

- [4] *Skalková, J.*: Obecná didaktika. Grada, Praha, 2007.
- [5] *Zelina, M.*: Aktivizácia a motivácia žiakov na vyučovaní. Metodické centrum, Banská Bystrica, 2002.
- [6] *Maňák, J., Švec, V.*: Výukové metody. Paido, Brno, 2003.
- [7] *Kotrba, T., Lacina, L.*: Praktické využití aktivizačních metod ve výuce. Společnost pro odbornou literaturu, Brno, 2007.
- [8] *Keogh, B., Naylor, S.*: Concept Cartoons in Science Education. Millgate House Publishers, 2000.
- [9] *Sukeľová, T.*: Concept cartoons vo vyučovaní fyziky. Bachelor thesis, Comenius University, FMFI, Bratislava, 2019.
- [10] *Sukeľová, T.*: Podnecovanie diskusie zaradením pojmových komiksov [Master's thesis, Comenius University]. FMFI, Bratislava, 2021.
- [11] *Kalhous, Z. a kol.*: Školní didaktika. Portál, Praha, 2002.
- [12] *Nicholson, S.*: Peeking Behind the Locked Door: A Survey of Escape Room Facilities. 2015. <https://scottnicholson.com/pubs/erfacwhite.pdf>
- [13] *Cardinot, A., McCauley, V., Fairfield, J.*: Designing physics board games: a practical guide for educators. Physics Education, 57(3) (2022), s. 1–12.
- [14] *Dziob, D.*: Board Game in Physics Classes—a Proposal for a New Method of Student Assessment. ResSciEduc, 50, 2020, s. 845–862.

# Skrytý význam druhého ohniska eliptické dráhy Měsíce

VLADIMÍR ŠTEFL

Přírodovědecká fakulta MU, Brno

První Keplerův zákon [1] uvádí, že v jednom ze dvou ohnisek eliptické dráhy se nachází centrum přitažlivosti. Co se však nalézá v druhém ohnisku? Většinou se spokojujeme s odpovědí, že jde pouze o geometrický bod, který nemá žádný fyzikální význam. To se týká pouze případu ideálních sférických kosmických těles, v reálných situacích u nepravidelných těles tato představa není správná.

Keplerovy zákony neplatí pouze pro planety obíhající kolem Slunce, ale pro libovolné soustavy těles v poli centrálních gravitačních sil, tedy také pro měsíce oklopující planety Sluneční soustavy. Poměrně početná skupina z nich se vyznačuje jednostranně vázanou rotací, periody jejich rotací kolem vlastních os jsou shodné s dobami oběhů. Jsou to měsíce Marsu Phobos a Deimos, měsíce Jupiteru Io, Europa, Ganymed a Callisto, Amalthea, měsíce Saturnu Tethys, Dione, Rhea, Japetus a Titan, měsíce Uranu Miranda, Ariel, Titania, Oberon či měsíce Neptunu Triton a Proteus. Nejdelší osy elipsoidů těles měsíců směřují k prázdnému druhému ohnisku jejich eliptických drah. To leží uvnitř mateřských planet, proto zvláštní fyzikální význam situace u zmiňovaných měsíců nemá.

Jiné to je u soustavy Země-Měsíc, kterou rozebereme podrobněji. Vzhledem k poměru hmotností Země a Měsíce 81,3 : 1 se barycentrum nalézá v tělese Země. Zjednodušeně proto uvádíme, že Měsíc obíhá kolem Země. V prvním přiblížení se pohybuje po eliptické dráze s numerickou excentricitou  $e = 0,0549$ . Soustava je unikátní v tom, že druhé ohnisko leží mimo Zemi, více než tři průměry od ní, vzdálenost ohnisek měsíční dráhy činí 42 207 km. Pro úplnost připomínáme, že perioda rotace Měsíce je souhlasná s dobou jeho oběhu po dráze kolem Země.

Výklad fyzikální stránky začneme nejprve interpretací astronomického pozorování složitého pohybu Měsíce v historii. Italský fyzik a astronom Galileo Galilei (1564–1642; obr. 1) zjistil při sledování Měsíce dalekohledem, že není přesně natočen k Zemi stále stejnou stranou, v dopise [2] napsal: „...otáčí se nyní trochu doprava a pak trochu doleva.“ Galileo tak objevil v pohybu Měsíce tzv. optickou libraci, v soudobé terminologii libraci v délce. Pozoroval více než 50 % povrchu našeho souputníka, dnes víme že to je zhruba 59 %. Popsaný jev nijak zvlášť výrazně neprezentoval, neboť měl zřejmě s jeho výkladem určité problémy. Galileova principiální koncepce rovnoměrného pohybu nebeských těles po kruhových drahách nebyla v souladu se vznikem librace v délce.

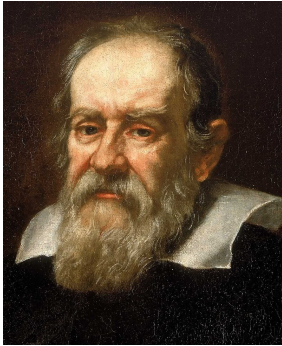
Její vysvětlení podal Johannes Hevelius (1611–1687; obr. 2) roku 1647 v [3]. Objasnil jev jako důsledek nerovnoměrného pohybu Měsíce po eliptické dráze a jeho rovnoměrné rotace kolem vlastní osy.

Na základě zpracování dlouhodobého pozorování Měsíce publikoval Giovanni Domenico Cassini (1625–1712; obr. 3) r. 1693 své tři empirické zákony, týkající zákonitostí optické librace Měsíce [4]:

1. Měsíc rotuje od západu k východu kolem své polární osy rovnoměrně s periodou rotace souhlasnou s dobou oběhu kolem Země.

2. Rovina rovníku Měsíce zůstává konstantní a zachovává stejný úhel sklonu k ekliptice, tj. k rovině oběhu Země kolem Slunce.
3. Rovina vytvořená z normály k rovině ekliptiky a normály k rovině oběžné dráhy Měsíce obsahuje rotační osu Měsíce

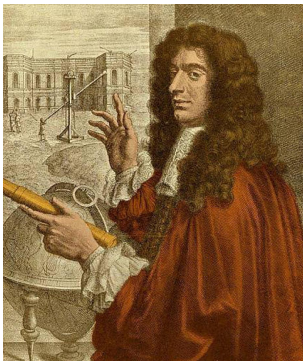
Zákony představují zjednodušený model oběžného pohybu Měsíce po eliptické dráze podléhající rovnoměrné precesi. Měsíc byl předpokládán jako rotující tuhé tělesa. Shrnuto popisují optickou libraci jako součet dvou rovnoměrných pohybů, které jsou synchronizovány s periodou rotace a precesí dráhy Měsíce. Třetí zákon je pozoruhodný tím, že tři roviny – ekliptiky, rovníku Měsíce a jeho dráhové roviny – se protínají v jedné přímce. Při tom dvě z nich jsou pohyblivé.



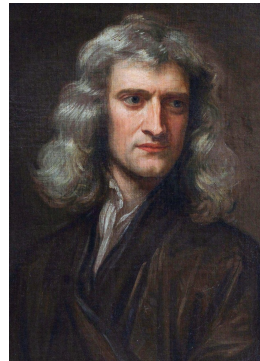
Obr. 1 (zdroj: Wikipedie)



Obr. 2 (zdroj: Wikipedie)



Obr. 3 (zdroj: Wikipedie)



Obr. 4 (zdroj: Wikipedie)

Koncem sedmnáctého století již bylo známo, že Měsíc nemá přesně sférický tvar a tudíž jeho těleso se kývá. Touto skutečností se zabýval Isaac Newton (1643–1727; obr. 4), který v třetí knize Principií [5] provedl výklad optické librace v délce a šířce. V sedmnácté větě patnácté poučce uvedl: „...stejná strana Měsíce bude vždy natočena velmi blízko směru na vzdálenější ohnisko jeho dráhy ...jedná se o libraci v délce.“ Newton dospěl k závěru, že Měsíc je stále natočen ve směru k druhému ohnisku jeho dráhy. Ve skutečnosti proces optické librace probíhá spojitě, velká osa tělesa Měsíce vykonává kývavé pohyby kolem směru k prázdnému ohnisku.

V důsledku třicáté osmé věty se Newton vyjádřil takto: „... probíhá to, že ze Země pozorujeme vždy jednu a tutéž stranu Měsíce, v jiné poloze by se těleso Měsíce nemohlo nacházet v klidu, ale neustále by se k této poloze vracelo při kývání. Ale toto kývání při působících malých silách je velmi pomalé, tak že strana, která musí být stále otočena k Zemi by mohla být otočena k druhému ohnisku měsíční dráhy (z příčin ukázaných v sedmnácté větě) bez toho, že by byla ihned navracena do směru k Zemi.“ Zde je vyjádření Newtona nejasné a nejednoznačné, hlubší interpretace podávána není. Jak by se těleso Měsíce mohlo současně natáčet do obou ohnisek od sebe vzdálených? Newton však zřetelně upozornil na existenci malého kývání Měsíce kolem jeho středu hmotnosti, což je považováno za předpověď dynamické – fyzické librace [6, 7].

Později Joseph Louis Lagrange (1736–1813; obr. 5) získal r. 1764 cenu Francouzské akademie věd za řešení problematiky pohybu Měsíce. Ve své teorii [8] upřesnil tvar jeho tělesa na trojosý elipsoid, jehož největší osa směřuje k Zemi. Odklon reálného pohybu Měsíce od Cassiniho zákonů se v jeho úvahách promítl do kývání Měsíce kolem určité střední polohy, jednalo se o fyzickou libraci.

Následně Pierre Simon Laplace (1749–1827; obr. 6) rozvíjel výklad pohybu Měsíce vytvořením již ucelené teorie fyzické librace [9]. Potvrdil závěry Lagrange a doplnil hypotézu kývání Měsíce vzhledem k rovnovážné poloze. Proces kývání rozložil na dvě složky. První z nich popisovala to, že směr hlavní osy setrvačnosti Měsíce v důsledku optické librace se odklání od směru k Zemi, přitažlivost Země má snahu ji vrátit do původní polohy. Druhá složka zachycovala okolnost, že Měsíc v době formování a evoluce změnil svůj původně sféricko-symetrický tvar. Prvotní kývání tělesa Měsíce kolem rovnovážné polohy bylo postupně zbrzdováno, až jeho perioda rotace byla rovna době oběhu kolem Země. Laplace zjistil, že doba kývání závisí na hlavních momentech setrvačnosti tělesa Měsíce.



JOSEPH LOUIS LAGRANGE.



Obr. 5 (zdroj: Wikipedie) Obr. 6 (zdroj: Wikipedie)

Přejdeme k soudobé interpretaci pohybů tělesa Měsíce. Optická librace v délce vede k sledovanému kývání až  $\pm 7^{\circ}54'$  pro pozorovatele na Zemi s periodou anomalistického<sup>1)</sup> měsíce 27,55 dne. Na vzhled Měsíce má vliv rovnoměrná rotace kolem vlastní osy, nerovnoměrný pohyb po eliptické kolem Země. Při rovnoměrné rotaci Měsíce bychom pozorovali pouze jednoduchý jev optické librace v délce. Její zásluhou se těleso Měsíc mírně natáčí k Zemi jednou východním a podruhé západním okrajem. Druhý způsob kývání, optická librace v šířce, s periodou drakonického<sup>2)</sup> měsíce 27,21 dne, se uskutečňuje proto, že rovník Měsíce svírá s ekliptikou úhel  $1^{\circ}31'$  a současně dráhový sklon Měsíce k ekliptice činí  $5^{\circ}9'$ . Tedy sklon rovníku Měsíce pro pozorovatele na Zemi se pohybuje v mezích  $\pm 6^{\circ}40'$ . Sklon měsíční dráhy k ekliptice vyvolává libraci v šířce, nevelké kývání nahoru a dolů. V průběhu pohybu Měsíce po jeho dráze nesměruje v průměru za periodu hlavní osa setrvačnosti měsíčního tělesa k hmotnému středu soustavy Země–Měsíc, nýbrž uskutečňuje kývání ve směru prázdného ohniska měsíční dráhy, jehož parametry propočítal Kondratyev [10].

Na pozadí dominantní optické librace v délce probíhá fyzická librace. Jde o malé reálné kývání tělesa Měsíce vzhledem ke středu hmotnosti. Je způsobené gravitační interakcí hlavně se Zemí, Sluncem, ale i s ostatními kosmickými tělesy. Problematika výzkumu jevu je těsně spojena s tvarem Měsíce a s jeho hlavními momenty setrvačnosti. Fyzická librace je vyvolávána a udržována odklonem výběžků tělesa od přesného směru k Zemi. Její amplituda závisí na stupni „protáhlosti“ Měsíce ve směru k Zemi, přesněji

<sup>1)</sup>Doba mezi dvěma po sobě následujícími průchody Měsíce perigeem eliptické dráhy.

<sup>2)</sup>Doba mezi dvěma po sobě následujícími průchody Měsíce výstupným uzlem dráhy.

na tzv. *mechanické eliptičnosti*, určované parametrem

$$f = \frac{B(C - B)}{A(C - A)},$$

kde  $A$ ,  $B$ ,  $C$  jsou hlavní momenty setrvačnosti Měsíce. Amplituda kývání pozorovaná ze Země dosahuje  $0,2''$ , tudíž je i malá jistota určení hodnoty  $f$  z pozorování. Výzkumy vedly ke stanovení tzv. kritické hodnoty

$$f \doteq 0,60-0,73.$$

S výzkumem fyzické librace souvisí tzv. dynamická metoda určování tvaru Měsíce. Na základě znalosti rozložení hustot a tlaků ve vrstvách v nitru Měsíce jsou propočítávány hlavní momenty setrvačnosti tělesa Měsíce vstupující do parametru  $f$ . Odtud jsou následně stanovovány hodnoty polárního a rovníkového poloměru.

Soudobé představy o fyzické libraci Měsíce vycházejí z rozdílnosti středu hmotnosti s geometrickým středem tělesa. Spojnice obou směřuje k druhému ohnisku a uskutečňuje kolem něho nevelké kývání, jak jsme již konstatovali. Původní osa tělesa Měsíce směřující k Zemi byla před ztuhnutím polotekuté matérie vlivem slapových sil prodloužena. Jádro Měsíce se zformovalo v minulosti v průběhu gravitační diferenciace, střed hmotnosti Měsíce se posunul směrem k Zemi v důsledku asymetrie působících slapových sil. Došlo tak k vychýlení polohy hmotného středu Měsíce. Země svou přitažlivostí ho navracela do původního stavu.

Moderní metody studují kývavý pohyb tělesa Měsíce v prostoru rozložený do tří os. Dynamický jev fyzické librace je zkoumán prostřednictvím pozorování, jakož i teoretickými metodami výpočtu gravitačního potenciálu Měsíce. Na jeho povrchu umístěné seismografy umožňují studovat jeho vnitřní strukturu. Laserová lokace Měsíce založená na systému odražečů výrazně zpřesnila vzdálenosti. Obě uvedené metody poskytly spolehlivé parametry kývání jeho tělesa a vedly k určení hlavních momentů setrvačnosti. Zjednodušený počáteční teoretický model předpokládal rotaci tuhého tělesa Měsíce ve vnějším silovém poli, vytvářeném gravitací Země a Slunce. Tato představa neobjasnila úplně pozorování, předpokládala nulové zpoždování efektů, což však nebylo potvrzeno. Ze závěrů studia šíření seismických vln v tělese Měsíce vyplývá, že v hloubce přibližně 1 000 km se již vrstva nechová jako pevná látka nýbrž jako plastická polotekutá matérie. Tato vrstva leží na rozhraní povrchová kůra–vnější jádro. Teoretické výpočty fyzické librace Měsíce proto nyní vycházejí z modelu složeného

z uvedených dvou vrstev. V posledních letech pozorované aktivní procesy na povrchu Měsíce by mohly dosvědčovat existenci zmiňované polotekuté vrstvy.

Článek poskytuje materiál pro doplnění výkladu Keplerova eliptického zákona. Je v něm popsána stručná historie poznávání složité problematiky pohybů tělesa Měsíce, s kterou je spojena utajená a méně známá úloha druhého prázdného ohniska jeho eliptické dráhy. Připomínáme, že základní vlastnosti Měsíce a jeho význam pro Zemi byly již dříve popsány v článku [11].

## Literatura

- [1] *Kepler, J.*: Astronomia Nova AITIOΛOΓHTOΣ seu physica cœlestis, tradita commentariis de motibus stellæ Martis ex observationibus G. V. Tycho-nis Brahe. Heidelberg, 1609.
- [2] *Galilei, G.*: Lettera di Galileo Fulgenzio Micanzio Venezia 7. 11. 1637. Le opere di Galileo vol. XVII. 3595. Tipografia Barbera, Firenze, 1906.
- [3] *Heveliusz, J.*: Selenographia:sive Lunae description. Danzig, 1647.
- [4] *Cassini, G. D.*: Traité de l'origine et du progress de l'astronomie et de son usage dans la geographie et dans la navigation. Paris, 1693.
- [5] *Newton, I.*: The Principia – Mathematical Principles of Natural Philosophy. University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London, 1999 (anglický překlad Cohen, I. B., Whitman, A).
- [6] *Kondratyev, B. P.*: Ob odnoj nětočnosti Isaaka Njutona. Kvant 40 (2009), č. 5, s. 38–41.
- [7] *Kopal, Z.*: Physics and Astronomy of the Moon. 2. vyd., Academic Press, New York and London, 1971.
- [8] *Lagrange, J. L.*: Recherches sur la libration de la Lune. Ouevres de Lagrange, vol.5, s. 5. Paris, 1766.
- [9] *Laplace, P. S.*: Traité de mécanique céleste tome 3. De L'Imprimerie de Crapelet. Chez J. B. M. Duprat, Paris, 1802.
- [10] *Kondratyev, B. P.*: The Deviation of the Lunar Center of Mass to the East of the Direction Toward the Earth. A Mechanism Based on Orbital Evolution. Astronomy Reports 62 (2018), č. 8, s. 542–550.
- [11] *Štefl, V.*: Měsíc ve školní výuce. Matematika-fyzika-informatika, roč. 24 (2015), č. 5, s. 357–370.