

O jedné zajímavé aplikaci druhého termodynamického zákona

DALIBOR DVOŘÁK – IRENA FIKÁČKOVÁ

Přírodovědecká fakulta, Ostravská univerzita – Gymnázium Komenského, Havířov

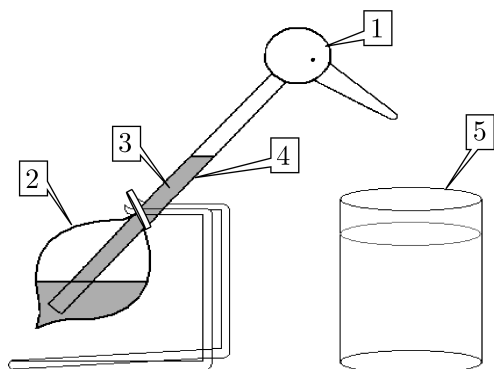
Úvod

Jedním z důsledků druhého zákona termodynamiky je omezená účinnost tepelných motorů. V učivu pro střední školy je tento důsledek demonstrován zpravidla na Carnotově cyklu. Ze zkušenosti víme, že už uvedení příkladu tepelného motoru činí studentům potíže. Je zajímavé, že ačkoliv se asi většina z nich v životě s parním strojem nesetkala, je tento uváděn nejčastěji jako příklad tepelného motoru. Většinou až po nápovědě uvedou spalovací motor nebo turbínu. Spojení principu tepelného motoru např. s meteorologickými jevy je pak pro většinu překvapením.

V našem příspěvku uvádíme příklad experimentálního stanovení účinnosti zařízení, které je pro obvyklou představu tepelného motoru atypické – hračku, uváděnou nejčastěji pod označením „píjící pták“, při kterém byly využity moderní technologie.

Uvedenou hračku přinesla spoluautorka příspěvku na přednášku s tím, že jí není zcela jasný princip fungování. Hračka pijící pták byla patentována v USA v roce 1946 chemikem Milesem V. Sullivanem, ale její původ sahá do první poloviny 20. století [1].

Píjící pták je vyroben ze skla. Je tvořen dvěma přibližně kulovými nádobami, propojenými skleněnou trubicí, viz obr. 1.



Obr. 1 Schéma „píjícího ptáka“

Horní část (1) – hlava, má dutý výběžek (zobák), obalený savou pórovitou hmotou. Dolní část (2) – ocas, je větší a je v základní, svislé poloze ptáka přibližně do poloviny naplněna těkavou kapalinou (3) a to tak, že dolní ústí spojovací trubice (4) je pod hladinou kapaliny. Prostor uvnitř ptáka je tak rozdělen kapalinou jako pohyblivým pístem na dvě části. Obě tyto části jsou vyplněny parami použité kapaliny. Použitá kapalina není přesně specifikována, ale obvykle se jedná o směs alkoholu a vody s přídavkem barviva. Často se také používají jiné těkavé látky, jako je metylenchlorid nebo freon [1]. Kapalina by měla mít nízkou hustotu, nízkou viskozitu a vysokou těkavost, aby byla hračka efektivní. Komplet doplňuje kádinka s vodou (5).

Pracovní cyklus začíná namočením zobáku do kádinky s vodou. Po napřímení se zobák, a následně i hlava ochlazují odpařováním vody, která ulpěla na povrchu zobáku. Tím se snižuje tlak par v hlavě ptáka. Protože mimo první cyklus mají páry v ocasu po promíchání s chladnějšími parami v hlavě nižší teplotu, než je teplota okolního prostředí, dochází postupně k jejich ohřevu a k růstu tlaku v ocasu. Vzniklý tlakový rozdíl mezi ocasem a hlavou vytlačuje kapalinu trubicí vzhůru. Důsledkem je změna polohy těžiště, pták se začíná naklánět. Po dosažení dostatečného úhlu náklonu se zobák ptáka ponoří do kádinky s vodou a současně se dolní ústí spojovací trubice dostane nad hladinu kapaliny v ocasu. Ústí trubice se uvolní a tlaky par v ocasu a v hlavě se vyrovnají a kapalina začne z trubice působením gravitace vytékat zpět do ocasu. Těžiště ptáka se vrátí do původní polohy a pták se napřímí. Soustava se dostane do počátečního stavu a začíná nový cyklus.

Hračka funguje, pokud není teplota okolního vzduchu příliš nízká a jeho relativní vlhkosti příliš vysoká. A samozřejmě, pokud v kádince je dostatečné množství vody, aby došlo k navlhčení zobáku.

1. Fyzikální popis soustavy

Z popisu pracovního cyklu soustavy pijícího ptáka je zřejmé, že se jedná o tepelný motor, jehož pracovním médiem jsou páry, uzavřené uvnitř soustavy. Ohřívatelem tohoto tepelného motoru, který ohřívá páry uzavřené v ocase ptáka, je okolní vzduch a chladičem je hlava se zobákem, kde dochází v důsledku odpařování vody k ochlazení par uzavřených v hlavě a v zobáku. V okamžiku „napití“ dochází vlivem vynoření konce spojovací trubice mezi ocasem a hlavou k propojení obou podsoustav a k smíchání objemů par s odlišnou teplotou. Teplota a tlak v celém objemu par se vyrovnají a začíná nový cyklus. Maximální teplota T_{\max} je dosažena v ocase a minimální T_{\min} v hlavě těsně před „napitím“.

Pijící pták představuje tepelný motor pracující na základě cyklického stlačování a expanze par uzavřených v hlavě a ocasu ptáka. Snižováním tlaku při snižování teploty par a expanzí při jejich vyšší teplotě probíhá transformace tepelné energie na mechanickou práci. Zdroj tepla, vnější prostředí, je oddělen od uzavřeného prostoru vyplněném parami použité kapaliny, jejichž množství tak zůstává stálé. Jde o tepelný motor s vnějším ohřevem, uzavřeným oběhem a se stálou náplní pracovního plynu, který si s okolím vyměňuje pouze tepelnou energii [2]. Výměna tepla s okolím probíhá přes tepelné výměníky, v našem případě v ocase a v hlavě ptáka.

Spoluautorka příspěvku se po dohodě rozhodla zvolit jako téma své diplomové práce *Rozbor činnosti fyzikální soustavy „pijícího ptáka“*. Cílem práce bylo, určit účinnost transformace tepelné energie na energii mechanickou a sestavit matematický model „pijícího ptáka“ [3].

2. Použitá experimentální metody

Při určení účinnosti transformace tepelné energie na energii mechanickou bylo od počátku zřejmé, že při stanovení potřebných fyzikálních veličin – teploty, tepla a mechanické energie, se budou jejich hodnoty pohybovat na samé mezi citlivosti a přesnosti dostupné měřicí techniky, a proto byla u každého měření proveden odhad přesnosti.

2.1. Teplota

Pro měření teploty byl použit bezdotykový teploměr Instatherm od firmy Barnes, viz obr. 2. Výrobce garantoval při splnění pokynů výrobce přesnost $\pm 1\%$ z měřené hodnoty.

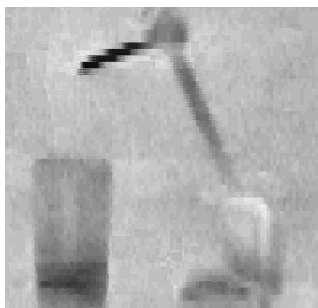


Obr. 2 Bezkontaktní teploměr Instatherm

Protože že se nám naskytla příležitost zhotovit snímek pijícího ptáka termovizní kamerou, využili jsme tuto možnost k ověření předpokládaného rozložení teploty během jednoho cyklu. Jak je patrné z obr. 3, snímek ilustruje velmi názorně rozložení teploty během cyklu.

2.2. Poloha a rozměry

Průběh experimentů byl snímán videokamerou. Potřebné geometrické parametry byly měřeny klasickým délkovým měřidlem s přesností na milimetr. Další údaje jako aktuální výška hladiny kapaliny nebo poloha, byly zjišťovány z videozáznamu experimentu pomocí rastru v pozadí s velikostí čtverce 1 cm, viz obr. 4.



Obr. 3 Snímek termovizní kamery Obr. 4 Snímek videokamery pro vyhodnocení polohy

Při odečtu polohy bylo políčko na videozáznamu zvětšeno tak, aby odečet byl proveden s přesností na 1 mm. Na snímku je zachycen pták těsně před „napitím“. Všechny uváděné hodnoty změny výšky sloupce kapaliny jsou korigované na svislou polohu ptáka během odečtu.

3. Výsledky měření

3.1. Určení maximální účinnosti η_C

Omezená účinnost transformace tepelné energie na energii mechanickou, která je důsledkem platnosti druhého zákona termodynamiky, je nejčastěji odvozována pro Carnotův cyklus ve tvaru

$$\eta_C = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (1)$$

kde T_1 je teplota ohříváče a T_2 teplota chladiče.

Bohužel, studenti si spojují většinou tuto účinnost s účinností jakéhokoliv cyklu. Fakt, že účinnost Carnotova cyklu je pro daný teplotní rozdíl principiálně nejvyšší možná a že reálná účinnost daného cyklu je většinou podstatně menší jim uniká.

Protože z předběžného rozboru bylo zřejmé, že registrované změny teploty budou v řádu 0,1 °C, tzn. že se budou pohybovat na samé hranici přesnosti nám dostupné a použité experimentální techniky, byl proveden velmi pečlivě odhad výsledné nejistoty získaných výsledků. Pro výsledné hodnoty maximální teploty T_1 v ocase a minimální T_2 v hlavě, změřené bezkontaktním teploměrem, byly získány hodnoty včetně odhadu nejistot

$$T_1 = 295,0(2) \text{ K}, \quad T_2 = 293,0(2) \text{ K}.$$

Dosažením uvedených hodnot do vztahu (1) získáme pro výslednou hodnotu

$$\eta_C = 0,0068(3) \doteq 0,7 \%. \quad (2)$$

4. Určení skutečné účinnosti η

Skutečná účinnost byla určena přímo z definice $\eta = W/Q$, kde W je práce vykonaná systémem a Q teplo systémem přijaté [4]. Vzhledem k tomu, že se dalo předpokládat, že hodnota realizované práce nebude příliš velká,

rozhodli jsme se ji určit dvěma různými metodami: za prvé ze změny polohy těžiště kapaliny, za druhé, trochu netradičně, z p - V diagramu [2]. Pomocí změny hodnoty polohy těžiště Δl_t , jsme hodnotu práce určili pomocí vztahu

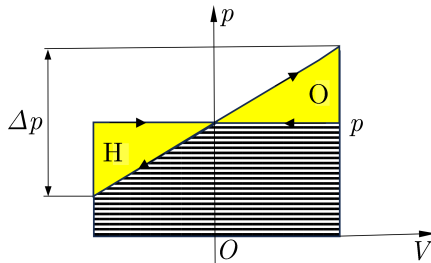
$$W = Mg\Delta l_t, \tag{3}$$

kde M je celková hmotnost použité kapaliny, g tíhové zrychlení a Δl_t změna polohy těžiště celkového tělesa kapaliny.

Hodnota $M = V\rho$ byla získána pomocí geometrických parametrů soustavy, objemu $V = 1,62(27) \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ a hodnoty hustoty použité kapaliny, konkrétně metylenchloridu $\rho = 1,33(05) \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, hodnota byla získána z tabulek. Z naměřených hodnot změn výšky sloupce kapaliny, získaných z videozáznamů, byla pro změnu polohy těžiště získána hodnota $\Delta l_t = 3,3(10) \cdot 10^{-3} \text{ m}$. Dosazením získaných hodnot do vztahu (3) získáme pro práci W hodnotu

$$W = 7,0(22) \cdot 10^{-4} \text{ J}. \tag{4}$$

Z pozorovaného průběhu zkoumaného cyklického procesu byl zkonstruován p - V diagram (viz obr. 5). Cyklus začíná ve středu diagramu odpovídajícímu okamžiku, kdy po „napití“ došlo k propojení objemů plynu v ocasu a hlavě a v systému se ustavil rovnovážný tlak p_0 . Posunem těžiště způsobeném výtokem kapaliny z hlavy, dojde k napřímení ptáka. To způsobí oddělení objemů plynu v hlavě H a ocase O. Následným odpařováním vody z povrchu navlhčeného obalu zobáku, dojde vlivem odběru potřebného skupenského tepla odpařování k poklesu jeho teploty a k následném přestupu tepla z okolního prostředí. V objemu hlavy ptáka H dochází ke snižování teploty, tlaku a vlivem výstupu kapaliny ve spojovací trubici i objemu par v hlavě ptáka.



Obr. 5 p - V diagram cyklu „píjícího ptáka“

Na diagramu je žlutě zobrazena oblast kladné práce vykonané systémem, oblast vyplněná vodorovnými čarami pak oblast záporné práce, zachycující práci okolí a teplo, odevzdané systémem do okolí. Oblast O (ocas), zachycuje i pokles těžiště, v našem případě představuje práci okolí, tj. práci tíhového pole. Na poklesu těžiště se tedy páry použité kapaliny nepodílejí! Kladná práce v prostoru hlavy H, je pak spojena s expanzí plynu při vyrovnávání tlaku po vynoření konce spojovací trubice.

V ocasu O, ve kterém se vlivem smísení s chladnějším plynem z hlavy z předešlého cyklu sníží teplota uzavřených par, dochází k přestupu tepla z okolního prostředí a k zvyšování teploty, tlaku a objemu. Zvyšování sloupce kapaliny ve spojovací trubici vede k posunu těžiště, což vyvolá zvětšování výchylky náklonu ptáka až do okamžiku, kdy je výchylka tak velká, že se zobák ponoří do sklenice s vodou, jeho pórovitý povrch nasaje vodu a zároveň dojde k vynoření spojovací trubice nad hladinu kapaliny uzavřené v ocase. Tím dojde k téměř okamžitému vyrovnání tlaku v hlavě a ocase a k následnému výtoku kapaliny, které vyvolá změnu polohy těžiště, pták se napřímí a začíná nový cyklus.

Počáteční průběh změny teploty, tlaku a objemu můžeme vzhledem k relativně malým hodnotám uvedených parametrů linearizovat. Po napití je následující změna tlaku téměř okamžitá a lze ji v p - V diagramu popsat jako izochorickou změnu tlaku a následující změnu objemu, vyvolanou výtokem kapaliny ze spojovací trubice, jako izobarickou změnu objemu. Celková práce systému je pak v p - V diagramu rovna celkové ploše vzniklých trojúhelníků [2]

$$W = \varrho g S (\Delta l)^2,$$

kde ϱ je hustota použité kapaliny, g tíhové zrychlení, $S = \pi r^2$ plocha průřezu trubice o poloměru $r = 4,0(5) \cdot 10^{-3}$ m a $\Delta l = 3,0(5) \cdot 10^{-2}$ m je rozdíl výšek hladiny kapaliny ve spojovací trubici těsně před a po „pití“. Tyto hodnoty byly zjišťovány z videozáznamů. Pro celkovou práci byla pak získána hodnota

$$W = 5,9(27) \cdot 10^{-4} \text{ J.} \quad (5)$$

I když jsou hodnoty (4) a (5) v řádové shodě a potvrzují fyzikální správnost našich úvah, použijeme pro další výpočet hodnotu (4), která je zatížena o něco menšími chybami.

Dále bylo nutné stanovit velikost přijatého tepla Q . Pro odhad této veličiny jsme vycházeli z následující úvahy: Ptáček pracuje cyklicky, a tedy

hodnota odebraného tepla musí být v následujícím cyklu vykompenzována. Hodnota dodaného tepla musí být tedy minimálně rovna této hodnotě. Hodnota odebraného tepla představuje tak spodní odhad hodnoty celkového dodaného tepla.

Pro odhad hodnoty tepla odebraného z hlavy ptáka byla použita hodnota tepla potřebného k odpaření vody z vodou smočeného zobáku. Při odparu vody sníží odebrané skupenské teplo teplotu vodou nasáklé povrchové vrstvy zobáku tak, že dojde k přestupu tepla z objemu zobáku a hlavy do nasáklé vrstvy zobáku. Hodnotu odebraného tepla tedy zjistíme z množství odpařené vody. Ta byla zjištěna dvojím vážením ptáka pomocí analytických vah – těsně před „napitím“ a těsně po „napití“. Tímto postupem byla získána hodnota hmotnosti odpařené vody $\Delta m = 3,1(2) \cdot 10^{-6}$ kg. Hodnota měrného skupenského tepla výparného při pokojové teplotě $l_v = 2,26(5) \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ byla získána z tabulek [2]. Pro spodní odhad přijatého tepla tak byla získána hodnota

$$Q_v = \Delta m l_v = 7,0(8) \text{ J}$$

a pro výslednou velikost účinnosti hodnota

$$\eta = 1,0(4) \cdot 10^{-5}. \quad (6)$$

Mezi hodnotou (2) získanou pro maximálně účinností η_C a hodnotou (6) skutečné účinnosti η je rozdíl dvou řádů! Skutečná hodnota účinnosti je v řádu jednotek procenta možné maximální hodnoty.

5. Něco navíc pro zájemce

Z mechanického hlediska (viz obr. 6), představuje soustava „píjícího ptáka“ fyzikální kyvadlo s časově proměnnou délkou závěsu $l(t)$, tj. časově proměnnou vzdáleností mezi bodem závěsu O a polohou těžiště T a s tím spojenou časovou změnou momentu setrvačnosti $J(t)$.

Jak lze usoudit z průběhu naměřených časových změn výšky sloupce kapaliny, lze při konstrukci pohybové rovnice předpokládat, že časovou závislost změny délky závěsu $l(t)$ závislou na výstupu sloupce kapaliny a s tím související časovou změnu momentu setrvačnosti $J(t)$, můžeme popsat v prvním přiblížení lineárními vztahy $l(t) = l_0(1 - bt)$ a $J(t) = J_0(1 - 2at)$.

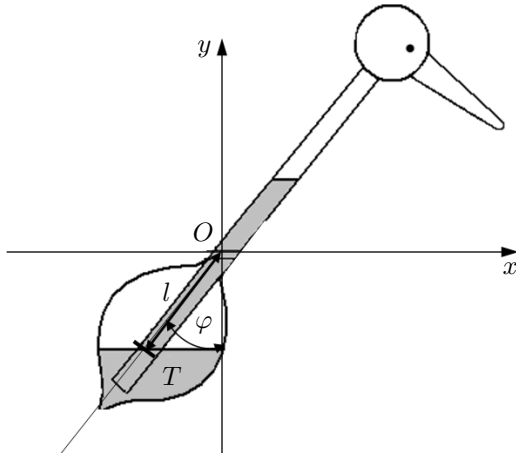
Pomocí postupů odvozených z teoretické mechaniky [3, 4, 5] a po jednoduchých úpravách dostaneme výslednou pohybovou rovnicí „ptáka“ ve tvaru

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{2a}{1-2at} \frac{d\varphi}{dt} + \omega^2\varphi = 0, \quad \omega^2 = \frac{mgl(t)}{J(t)},$$

kde byl použit pro malé změny úhlu φ přibližný vztah $\sin \varphi \approx \varphi$. Výsledné řešení uvedené diferenciální rovnice má pak tvar

$$\varphi(t) = C_1 J_0 \left(\omega t - \frac{\omega}{2a} \right) + C_2 N_0 \left(\omega t - \frac{\omega}{2a} \right), \quad (7)$$

kde $J_0(x)$ a $N_0(x)$ jsou Besselovy funkce 1. a 2. druhu nultého řádu a C_1, C_2 integrační konstanty, jejichž hodnota je určena počátečními podmínkami.

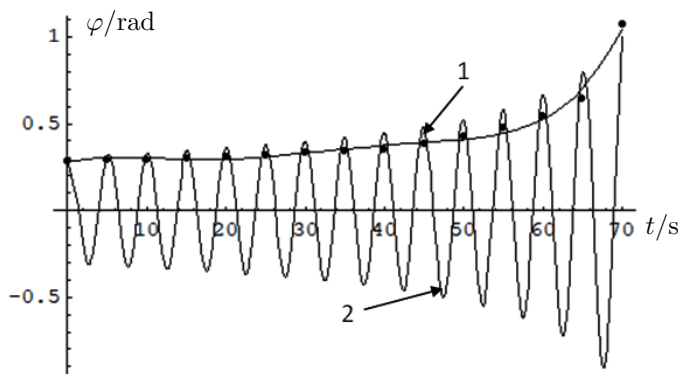


Obr. 6 Soustava souřadná pro popis systému „píjícího ptáka“

Soustava „píjícího ptáka“ koná tedy přibližně harmonický pohyb se zvětšující se amplitudou s úhlovou frekvencí

$$\omega = \sqrt{mgl_0/J_0}.$$

Na obr. 7 jsou zobrazeny naměřené časové hodnoty maximálních výchylek úhlu φ spolu s teoreticky vypočteným časovým průběhem úhlu φ dle vztahu (7) během jednoho cyklu. Metodou iterací byly pro parametry ω a a získány hodnoty $\omega = 1,26548 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ a $a = 6,6\cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. Vzhledem k použitému zjednodušení je získaný matematický model v přijatelné shodě s výsledky experimentu.



Obr. 7 Časový průběh změn úhlu odklonu (1 – experiment, 2 – teorie)

Závěr

Cílem příspěvku bylo ukázat studentům, že pochopit a objasnit činnost i zařízení, na první pohled nikterak složitého, v souladu se zákony fyziky, není vždy jednoduché a vyžaduje i hlubší úvahu a zamyšlení. O trvajícím zájmu o fyzikální princip této hračky svědčí i řada časopiseckých publikací (např. [7]–[15]). V uvedeném případě bylo pak velmi zajímavé a podnětné, jak si spoluautorka, studentka učitelství, poradila, a nakonec vyřešila problémy spojené s nutností získat za daných podmínek a pomocí dostupné měřicí techniky všechny potřebné údaje.

Literatura

- [1] *OPENAI. Bing Chat Version. 2024-01-12.* Bing Chat: Píjící pták [cit. 2024-01-13]. Dostupné z: Skype, Bing.
- [2] *Kalčík, J.:* Technická termodynamika. ČSAV, Praha, 1963.
- [3] *Dardová I.:* Účinnost tepelných strojů, II. princip termodynamický. Diplomová práce, Přírodovědecká fakulta Ostravské univerzity, Ostrava, 2005.
- [4] *Kvasnica, J.:* Termodynamika. SNTL, Praha, 1965.
- [5] *Landau, L. D., Lifšic, E.M.:* Mechanika. Nauka, Moskva, 1965.
- [6] *Feymann, R., P., Leighton, R., B., Sands, M.:* Feymannove přednášky z fyziky, díl 2. Alfa, Bratislava, 1990.

- [7] *Frank, D. L.*: The drinking bird and the scientific method. *J. Chem. Edu.*, roč. 50 (1973), č. 3, s. 211. DOI [10.1021/ed050p211](https://doi.org/10.1021/ed050p211).
- [8] *Gaines, J. L.*: Dunking Duck. *Am. J. Phys.*, roč. 27 (1959), č. 3, s. 189–190. DOI [10.1119/1.1934801](https://doi.org/10.1119/1.1934801).
- [9] *Güémez, J. – Valiente, R. – Fiolhais, C. – Fiolhais, M.*: Experiments with the drinking bird. *Am. J. Phys.*, roč. 71 (2003), č. 12, s. 1257–1263. DOI [10.1119/1.1603272](https://doi.org/10.1119/1.1603272).
- [10] *Kolb, K. B.*: „Reciprocating“ engine. *The Physics Teacher*, roč. 4 (1966), č. 3, s. 121–122. DOI [10.1119/1.2350941](https://doi.org/10.1119/1.2350941).
- [11] *Lily, M. Ng. – Yvonne S. Ng.*: The thermodynamics of the drinking bird toy. *Phys. Educ.*, roč. 28 (1993), č. 5, s. 320. DOI [10.1088/0031-9120/28/5/014](https://doi.org/10.1088/0031-9120/28/5/014).
- [12] *Lorenz, R.*: Finite-time thermodynamics of an instrumented drinking bird toy. *American Journal of Physics*, roč. 74 (2006), č. 8, s. 677–682. DOI [10.1119/1.2190688](https://doi.org/10.1119/1.2190688).
- [13] *Mentzer R.*: The drinking bird – The little heat engine that could. *The Physics Teacher*, roč. 31 (1993), č. 2, s. 126–127. DOI [10.1119/1.2343682](https://doi.org/10.1119/1.2343682).
- [14] *Miller, J. S.*: Physics of the Dunking Duck, *Am. J. Phys.*, roč. 26 (1958), č. 1, s. 42–43. DOI [10.1119/1.1934601](https://doi.org/10.1119/1.1934601).
- [15] *Plumb, R., Wagner, R. E.*: Physical chemistry of the drinking duck. *J. Chem. Edu.*, roč. 50 (1973), č. 3, s. 213. DOI [10.1021/ed050p213.1](https://doi.org/10.1021/ed050p213.1).

Nepřímé měření výstupního napětí Van de Graaffova generátoru

ČENĚK KODEJŠKA

Gymnázium, SOŠ a VOŠ, Komenského 77, Nový Bydžov

Van de Graaffův generátor (VdGG) je znám mezi učiteli fyziky především jako demonstrační nástroj pro vytvoření viditelného jiskrového výboje mezi koulí VdGG a menší vybíjecí koulí s plastovým držadlem. Velmi