °C je teplota okolního vzduchu a β je konstanta tepelného přenosu. Tepelná kapacita hrnce s vodou $C = 4\,500\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$, teplota varu vody $t_v = 100$ °C. Předpokládáme, že tepelný výkon vařiče je roven tepelnému příkonu hrnce s vodou.

a) Při výkonu vařiče $P_{01} = 400$ W se teplota v hrnci ustálí na hodnotě $t_{h1} = 60$ °C. Určete číselnou hodnotu konstanty tepelného přenosu.

b) Jaký musí být nejmenší výkon vařiče P_{0min}, aby se voda v hrnci začala vařit?

c) Sestrojte graf závislosti maximální možné teploty t_h hrnce s vodou na výkonu vařiče P_0.

d) Vařič zapneme na nejvyšší výkon $P_{0max} = 1500$ W a ohříváme hrnec s vodou z pokojové teploty k varu. Určete rychlosti změny teploty soustavy $v = \dfrac{\Delta t}{\Delta \tau}$ na počátku ohřevu a těsně před dosažením bodu varu.

e) Jak dlouho bude trvat ohřátí hrnce s vodou z pokojové teploty k varu? Předpokládejte, že závislost teploty na době zahřívání je lineární a rychlost změny zahřívání je průměrem z rychlosti doby zahřívání na počátku ohřevu a těsně před bodem varu. Kolik procent dodaného tepla unikne během tohoto zahřívání do okolí?

6. Praktická úloha: Analýza pádu s odporem vzduchu

Při pohybu ve vzduchu působí na tělesa odporová síla. Uplatňuje se např. při pádu parašutisty nebo dešťové kapky. Úkolem experimentu je zkoumání pádu tělesa s odporem vzduchu. Je vhodné použít kuličku z pěnového polystyrenu o poloměru přibližně 2 cm (dá se koupit v potřebách pro výtvarníky nebo vyřezat – nemusí být přesně kulatá). Pomocí vah určete hmotnost m koule (kolem hodnoty 1,5 g).

Pád kuličky budete zaznamenávat pomocí fotoaparátu s možností záznamu videa nebo mobilním telefonem (pokud použijete možnost zpomaleného záznamu, je dobré do záběru umístit i běžící stopky, abyste viděli, jak v záznamu plyne čas). Na stěnu přiložte délkové měřidlo o délce 2 až 2,5 metru a fotoaparát/mobilní telefon umístěte do dostatečné vzdálenosti, aby bylo délkové měřidlo vidět celé.

Po spuštění záznamu uvolněte na horním okraji délkového měřidla kuličku a nechte ji volně padat. Pak analyzujte vzniklý záznam. Pokud nepoužijete možnost zpomaleného nahrávání, zjistěte, kolik snímků za sekundu má výsledné video (obvykle 30) a postupujte po jednotlivých snímcích, které tím pádem budou pořízeny 1/30 sekundy po sobě. Postup po jednotlivých snímcích umí např. YouTube (pomocí kláves čárka a tečka), program VirtualDub pro PC nebo některý z on-line editorů videa. Z jedné sekundy pádu tak získáte 30 datových bodů. Hodnoty času t a dráhy x zaznamenejte do tabulky.

Úkoly:

1) Sestrojte graf funkce $x = f_1(t)$ s využitím vhodného tabulkového kalkulátoru, např. MS Excel.
2) Do tabulky přidejte sloupec v, do kterého zapište hodnoty rychlosti $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ pro rozdíly získané ze sousedních řádků (numerická derivace). Sestrojte graf funkce $v = f_2(t)$ a porovnejte jej s grafem rychlosti volného pádu bez odporu vzduchu $v = gt$.
3) Do dalšího sloupce doplňte zrychlení a, určené ze sousedních řádků jako $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Sestrojte graf funkce $a = f_3(t)$ a porovnejte jej s grafem zrychlení $a = g$ volného pádu bez odporu vzduchu.
4) Do dalšího sloupce tabulky doplňte velikost síly F_o odporu vzduchu, kde $F_o = m(g - a)$.
5) Předpokládejte, že síla odporu vzduchu je dána funkcí $F_o = kv^n$. Určete hodnoty k a n. V Excelu lze využít spojnici trendu, typ mocninný, kde zobrazíme rovnici regrese.

Experiment zopakujte nejprve s pingpongovým míčkem (poloměr 2 cm, hmotnost 2,7 g) a poté s tímto míčkem naplněným vodou (poloměr 2 cm, hmotnost podle množství vody do 35 g).

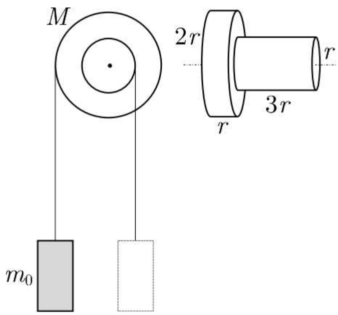
Porovnejte výsledky pro tělesa stejných rozměrů s různými hmotnostmi. Kdy lze odpor vzduchu při výpočtech zanedbat?

7. Kolo na hřídeli

Sestava kola na hřídeli o celkové hmotnosti M je tvořena dvěma souosými plnými homogenními válci ze stejného materiálu. Hřídel má poloměr r a výšku $3r$, kolo poloměr $2r$ a výšku r. Na každém z válců je navinutý samostatný závěs se zavěšeným závažím, přičemž soustava zůstává v klidu. Hmotnost závaží na kole je m_0.

a) Určete moment setrvačnosti J sestavy.

b) Určete velikost zrychlení a závaží na kole po odstranění závaží na hřídeli.



Obr. 6

c) V původní rovnovážné poloze soustavy závaží na kole a závaží na hřídeli zaměníme. Určete velikost a_k zrychlení závaží na kole a velikost a_h zrychlení závaží na hřídeli.

Třecí a odporové síly zanedbejte.

Úlohy 1. kola 65. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

Není-li uvedeno jinak, uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Děje s ideálním plynem

Kyslík O_2 o hmotnosti $m = 10$ g má teplotu $t_1 = 0$ °C a tlak $p_1 = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa. Kyslík stlačíme tak, že jeho objem po stlačení je $V_2 = 2{,}4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3}$. Určete tlak, teplotu a změnu vnitřní energie kyslíku po stlačení, jestliže komprese proběhne

a) izobaricky,

b) izotermicky,

c) adiabaticky.

Všechny děje považujte za děje s ideálním plynem. Poissonova konstanta pro dvouatomový plyn je $\kappa = 1{,}4$. Počítejte s molární plynovou konstantou $R = 8,31\ \mathrm{J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1}}$ a molární hmotností kyslíku $M_m = 32{\cdot}10^{-3}\ \mathrm{kg{\cdot}mol^{-1}}$. Obecná řešení vyjádřete pouze pomocí zadaných veličin m, T_1, p_1, V_2 a konstant R, M_m a κ.

2. Transformátor

Na okraji městské čtvrti stojí transformační stanice. Samotný transformátor, který se skládá z železa o hmotnosti $m_{\mathrm{Fe}} = 1{,}000$ t a z mědi o hmotnosti $m_{\mathrm{Cu}} = 1{,}000$ t, je uložen v pevné ocelové nádobě tvaru krychle o vnitřní hraně $l_0 = 0{,}800$ m a je zcela ponořen v oleji, který slouží k jeho chlazení. Provozní teplota oleje je 60 °C.

a) Jaký bude objem nádoby za provozní teploty?

b) Jaký objem zaujímají za provozní teploty železné a měděné části vlastního transformátoru?

c) Kolik litrů oleje musíme nalít do nádoby, má-li být při provozu nádoba naplněna nejvýše na 90 %? Do jaké výšky bude sahat olej v prázdné nádobě před ponořením a po ponoření kovových částí?

Teplota všech částí transformátoru i oleje je při jeho plnění 20 °C. Důležité konstanty: $\rho_{\mathrm{Fe}} = 7\,860\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $\rho_{\mathrm{Cu}} = 8\,960\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $\alpha_{\mathrm{ocel}} = 0{,}000\,013\ \mathrm{K^{-1}}$, $\alpha_{\mathrm{Fe}} = 0{,}000\,012\ \mathrm{K^{-1}}$, $\alpha_{\mathrm{Cu}} = 0{,}000\,016\ \mathrm{K^{-1}}$, $\beta_{\mathrm{olej}} = 0{,}000\,96\ \mathrm{K^{-1}}$.

3. Výtah

Kabina rychlovýtahu o hmotnosti $m = 500$ kg se ve výškovém domě pohybovala do cílového patra ve směru svisle vzhůru tak, jak ukazuje graf závislosti rychlosti na čase (obr. 1).

a) Určete potenciální energii kabiny v konečné poloze vzhledem k počáteční poloze.

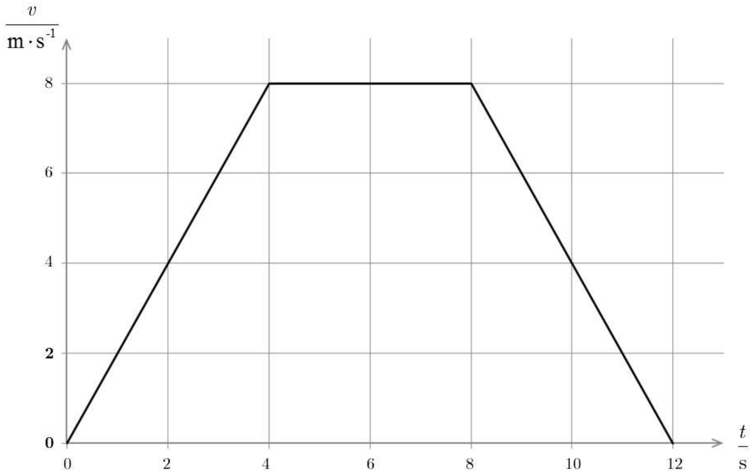
b) Sestrojte graf závislosti tahové síly, kterou působilo lano na kabinu, na dráze.

c) Sestrojte graf závislosti výkonu tahové síly na čase.

d) Z každého grafu zjistěte vykonanou práci tahové síly a porovnejte ji s výsledkem úlohy a).

e) Z každého grafu zjistěte kinetickou energii kabiny během rovnoměrného pohybu.

Pro jednoduchost počítejte v této úloze s tíhovým zrychlením $g = 10\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$.



Obr. 1

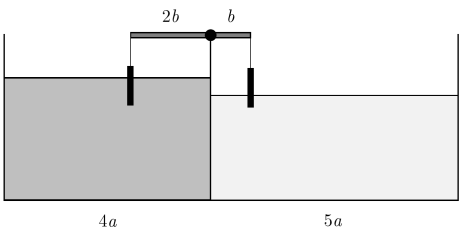
4. Dvě nádoby s různými kapalinami

Dvě nádoby tvaru kvádru mají stejnou šířku a výšku. Poměr jejich délek je 4:5. Jedna jejich stěna je společná (viz obr. 2). V nádobách jsou stejné objemy dvou různých kapalin. Na rozhraní nádob je páka zanedbatelné hmotnosti, na jejíchž koncích jsou na stejně dlouhých nitích zavěšeny dva stejné splávky. Hustota materiálu splávků je $\rho = 1{,}0\ \mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^{-3}$. Levý splávek je ponořen ze dvou třetin svého objemu, pravý z jedné třetiny. Páka je ve vodorovné rovnovážné poloze, poměr jejích ramen je 2:1. Předpokládejte, že objem splávků je zanedbatelný vůči objemu kapaliny v nádobě.

a) Do jaké výšky h_1 a h_2 sahají kapaliny v nádobách, mají-li splávky délku $d = 12{,}0$ cm?

b) Jaké jsou hustoty kapalin ρ_1 a ρ_2 v nádobách, je-li tlaková síla na společnou stěnu v obou nádobách stejná?

c) Určete poměr síly, kterou působí páka na společnou stěnu, a tíhové síly obou splávků.



Obr. 2

5. Krmení veverky

Před domem, jehož okno je ve výšce $h = 24{,}0$ m, stojí ve vzdálenosti $l = 20{,}0$ m borovice. U paty stromu sedí veverka. Libor hází z okna veverce oříšek vodorovným směrem rychlostí o velikosti v.

a) Jakou rychlostí v musí Libor hodit oříšek, aby padl přímo k veverce?

b) Libor hodí oříšek rychlostí $v_1 = 6{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Jakou stálou rychlostí u_1 musí běžet veverka, aby oříšek zachytila před jeho dopadem?

c) Libor hodí oříšek rychlostí $v_2 = 10,0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Jakou stálou rychlostí u_2 musí veverka šplhat, aby oříšek zachytila před jeho nárazem do stromu? V jaké výšce h_2 nad zemí to bude?

d) Libor hodí oříšek šikmo vzhůru pod úhlem $\alpha = 30^\circ$ vzhledem k horizontu. Jakou rychlostí v_3 musí oříšek hodit, aby padl přímo k veverce?

6. Experimentální úloha: Tuhost dvou paralelně a sériově spojených pružin

Pomůcky: Dvě pružiny o různé tuhosti, několik větších závaží s háčky, váhy a sada závaží, stopky, kousek drátu.

Teorie: Mechanický oscilátor tvořený pružinou o tuhosti k a hmotnosti m_0, na které je zavěšeno těleso o hmotnosti m, kmitá s periodou

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \frac{m_0}{3}}{k}}. \tag{1}$$

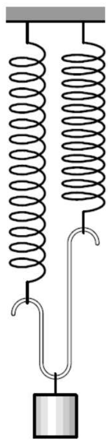
Úkoly:

a) Na dvě různé pružiny zavěšujte postupně závaží o různé hmotnosti a změřte periody kmitání takto získaných oscilátorů. Užitím vztahu (1) určete experimentálně tuhosti obou pružin.

b) S použitím výsledků získaných v úkolu a) určete teoreticky výslednou tuhost obou pružin, jsou-li spojeny: 1) sériově, 2) paralelně.

c) Na obě pružiny spojené 1) sériově, 2) paralelně zavěšujte různá závaží a stejným způsobem jako v úkolu a) určete experimentálně výslednou tuhost spojených pružin. Získané hodnoty porovnejte s výsledky výpočtů v úkolu b).

Poznámka k provedení: Na paralelně spojené pružiny zavěšujte závaží pomocí delšího dvojitého háčku, který si zhotovíte z kousku drátu (obr. 3). Tím dosáhnete, že obě pružiny budou deformovány stejně. Jsou-li délky nezatížených pružin různé, připravíme dvojháček nesymetrický. Hmotnost dvojháčku přičtěte k hmotnosti závaží.



Obr. 3

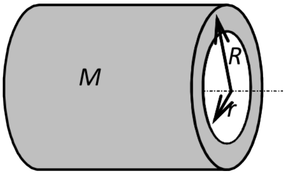
7. Dutý souosý válec

Dutý souosý homogenní válec má hmotnost M, vnější poloměr R a vnitřní poloměr $r = \frac{2}{3}R$.

a) Určete moment setrvačnosti J dutého válce.

b) Určete kinetickou energii E_k válce, jestliže se bez prokluzování valí po vodorovné rovině rychlostí o velikosti v.

c) Válec položíme na nakloněnou rovinu se sklonem α, čímž se začne bez prokluzování valit. Určete velikost a zrychlení válce.



Obr. 4

Úlohy 1. kola 65. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

Není-li uvedeno jinak, v úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Šikmý výtah

K přečerpávacím nádržím Stauseen v Rakousku se dostaneme obrovským šikmým výtahem. Plošina výtahu pojme až 185 turistů a ve svahu se pohybuje po kolejích s rozchodem 8 200 mm rychlostí $10{,}8\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$. Dolní stanice výtahu se nachází v nadmořské výšce 1 209 m. První úsek je nejstrmější, výtah zde jede pod úhlem 39,0° a nastoupá 198 výškových metrů. V druhém úseku urazí 188 metrů horizontálně a nastoupá 53 výškových metrů. V posledním úseku urazí horizontálně 240 metrů a stoupá pod úhlem 36,9°.

a) Určete dráhu výtahu v prvním úseku, úhel stoupání druhého úseku a nadmořskou výšku horní stanice.

b) Určete dobu jízdy výtahu mezi dolní a horní stanicí.

c) V případě poruchy na horní stanici musí opravář vystoupat mnoho schodů. V první části má každý schod výšku 16 cm, v druhé jen 10 cm a v poslední opět 16 cm. Kolik schodů musí vyjít?

2. Dva cyklisté

Pavel ujel na kole cestu na vrchol kopce a zpět průměrnou rychlostí v_p za dobu $t_0 = 50{:}00$ min. Olda měl při cestě na vrchol průměrnou rychlost o 20 % menší než v_p a naopak při cestě zpět průměrnou rychlost o 25 % větší než v_p.

a) Který cyklista ujel celou trasu neznámé délky za kratší čas a o kolik sekund?

b) O kolik procent musí být Oldova průměrná rychlost při sjíždění kopce za jinak stejných podmínek větší než v_p, má-li celou trasu projet za stejnou dobu t_0 jako Pavel?

c) Určete číselně původní Oldovy průměrné rychlosti v_{p1} na úseku do kopce a v_{p2} na úseku z kopce a jeho celkovou průměrnou rychlost v'_p, jestliže délka úseku je 10,00 km.

3. Brzdná dráha

Automobil se pohybuje po vodorovné vozovce stálou rychlostí a náhle zabrzdí tak, aby jeho brzdná dráha byla minimální.

a) Určete velikost zrychlení a automobilu, dobu brzdění t a brzdnou dráhu s, je-li počáteční rychlost automobilu $v_0 = 60\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ a součinitel smykového tření mezi pneumatikami a vozovkou $f_0 = 0{,}55$. Řešte obecně i číselně.

b) Sestrojte do jednoho obrázku dva grafy závislosti minimální brzdné dráhy s na součiniteli $f \in \langle 0{,}1;\ 0{,}8\rangle$ smykového tření, jeden pro počáteční rychlost $v_1 = 50\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ a druhý pro počáteční rychlost $v_2 = 75\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

V této úloze využijte hodnotu tíhového zrychlení $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

4. Airbus 330

Během startu dopravního letadla Airbus 330 o hmotnosti $m = 220$ t každý ze dvou tryskových motorů vyvolává tahovou sílu $F_1 = 300$ kN. Letadlo se dostalo do vzduchu při vzletové rychlosti $v_1 = 290 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

a) Určete dráhu s, kterou letadlo ujelo do vzletu.

b) Určete průměrný užitečný výkon $\overline{P}$ motorů během rozjíždění do svého vzletu.

c) Určete dobu T, za kterou by se letadlo dostalo z klidu na zemi do letové hladiny ve výšce $h = 11\,500$ m s konečnou cestovní rychlostí $v_2 = 870 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ při stejném průměrném výkonu motorů $\overline{P}$ jako při startu.

Pohyb letadla do vzletu považujte za rovnoměrně zrychlený. Veškeré odporové síly působící proti pohybu letadla zanedbejte. Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.

5. Kuličky na tyčce

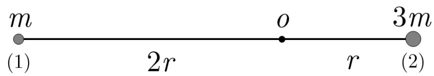
Dvě malé kuličky jsou spojeny tyčkou zanedbatelné hmotnosti (viz obr. 1). Tyčka je otočná kolem vodorovné osy kolmé k tyčce. Jedna kulička má hmotnost m a nachází se ve vzdálenosti $2r$ od osy otáčení, druhá kulička má hmotnost $3m$ a nachází se ve vzdálenosti r od osy otáčení. V počáteční poloze je tyčka vodorovná, po uvolnění se soustava uvede do pohybu.

a) Rozhodněte, v jakém směru se bude soustava otáčet.

b) Určete obvodovou rychlost v_1 první kuličky a obvodovou rychlost v_2 druhé kuličky v okamžiku průchodu tyčky svislou polohou.

c) Určete kinetickou energii E_k soustavy v okamžiku průchodu tyčky svislou polohou.

d) Určete velikost F celkové síly, kterou je namáhána osa otáčení v okamžiku průchodu tyčky svislou polohou.



Obr. 1

6. Praktická úloha: Kmity zavěšené desky

Každé těleso, které zavěsíme v bodě mimo těžiště a vychýlíme z rovnovážné polohy, začne po uvolnění kmitat – vznikne tzv. fyzické kyvadlo. Pokud je výchylka kyvadla z rovnovážné polohy malá, pak doba každého kmitu, neboli perioda, nezávisí na výchylce. To znamená, že u každého kyvadla naměříme periodu stejnou, ať je výchylka např. 2° nebo 4°. Naopak při velké výchylce, např. 45°, naměříme periodu poněkud větší.

Jako fyzické kyvadlo použijeme desku nepravidelného tvaru z překližky, kartonu apod., která se nesmí prohýbat.

Úkoly:

1) Najděte polohu těžiště desky podepřením v jednom bodě ve vodorovné poloze. Polohu těžiště na desce vyznačte.
2) Vyvrtejte malý otvor mimo těžiště a desku v tomto otvoru zavěste na vodorovnou tenkou tyčku. Orientačně ověřte, že perioda malých kmitů (s úhlovou výchylkou např. do 10°) téměř na této úhlové výchylce nezávisí a že perioda s velkou úhlovou výchylkou (např. kolem 45°) je nepatrně větší.
3) Vyvrtejte šest malých otvorů ve stejné vzdálenosti r od těžiště v různých směrech od těžiště. Postupně desku v těchto otvorech zavěšujte, měřte čas několika malých kmitů desky a vypočtěte periodu T kmitů. Ze získaných výsledků udělejte závěr.

Číslo měření	1	2	3	4	5	6
r/cm						
T/s						

4) Vyvrtejte dvanáct dalších malých otvorů v různých vzdálenostech od těžiště, od malé až k maximální možné. Změřte stejně jako v úloze c) dobu několika malých kmitů, jejich počet volte s ohledem na tlumení. Pro každou vzdálenost proveďte tři měření. Výsledky měření zapište do tabulky (r je vzdálenost, N počet kmitů, t doba N kmitů a T průměrná perioda):

Číslo měření	$\frac{r}{\text{cm}}$	N	$\frac{t_1}{\text{s}}$	$\frac{t_2}{\text{s}}$	$\frac{t_3}{\text{s}}$	$\frac{T=\frac{\bar{t}}{N}}{\text{s}}$
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						

5) V programu MS Excel sestrojte graf závislosti periody T kmitů na vzdálenosti r osy od těžiště a zformulujte závěr. Do buněk zapište naměřené údaje a v posledním sloupci výpočet periody pomocí vzorce. Kurzorem označte dvojici sloupců s daty a vložte *Graf*, typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů). Zobrazí se soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich z nabídky zvolte *Přidat spojnici trendu*, typ trendu *polynomický*, stupeň 6. Tím se zobrazí plynulá křivka, která proloží zobrazené body v grafu.

7. Nakloněná rovina s vozíkem a závažím

Ve vrcholu nakloněné roviny se sklonem $\alpha = 50°$ je umístěna kladka zanedbatelné hmotnosti. Přes kladku vedeme lanko zanedbatelné hmotnosti, které jedním koncem spojíme s vozíkem o dané hmotnosti m_1 a na jeho opačný konec můžeme zavěšovat závaží o libovolné hmotnosti m. Lanko mezi vozíkem a kladkou je rovnoběžné s nakloněnou rovinou. Vozík může zaujímat dvě polohy: V poloze na kolečkách je hmotnost koleček a valivý odpor zanedbatelný. V převrácené poloze je součinitel smykového tření mezi nakloněnou rovinou a vozíkem $f = 0{,}20$.

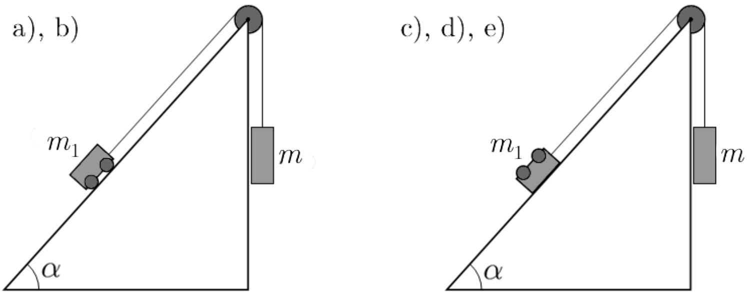
a) Určete v poloze vozíku na kolečkách hmotnost m závaží tak, aby soustavy byla v rovnováze.

b) Určete velikost a_1 zrychlení vozíku na kolečkách a velikost T_1 síly napínající lanko v případě hmotnosti závaží $m = m_1$.

c) Vozík převrátíme. Určete podmínku, kterou musí splňovat hmotnost m závaží, aby se soustava neuvedla do pohybu.

d) Určete velikost zrychlení a_2 vozíku a velikost T_2 tahové síly napínající lanko v případě hmotnosti závaží $m = 2m_1$.

e) Určete velikost zrychlení a_3 vozíku a velikost T_3 tahové síly napínající lanko v případě hmotnosti závaží $m = \dfrac{m_1}{2}$.



Obr. 2

Úlohy 1. kola 65. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2023/2024

Databáze pro kategorie E a F

Ve všech úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ a hustotu vody $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg/m^3} = 1{,}0\,\mathrm{g/cm^3}$.

FO65EF1-1: Praha–Košice *J. Thomas*

Z Prahy vyjíždí vlak RJ 1003 RegioJet v 7:38 h. Poslední stanicí na českém území je Třinec centrum, kam přijíždí ve 12:01 h a odjíždí ve 12:02 h, do Košic přijíždí v 16:19 h. Vzdálenost Praha–Třinec je 401 km, Praha–Košice 703 km. Z Košic vyjíždí v opačném směru RJ 1012 v 7:53 h. Do Třince přijíždí v 11:52 h a odjíždí v 11:53 h, do Prahy přijíždí v 16:08 h.

a) Vypočítejte průměrné rychlosti obou vlaků na celé trati, v části trati mezi Prahou a Třincem a v části mezi Třincem a Košicemi.

b) Nakreslete do jednoho grafu závislost vzdálenosti vlaků od Prahy na čase a z grafu odhadněte, kde a kdy se vlaky míjejí. Pomocí jízdního řádu na internetu se pokuste odhadnout, poblíž jakého města k setkání dojde.

FO65EF1-2: Zajíc a rys *J. Thomas*

Rys pozoruje zajíce a má chuť na svačinu. Když je mezi nimi vzdálenost 30 m, rys vyběhne směrem k zajíci rychlostí 63 km/h. Tuto rychlost dokáže udržet po dobu 5,0 s, pak se musí zastavit.

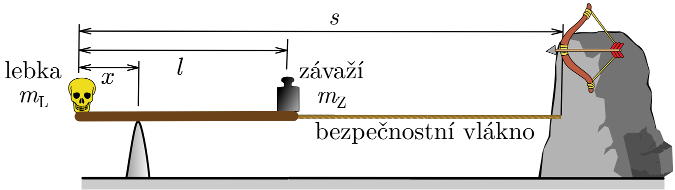
a) Jakou rychlostí by musel zajíc začít utíkat, aby ho rys během této doby nedostihl?

b) Mladý zajíc umí utíkat rychlostí 10 m/s. Po jaké době rys zajíce dostihne a jakou vzdálenost přitom musí uběhnout? Odpověď můžete najít početně nebo graficky.

FO65EF1-3: Indiana Jones a zlatá lebka *J. Thomas*

Indiana Jones objevil podzemní jeskyni, kde se nalézala zlatá lebka, kterou chtěl odnést s sebou. Lebka ale byla pojištěna proti krádeži zařízením na obr. 1. Jde o páku dlouhou $l = 2{,}0\,\mathrm{m}$, na jejímž levém konci je položena zlatá lebka o hmotnosti $m_\mathrm{L} = 7{,}3\,\mathrm{kg}$ a na pravém konci je vyvážena závažím o hmotnosti $m_\mathrm{Z} = 2{,}7\,\mathrm{kg}$. Páka je podepřena ve vzdálenosti x od levého konce a její hmotnost je zanedbatelná. Pravý konec je tenkým vláknem spojen s ochranným zařízením. Při přetržení niti jednak vystřelí samostříl vzdálený $s = 5{,}0\,\mathrm{m}$ od lebky na vetřelce otrávený šíp rychlostí $v = 72\,\mathrm{km/h}$, jednak se otevřou 4 roury, kterými začne do jeskyně přitékat voda. Průřez každé roury je $S = 2{,}5\,\mathrm{dm^2}$ a voda v nich proudí rychlostí $v_\mathrm{v} = 3{,}0\,\mathrm{m/s}$.

a) Indiana Jones má kožený váček o hmotnosti $m_\mathrm{v} = 470\,\mathrm{g}$, do kterého se vejde $V_\mathrm{p} = 5{,}9$ litru písku, který má hustotu $\varrho = 1{,}22\,\mathrm{g/cm^3}$. Bude to stačit k tomu, aby nahradil lebku na levé straně páky bez porušení rovnováhy?



Obr. 1: K úloze FO65EF1-3

b) V jaké vzdálenosti x je páka podepřena?
c) Kolik milisekund času by měl Indiana Jones na to, aby uhnul otrávenému šípu, pokud by se vlákno přetrhlo?
d) Pokud se uhne otrávenému šípu, kolik času má na opuštění jeskyně, než se celá zaplní vodou? Celý prostor jeskyně má objem $V_\mathrm{j} = 35\,\mathrm{m}^3$.

FO65EF1-4: Na skautském táboře *J. Thomas*

Na skautském táboře na břehu jezera se skauti rozhodli postavit si vor. K dispozici měli dřevěné trámy o čtvercovém průřezu se stranou $a = 20\,\mathrm{cm}$ a o délce $l = 2{,}0\,\mathrm{m}$ ze dřeva o hustotě $\varrho_\mathrm{d} = 670\,\mathrm{kg/m^3}$. Skautům se podařilo spojit $n = 10$ trámů vedle sebe.

a) Jaký byl objem V a jaká byla hmotnost m postaveného voru?
b) Do jaké hloubky h se potopil vor při jeho spuštění na vodu?
c) Průměrná hmotnost jednoho skauta je $m_1 = 50\,\mathrm{kg}$. Kolik skautů uveze vor, aniž by se potopil?

FO65EF1-5: Vodní elektrárna *I. Volf*

Na řece Colorado byla postavena přehrada Glen Canyon Dam, nad kterou se vytvořilo velké přehradní jezero Lake Powell o délce 299 km. V hydroelektrárně s výškou hráze 710 ft (stop) bylo instalováno 8 turbogenerátorů poháněných Francisovými turbínami, každý o výkonu 165 MW. V letech 1980–2013 se průměrná roční výroba elektrické energie pohybovala kolem 4 717 000 000 kWh. Voda je z přehrady ke generátorům přiváděna dvěma tunely s celkovým maximálním průtokem 200 000 ft^3 vody za sekundu.

a) I když je v místě elektrárny zvyk udávat délkové rozměry ve stopách, uveďte výšku hráze i průtok v mezinárodní soustavě jednotek SI. Údaje k převodu jednotek najděte v tabulkách nebo na internetu.
b) Jaký je celkový instalovaný výkon v této hydroelektrárně?
c) Jaký je součinitel využití elektrárny (poměr počtu hodin, kdy elektrárna pracuje, k celkovému počtu hodin v roce)? Proč nepracuje elektrárna plynule po celý rok?

d) V důsledku klimatických změn a snížení stavu vody v povodí řeky v posledních letech poklesla využitelná kapacita elektrárny na 59 % původního výkonu. S jakým využitelným výkonem lze tak nyní počítat?
e) Jaký je hydrostatický tlak u dna hráze?

FO65EF1-6: Stavební panely *I. Volf*

Stavební jeřáb rovnoměrným pohybem zvedá na stavbě obytného domu stropní panely o hmotnosti 2 400 kg z povrchu země do osmého poschodí ve výšce 27,60 m.

a) Jakou práci musí jeřáb vykonat při zvednutí jednoho panelu?
b) Jestliže zvedání trvá 72 s, jaký užitečný výkon musí jeřáb podat?
c) Jestliže mechanická účinnost jeřábu je 60 %, jaký musí být příkon jeřábu, tj. výkon elektromotoru, který zajišťuje zvedání těles?
d) Rozměry jednoho panelu jsou 300 cm × 240 cm × 14 cm. Jakou práci vykoná jeřáb při zvednutí všech stropních panelů, má-li půdorys domu rozměry 15 m × 24 m?
e) Jakou práci v kWh vykoná při zvednutí všech panelů elektromotor jeřábu?

FO65EF1-7: Big Ben *I. Volf, L. Richterek*

V britské metropoli je známá věž westminsterského paláce se zvonem Big Ben (na památku diamantového výročí panování anglické královny byla v roce 2012 přejmenována na Elizabeth Tower), na které jsou čtyři ciferníky věžních hodin. Minutová ručička ciferníků má délku 14 ft (stop), hodinová má délku 9,0 ft. Celá věž je vysoká 316 ft.

a) Jak velkou rychlostí se pohybují koncové body minutové a hodinové ručičky těchto věžních hodin? Údaje k převodu jednotek najděte v tabulkách nebo na internetu.
b) Martina byla se školou na zájezdu v Londýně a věž s hodinami vyfotila tak, že na snímek o velikosti 10 cm × 15 cm se právě vešla celá věž podél delší strany fotografie. Jak dlouhé v mm jsou ručičky hodin na této fotografii? Předpokládejte, že fotografovala ve směru kolmém na jednu stěnu věže.
c) V pravé poledne ukazují obě ručičky hodin směrem vzhůru. Za jak dlouho budou opět ukazovat obě stejným směrem?

FO65EF1-8: Cyklista jede z kopce *I. Volf*

Cyklista jede z kopce o sklonu $p = 0{,}12$ (tj. poté, co urazí 100 m, klesne jeho těžiště o 12 m). Kopec si pro zjednodušení modelujeme nakloněnou rovinou, hmotnost cyklisty i s kolem je $m = 75\,\mathrm{kg}$.

a) Pokud při pohybu nebudeme uvažovat žádné odporové síly, načrtněte cyklistu jako těleso na nakloněné rovině a určete, jaké síly na toto těleso působí.

b) Jak určíme sílu F_p, která působí na cyklistu směrem z kopce dolů?
c) Ve skutečnosti na cyklistu působí za jízdy ještě odporová síla $F_\mathrm{o} = kv^2$, kde v je okamžitá rychlost cyklisty. Součinitel k závisí na tvaru tělesa, obsahu kolmého průřezu a hustotě vzduchu, číselně uvažujme $k = 0{,}30$, volíme-li jednotky veličin v SI, tj. sílu v newtonech a rychlost pohybu cyklisty v m/s. Potom musíme počítat s výslednou silou směrem z kopce dolů $F = F_\mathrm{p} - F_\mathrm{o}$. Jak veliká síla působí na cyklistu směrem dolů z kopce při rychlosti $v_1 = 5{,}0\,\mathrm{m/s}$ a při rychlosti $v_2 = 15\,\mathrm{m/s}$?
d) Určete největší rychlost, které kvůli odporu vzduchu může cyklista dosáhnout při dlouhém sjezdu z kopce.

FO65EF1-9: Voda z ledovce *Ľ. Konrád (FO SR)*

Jeden ze zvažovaných projektů na zabezpečení pitné vody navrhuje získávat vodu z polárních ledovců. Předpokládá se přitažení velkého bloku ledu k pobřeží, kde led působením sluneční energie postupně roztaje a voda se potrubím rozvede do míst spotřeby. Uvažujte blok ledu tvaru hranolu o rozměrech $100\,\mathrm{m} \times 250\,\mathrm{m} \times 50\,\mathrm{m}$.

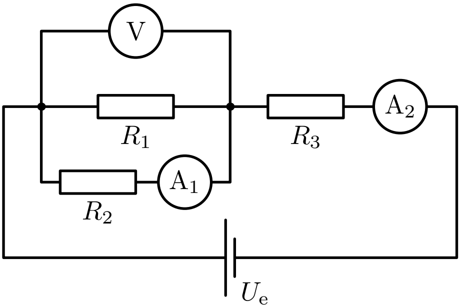
a) Určete hmotnost m ledového bloku.
b) Určete objem V_0 části bloku vyčnívající nad hladinu vody v moři v čase, kdy z bloku odtálo zanedbatelné množství ledu.
c) Určete objem V vody, která vznikne, když celý blok ledu roztaje.
d) K roztátí ledovce by se využila energie slunečního záření. Na plochu $S_1 = 1{,}0\,\mathrm{m}^2$ kolmou na směr slunečních paprsků dopadá každou sekundu záření s energií $E_1 = 1{,}37\,\mathrm{kJ}$ (tzv. solární konstanta). Jaká energie záření E dopadne za jednu sekundu na horní plochu ledového bloku o rozměrech $100\,\mathrm{m} \times 250\,\mathrm{m}$, pokud budeme předpokládat kolmý dopad paprsků?
e) Jaký objem V_1 by se získal každou sekundu při tání ledového bloku, jestliže by se reálně využilo pouze 30 % energie slunečního záření dopadajícího kolmo na jeho horní plochu?
f) Jaké by byly možné problémy při realizaci takového projektu?

Hustota ledu $\varrho_\mathrm{L} = 910\,\mathrm{kg/m^3}$, hustota sladké vody $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg/m^3}$, hustota mořské vody $\varrho_\mathrm{M} = 1\,025\,\mathrm{kg/m^3}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_\mathrm{L} = 334\,\mathrm{kJ/kg}$.

FO65EF1-10 Výkon v obvodu *J. Thomas*

V elektrickém obvodu podle obr. 2 je odpor R_1 stejný jako odpor R_3. Ampérmetry ukazují proud $I_1 = 0{,}2\,\mathrm{A}$ a $I_2 = 1{,}2\,\mathrm{A}$, voltmetr ukazuje napětí $U = 12\,\mathrm{V}$. Zdroj napětí i měřicí přístroje můžeme považovat za ideální. Určete:

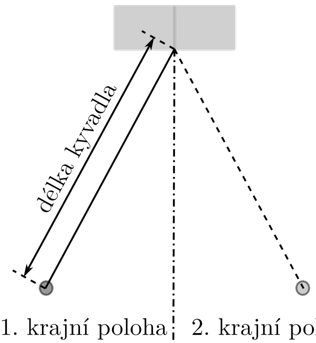
a) proud procházející odporem R_1,
b) velikost odporu R_1,
c) napětí U_e zdroje,
d) výkony P_1, P_2 a P_3 spotřebičů s odpory R_1, R_2 a R_3.



Obr. 2: K úloze FO65EF1-10

FO65EF1-11 (experimentální úloha): Sekundové kyvadlo *A. Teleki (FO SR)*

Dnes definujeme jednotku délky metr v soustavě SI pomocí času a rychlosti světla. V roce 1671 francouzský mnich a astronom Jean Picard navrhl definovat základní jednotku délky také pomocí času jako délku tzv. sekundového kyvadla. Sekundovému kyvadlu trvá polovina kmitu z jedné krajní polohy do druhé přesně jednu sekundu (celý kmit, tj. tam a zpět do původní polohy, pak trvá 2,0 s). Kyvadlo sestavíme z tenké niti pevně uchycené na jednom konci a malého závaží upevněného na druhém konci nitě.



Úkol: Sestavte sekundové kyvadlo a zjistěte, o kolik se jeho délka liší od 1,00 m; popište podrobně postup, jak jste co nejpřesněji určili délku kyvadla.

Pomůcky: Tenká, ohebná, ale pevná nit délky alespoň 1,5 m, malé těleso (kovová kulička s dírkou nebo závěsem, větší matička nebo jiný poměrně těžký, ale rozměry malý předmět), stopky nebo aplikace stopek na mobilním telefonu, délkové měřidlo (např. svinovací metr, ale pouze na závěrečnou kontrolu, během experimentu se nesmí používat).

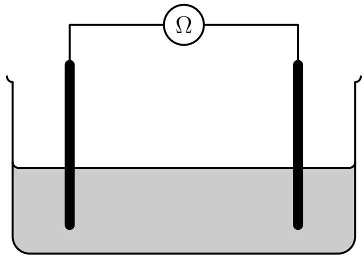
Postup: Na jeden konec niti upevníme tělísko (např. matičku), druhý konec pevně uchytíme (na stojan, hřebík apod.), ale *neodstřihujeme*, abychom mohli měnit délku mezi bodem závěsu a tělískem.

Tělísko visící na konci nitě vychýlíme do krajní polohy a pustíme, aby volně kývalo. Změříme dobu, za kterou kyvadlo vykoná jednu polovinu kmitu z jedné krajní polohy do druhé. Aby měření bylo přesnější, necháme kyvadlo udělat 10 polovin kmitu (tj. 5 celých kmitů), změříme tuto dobu a dělením určíme trvání poloviny kmitu. Měření zaznamenáme přehledně do tabulky.

Délku nitě (našeho kyvadla) měníme tak, abychom dosáhli toho, že polovina kmitu bude co nejblíže k 1,00 s. Výslednou délku nitě pak přeměříme délkovým měřidlem a zjistíme, o kolik procent se délka našeho sekundového kyvadla liší od 1,00 m. Zamyslete se nad možnými nepřesnostmi ve svém měření.

Poznámka: Aby kmity kyvadla trvaly vždy stejnou dobu, měly by být malé, tj. maximální výchylka nitě od svislé rovnovážné polohy by v krajní poloze neměla výrazně přesáhnout 15°.

FO65EF1-12 (experimentální úloha):
Odpor elektrolytu *L. Richterek*



Cíl: Ověřte závislost odporu na délce vodiče a průřezu vodiče (ponořené části elektrody).

Pomůcky: Nádoba (např. podélný kelímek od rostlinných tuků typu RAMA), kuchyňská sůl, voda (lze vyzkoušet i různé minerální vody), 2 elektrody (lze vyrobit z alobalu), multimetr, vodiče.

Úkoly:

a) Do nádoby nalijte vodu (něco přes polovinu výšky), připojte k elektrodám multimetr v zapojení k měření odporu a změřte elektrický odpor. Postupně přidávejte 1, 2, 3, 4 a 5 lžiček soli, vždy sůl řádně zamíchejte a změřte odpor roztoku. Jak se po přidání soli mění?

b) Připravený elektrolyt nevylévejte a opět připojte k elektrodám multimetr v zapojení k měření odporu. Elektrody dejte blízko k sobě a zaznamenejte hodnotu odporu. Zvětšujte postupně vzdálenost elektrod (alespoň 5 různých vzdáleností) a měřte odpor. Ověřte jeho závislost na vzdálenosti mezi elektrodami.

Vzdálenost elektrod / cm					
Odpor / Ω					

c) Jak závisí odpor obvodu na hloubce ponoření elektrod?

d) *Doplňující úkol:* Změřte odpor mezi konci jednoho prstu ruky, mezi koncem prstu ruky a loktem, mezi stejnými prsty na pravé a levé ruce spolužáka.

Leták pro kategorie E a F připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Richard Polma, Jindřich Pulíček, Miroslav Randa a Lukáš Richterek. V ilustracích byly použity volně šiřitelné obrázky z Wikipedie a portálů `freesvg.org`, `obrazky.superia.cz`, `pixabay.com` a `www.vecteezy.com`.

Sázeno systémem XƎLaTeX

Úlohy 1. kola 65. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2023/2024

Kategorie G – Archimédiáda

Ve všech úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$.

FO65G1-1: Motokáry

D. Kaštilová

Tři kamarádi trénovali jízdu na motokárách na uzavřené trati. Všichni vyjížděli ze stejného místa a stejným směrem. První na trať vyjel v 9:30 h Aleš stálou rychlostí $v_1 = 12\,\mathrm{km/h}$. V 9:35 h vyjel Čenda stálou rychlostí v_2 a předjel Aleše ve vzdálenosti $s_1 = 2{,}5\,\mathrm{km}$ od startu. Poslední na trať vyjel Mirek v 9:40 h stálou rychlostí $v_3 = 15\,\mathrm{km/h}$. Po 6 minutách jízdy vyjel z tratě a trvalo mu 3 minuty, než se dostal zpět na trať. Pak pokračoval stálou rychlostí $v_4 = 18\,\mathrm{km/h}$.

a) Vypočítejte rychlost v_2 Čendy.
b) V kolik hodin projel každý z kamarádů cílem ve vzdálenosti $s = 6{,}0\,\mathrm{km}$ od startu?
c) Vypočítejte průměrnou rychlost v_p Mirka na celé trati.

FO65G1-2: Zvon s ozvěnou

J. Thomas

Sedlák šel v neděli ze svého velkého domu po přímé cestě do kostela. V $t_1 = 9{:}15\,\mathrm{h}$ odbije zvon na věži kostela. Sedlák však uslyšel nejen zvuk zvonu, ale s určitým časovým zpožděním také ještě zvuk odražený od skály nad jeho domem. Vzal si tedy z domova stopky a příští neděli zjistil, že mezi úderem zvonu a odraženým zvukem od skály za domem uplynula doba $T_1 = 1{,}8\,\mathrm{s}$. Rychlost zvuku ve vzduchu je $v_\mathrm{z} = 340\,\mathrm{m/s}$. Dům přitom opouštěl v $t_0 = 9{:}10\,\mathrm{h}$.

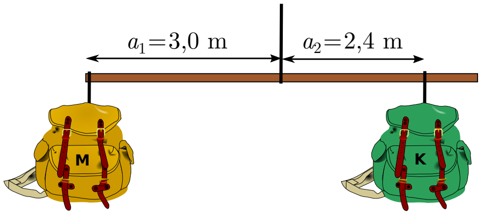
a) Jak daleko se nachází sedlák od domu? Jakou rychlostí jde sedlák? Je možné z daných údajů určit i vzdálenost ke kostelu?
b) V $t_2 = 9{:}30$ h znovu odbil zvon. Jaký časový interval T_2 mezi úderem zvonu a odraženým zvukem naměřil nyní sedlák?
c) Jaký časový interval T_3 mezi úderem zvonu a odraženým zvukem naměřil sedlák při úderu zvonu v $t_3 = 9{:}45\,\mathrm{h}$?
d) Sedlák do kostela přichází v $t_4 = 9{:}50\,\mathrm{h}$. Jak daleko je kostel od jeho domu?

FO65G1-3: Hmotnost batohu

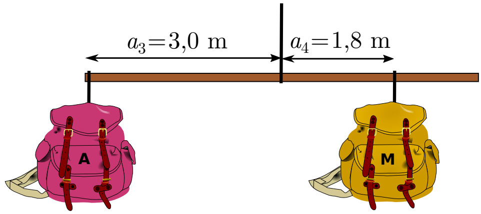
D. Kaštilová

O prázdninách se kamarádky Alice, Katka a Mirka vydaly stanovat do kempu u rybníka. Mirka si doma před odjezdem zvážila svůj batoh a zjistila, že má hmotnost $m_\mathrm{m} = 12\,\mathrm{kg}$. Na tábořišti se Alice s Katkou rozhodly zjistit hmotnost svých batohů. Od správce kempu si půjčily rovnou tyč o délce $l = 6{,}0\,\mathrm{m}$, kterou použili jako rovnoramennou páku. Do středu tyče upevnili lano a zavěsili ji na strom tak, že byla v rovnováze ve vodorovné poloze. Při prvním měření zavěsily na tyč své batohy Katka a Mirka. Rovnováha nastala, když Mirčin batoh byl ve vzdálenosti $a_1 = 3{,}0$ metry od závěsu a Katčin na opačném rameni ve vzdálenosti $a_2 = 2{,}4\,\mathrm{m}$ od závěsu (viz obr. 1). Při druhém měření zavěsily na tyč své batohy Alice a Mirka. Rovnováha nastala, když Alicin batoh byl ve vzdálenosti $a_3 = 3{,}0\,\mathrm{m}$ od závěsu a Mirčin byl na opačném rameni ve vzdálenosti $a_4 = 1{,}8\,\mathrm{m}$ od závěsu (viz obr. 2). Tyč je všude stejná, takže její hmotnost se na výsledku vážení neprojeví.

a) Vypočítejte hmotnost m_k Katčina batohu.
b) Vypočítejte hmotnost m_a Alicina batohu.
c) Do jaké vzdálenosti a_6 od středu tyče by musela zavěsit svůj batoh Katka, aby nastala rovnováha pouze s Aliciným batohem, který je zavěšen ve vzdálenosti $a_5 = 3{,}0\,\mathrm{m}$ od středu tyče?



Obr. 1: K úloze FO65G1-3



Obr. 2: K úloze FO65G1-3

FO65G1-4: Stavba zdi *J. Thomas*

Vodičkovi chtějí na jedné straně svého pozemku postavit 3,0 metry vysokou zeď. Na betonový základ mají vyhloubený příkop o délce 9,0 m, široký 30 cm a hluboký 80 cm.

a) Příkop bude zcela zaplněný betonem o hustotě $2{,}2\,\mathrm{g/cm^3}$. Betonářské auto uveze dávku betonu o hmotnosti 1 t. Kolikrát bude muset auto přijet, aby byl připravený příkop zcela zaplněn?
b) Zeď bude postavena z tvárnic o rozměrech $60\,\mathrm{cm} \times 30\,\mathrm{cm} \times 25\,\mathrm{cm}$. Kolik tvárnic si Vodičkovi musí objednat? Protože se občas některá tvárnice poškodí, je zvykem objednat o 5 % více.
c) Tvárnice mají průměrnou hustotu $1\,400\,\mathrm{kg/m^3}$. Jaký bude tlak postavené zdi na betonový základ? Tenké vrstvy spojovací malty můžeme zanedbat.

FO65G1-5 (experimentální úloha):
Hmotnost, objem a hustota českých mincí *J. Thomas*

Pomůcky: váhy, délkové měřidlo (posuvné měřítko, mikrometr), odměrný válec s vodou, internet

Úkoly:

a) Zjistěte rozměry a hmotnosti našich mincí. Výsledky uveďte pokud možno s přesností na 0,1 g a 0,1 mm a ověřte si svoje měření vyhledáním správných hodnot na internetu.
b) V tabulkách vyhledejte vztah pro výpočet objemu válce o průměru d a výšce h. Pokud bychom mince považovali přibližně za válec, určete pomocí nalezeného vztahu objemy všech mincí v cm^3.

c) Pokuste se určit objem mincí pomocí odměrného válce. Výhodnější je změřit objem několika mincí najednou a objem jedné mince vypočítat jako příslušnou část. Porovnejte tyto hodnoty objemu s výsledky vypočtenými na základě rozměrů a zdůvodněte případný rozdíl.

d) Pro každou minci určete průměrnou hustotu materiálu, z něhož je mince vyrobena.

e) Porovnejte vypočtenou hustotu s tabulkovými hodnotami hustoty zinku, mědi, cínu a oceli. Proč hustota mincí neodpovídá ani jednomu z uvedených kovů?

Zveme všechny zájemce o fyziku k řešení zajímavých úloh!
Informujte se u svého učitele fyziky.

Najdete nás také na Internetu a Facebooku:

`http://fyzikalniolympiada.cz`

`https://www.facebook.com/fyzikalniolympiada`

Leták pro kategorii G připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Richard Polma, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek. V ilustracích byly použity obrázky z Wikipedie, serverů `www.cnb.cz`, `www.freeimages.com` a `www.pixabay.com`.