Příloha časopisu

MATEMATIKA – FYZIKA – INFORMATIKA

Ročník 33 (2024), číslo 4

Úlohy I. kola (domácí část) 66. ročníku FO (kategorie A–G)

http://fyzikalniolympiada.cz/

Úlohy 1. kola 66. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

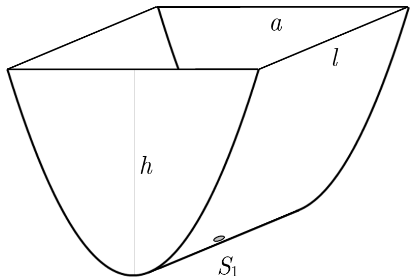
Není-li uvedeno jinak, v úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Pohyb hladiny ve žlabu

Žlab má výšku h, délku l a horní šířku a. Přední a zadní stěnu žlabu tvoří navzájem rovnoběžné plošné útvary ohraničené parabolou a vodorovnou úsečkou. Ve dně je malý otvor o obsahu S_1. Žlab je zcela naplněn vodou.

a) Určete dobu výtoku T vody ze žlabu.

b) Určete potenciální tlakovou energii E_p vody ve žlabu.



Obr. 1

Vodu považujte za ideální kapalinu.

2. Bílý trpaslík

Nejjasnější hvězdou na noční obloze je Sirius v souhvězdí Velkého psa (astronomicky řečeno Alfa Canis Majoris). Jde o dvojhvězdu, přičemž menší z hvězd je bílý trpaslík, Sirius B. Jde o hvězdu s velmi vysokou hustotou, která vznikla gravitačním kolapsem původní hvězdy. Hmotnost Siria B je $M = 2{,}02 \cdot 10^{30}$ kg, poloměr $R = 5\,600$ km a povrchová teplota $T = 25 \cdot 10^3$ K.

a) Určete střední hodnotu hustoty ρ hvězdy Sirius B.

b) Bílého trpaslíka lze považovat za absolutně černé těleso. Určete vlnovou délku λ_m záření, pro kterou je spektrální hustota vyzařování maximální. Které části spektra tato vlnová délka odpovídá?

c) Bílý trpaslík nemá vlastní zdroj energie (termonukleární reakce ve hvězdě vyhasla), a proto se jeho teplota postupně snižuje. Odhaduje se, že průměrná teplota Siria B poklesne o $\Delta T = 100$ K za dobu $\tau = 400$ milionů let. Určete střední hodnotu měrné tepelné kapacity c Siria B.

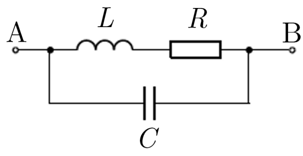
   Jádro hvězdy Sirius B je tvořeno převážně uhlíkem a kyslíkem. Hvězda má však velmi tenkou atmosféru, která obsahuje převážně vodík. Přítomnost vodíku byla zjištěna spektrální analýzou světla přicházejícího z hvězdy. Při analýze spektra byl zjištěn gravitační červený posun vlnové délky záření. Světlo vodíkové výbojky obsahuje spektrální složku s vlnovou délkou $\lambda_0 = 486$ nm.

d) Určete relativní změnu $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ vlnové délky uvedené vodíkové spektrální čáry světla Siria B vyzařovaného atmosférou hvězdy a pozorovaného pozemským spektroskopem, která je způsobena překonáním gravitačního pole hvězdy.
Nápověda: Od Louise de Broglieho víme, že foton má hybnost. Přiřaďte fotonu ekvivalentní hmotnost a zkoumejte jeho pohyb v gravitačním poli hvězdy.

Konstanta Wienova zákona $b = 2{,}89 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}$, Stefan–Boltzmannova konstanta $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$, gravitační konstanta $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$, rychlost světla ve vakuu $c = 3{,}00 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

3. Vysokofrekvenční vlastnosti rezistoru

Základní vlastností rezistoru je elektrický odpor R. Když rezistorem prochází elektrický proud, vzniká v jeho okolí magnetické pole, které popisuje indukčnost L. Mezi svorkami rezistoru je napětí, tzn. v okolí rezistoru vzniká elektrické pole, které popisuje kapacita C. Funkci rezistoru v elektrickém obvodu znázorňuje náhradní schéma na obrázku 2.



Obr. 2

a) Podle náhradního schématu na obr. 2 představuje rezistor paralelní rezonanční obvod. Určete rezonanční frekvenci f_0 tohoto obvodu a podmínku její existence.

b) Posuďte, při jakých frekvencích má rezistor vlastnosti ideálního rezistoru, při jakých frekvencích má induktivní a při jakých kapacitní vlastnosti. Svoje tvrzení zdůvodněte.

K svorkám A, B rezistoru připojíme zdroj harmonického elektrického napětí s efektivní hodnotou U a frekvencí f.

c) Nakreslete fázorový diagram obvodu. Určete fázový posuv φ mezi napětím a proudem.

d) Určete činný výkon P zdroje napětí.

Řešte nejprve obecně a pak pro hodnoty $R = 600\ \Omega$, $L = 2{,}0\ \mu\mathrm{H}$, $C = 3{,}0\ \mathrm{pF}$, $U = 12\ \mathrm{V}$, $f = 80\ \mathrm{MHz}$.

4. Polonium

Laboratorní vzorek obsahuje 1,000 00 mg radioaktivního izotopu polonia 210.

a) Určete složení jádra atomu polonia a porovnejte hmotnost určenou jako součet hmotnosti protonů a neutronů se skutečnou hmotností jádra atomu m_{Po}, která je $209{,}936\,79 m_u$.

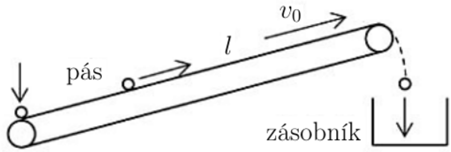
b) Určete vazebnou energii jádra polonia 210.

c) Po 50 dnech zbylo ve vzorku ještě $2{,}231 \cdot 10^{18}$ atomů polonia. Napište rovnici reakce, určete poločas rozpadu polonia T a počáteční aktivitu vzorku A_0. Za jakou dobu bude ve vzorku ještě 10 % atomů původního izotopu?

Atomová hmotnostní konstanta $m_u = 1{,}660\,539 \cdot 10^{-27}$ kg. Klidová hmotnost protonu $m_p = 1{,}672\,62 \cdot 10^{-27}$ kg, neutronu $m_n = 1{,}674\,93 \cdot 10^{-27}$ kg. Rychlost světla ve vakuu $c = 2{,}997\,92 \cdot 10^8$ m · s^{-1}, elementární náboj $e = 1{,}602\,18 \cdot 10^{-19}$ C, hmotnost elektronu $m_e = 9{,}109\,38 \cdot 10^{-31}$ kg.

5. Kulička na běžícím pásu

Gumový pás dopravníku s délkou l a úhlem sklonu α vzhledem k vodorovné rovině se pohybuje směrem nahoru rychlostí v_0, viz obr. 3. Na dolní okraj pásu položíme homogenní kuličku. Kulička má nulovou počáteční rychlost v a nulovou úhlovou rychlost ω. Statický součinitel smykového tření mezi kuličkou a pásem je f.



Obr. 3

a) Nakreslete obrázek kuličky na pásu za předpokládu, že pás kuličku unáší. Vyznačte v něm všechny síly, které na kuličku působí.
b) Určete podmínku, při které by se kulička položená na stojící pás pohybovala dolů valivým pohybem (bez prokluzování). Určete zrychlení a hmotného středu kuličky při tomto valivém pohybu.
c) Určete podmínku, která musí být splněna, aby se kulička položená na pásu začala pohybovat po běžícím pásu směrem nahoru.
d) Odvoďte vztah pro vzdálenost d od dolního konce pásu, do které se kulička na pásu dostane.
e) Sestrojte graf závislosti vzdálenosti d jako funkce úhlu α pro hodnoty $v_0 = 2{,}0$ m · s^{-1} a $f = 0{,}25$. Z grafu určete úhel sklonu α, při kterém kulička dosáhne horního konce pásu s délkou $l = 80$ cm a spadne do zásobníku.

Moment setrvačnosti koule vzhledem k ose procházející jejím středem je $I = \frac{2}{5}mR^2$, kde m je hmotnost koule a R její poloměr.

6. Praktická úloha: Měření ohniskové vzdálenosti čočky Besselovou metodou

Předmět (např. svíčku) a stínítko postavíme kolmo k optické ose tenké spojky tak, aby jejich vzájemná vzdálenost byla l. S výhodou k tomu můžeme využít optickou lavici z některé ze školních sad. Budeme-li pohybovat čočkou po optické ose v prostoru mezi předmětem a stínítkem, vytvoří se za určitých podmínek ostrý obraz při dvou polohách čočky.

a) Stanovte, jakou podmínku musí splňovat poměr $\dfrac{l}{f}$, aby toto bylo splněno.
b) Odvoďte vztahy pro výpočet poloh čočky a_1, a_2, aby oba obrazy byly ostré.

c) Označme $d = |a_1 - a_2|$. Dokažte, že pro ohniskovou vzdálenost čočky platí

$$f = \frac{l^2 - d^2}{4l}.$$

d) Proveďte vlastní měření l a d pro danou tenkou spojnou čočku. Pak proveďte výpočet ohniskové vzdálenosti čočky. Měření proveďte pro pět různých vzdáleností l, k nimž pak odměříte příslušná d.

7. Stlačování ideálního plynu

Ideální plyn pomalu přechází ze stavu A do stavu B procesem, který je v p-V diagramu znázorněn přímkou, vytínající na osách V a p úseky V_0 a p_0 (obr. 4). Plyn má v počátečním stavu A objem $V_A = \frac{V_0}{4}$ a teplotu T_A. V konečném stavu B má objem $V_B = \frac{3V_0}{4}$. Molární tepelná kapacita C_{Vm} plynu je $\frac{5R}{2}$, kde R je univerzální plynová konstanta. Pomocí zadaných hodnot určete:

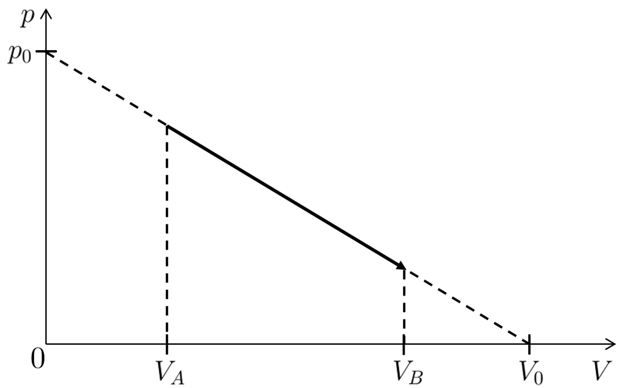
a) Tlak a teplotu plynu po dosažení objemu V, $V_A \leq V \leq V_B$.

b) Teplo Q, které z okolí přejde do plynu během přechodu $V_A \to V$.

c) Během expanze plyn nejdříve teplo od okolí přijímá. Od jistého stavu C teplo do okolí naopak předává. Určete objem V_C plynu, při kterém dojde ke změně směru toku tepla.

d) Určete množství tepla, které plyn během celého děje od A do B od okolí přijme, a množství tepla, které svému okolí naopak předá.

Ve výsledných vztazích nahraďte veličinu V bezrozměrným parametrem $x \equiv \frac{V}{V_0}$, $\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}$.



Obr. 4

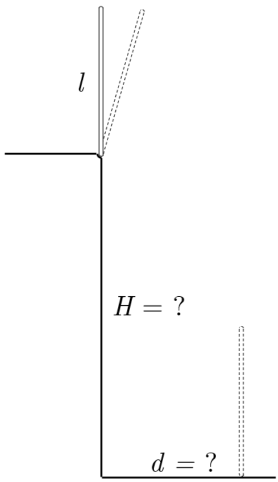
Úlohy 1. kola 66. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

Není-li uvedeno jinak, v úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Padající lať

Stojící tenká homogenní lať délky l se po nepatrném vychýlení ze svislé rovnovážné polohy začne otáčet kolem své opěrné hrany v malé drážce horní plošiny a dopadne na dolní plošinu svým horním koncem ve svislé poloze, tj. po celkovém otočení o 180°. Odpor vzduchu zanedbáme.

Určete výšku H horní plošiny nad dolní plošinou a vzdálenost d místa dopadu od svislé stěny.



Obr. 1

2. RLC Obvod

Ke generátoru střídavého napětí s proměnnou frekvencí a stálým svorkovým napětím $U_0 = 50\,\mathrm{V}$ jsou do série připojeny rezistor o odporu $R = 50\,\Omega$, ideální cívka s indukčností $L = 50\,\mathrm{mH}$ a kondenzátor o kapacitě $C = 20\,\mu\mathrm{F}$.

a) Určete poměr $\dfrac{U_0}{U_R}$ při frekvencích generátoru $f_1 = 100$ Hz, $f_2 = 20$ Hz a $f_3 = 300$ Hz. Jaké bude fázové posunutí mezi napětím a proudem při těchto frekvencích?

b) Při jaké frekvenci f_4 bude na všech třech prvcích napětí o stejné velikosti?

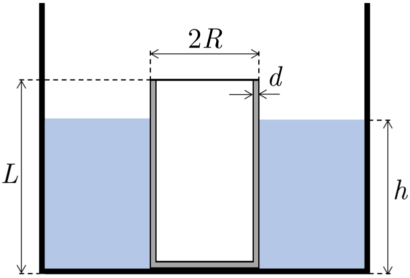
c) Jak musíme změnit kapacitu kondenzátoru (C_1) a frekvenci generátoru (f_5), aby pro poměr napětí na jednotlivých prvcích byl splněn vztah $U_L : U_R : U_C = 2 : 3 : 4$?

Rezistor, cívku a kondenzátor připojíme ke generátoru paralelně.

d) Jaký proud bude procházet obvodem při frekvenci generátoru f_1? Jaké bude fázové posunutí mezi proudem a napětím při této frekvenci?

3. Těžká nádoba

Vnější poloměr široké válcové nádoby, která se nachází v akváriu s mírně hrbolatým dnem je R, její výška je L, tloušťka stěn i dna nádoby je d (obr. 2). Shora je nádoba zakryta těsně přiléhajícím, lehkým a pevným víčkem s poloměrem R. Hmotnost víčka je v porovnání s hmotností nádoby zanedbatelná, tloušťka víčka je rovněž zanedbatelná. Hustota kapaliny v akváriu je ρ, hustota materiálu válcové nádoby je 20ρ.



Obr. 2

a) Jak závisí velikost N síly reakce dna akvária na dno nádoby na výšce h kapaliny v akváriu?

b) Nakreslete graf této závislosti pro $L = R$. Rozlište případy, kdy nádoba zůstane na dně a kdy se ode dna uvolní. Určete, při jaké tloušťce d_0 nastane předěl mezi oběma stavy. V grafu vyznačte důležité body a vyjádřete jejich hodnoty pomocí zadaných veličin.

Poloměr R nádoby je daný, tloušťka d splňuje podmínku $0 < d \leq 0{,}040R$.

4. Voda v bazénu

V bazénu s vodou je zapuštěn ohřívač, který pracuje se stálým tepelným výkonem P a současně měřič teploty, který při dosažení teploty $t_1 = 28°\mathrm{C}$ ohřívač vypne, ale až po době $\tau_1 = 60$ s, takže se voda ohřeje na vyšší teplotu t_2. Při poklesu teploty na teplotu t_1 se ohřívač zapne okamžitě. Doba mezi vypnutím a zapnutím ohřívače je $\tau_2 = 80$ s. Počáteční teplota vody a bazénu a jeho okolí byla $t_0 = 18°\mathrm{C}$. Doba ohřevu z teploty t_0 na teplotu t_1 trvala několik hodin. V bazénu je zajištěno promíchávání vody. Ztrátový výkon P_z (tepelné ztráty do okolí) je přímo úměrný rozdílu teplot vody v bazénu a teploty jeho okolí.

a) Určete poměr výkonu ohřívače a ztrátového výkonu.

b) Jaké nejvyšší teploty dosáhne voda v bazénu v případě, kdy ohřívač nebude možné vypnout?

5. Kulička na niti

Na pevné neroztažitelné niti zanedbatelné hmotnosti je zavěšena kulička hmotnosti m. Kuličku vychýlíme tak, aby nit byla vodorovná, a pustíme. Určete:

a) velikost největší síly, která napíná nit,

b) velikost síly, která napíná nit v okamžiku, kdy nit svírá se svislým směrem úhel $\alpha = 60°$,

c) velikost síly, která napíná nit v okamžiku, kdy zrychlení kuličky má vodorovný směr,

d) úhel β, který svírá nit se svislým směrem v okamžiku, kdy je svislá složka rychlosti kuličky maximální.

Odpor vzduchu zanedbáme. Tíhové zrychlení je g. Výsledky a) – c) vyjádřete jako násobek velikosti tíhy kuličky mg.

6. Praktická úloha: Skákání pružného míčku

Úkoly:

a) Stáhněte si po internetu z adresy `https://www.audacityteam.org/` volně dostupný program Audacity, nainstalujte jej do počítače vybaveného mikrofonem a seznamte se v potřebném rozsahu s jeho ovládáním.

b) Nahrajte zvuky, které vzniknou při skákání pingpongového míčku nebo hopíku puštěného z výšky asi půl metru na podlahu.

c) Ze záznamu určete časy t_1 až t_{11}, ve kterých došlo k prvním 11 odrazům míčku od podlahy, a zapište je do tabulky v Excelu, ve kterém provedete následující výpočty:

odraz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
t/s											
τ/s											—
h/m											—
τ_{i+1}/τ_i										průměr	
										směrodatná odchylka	

d) Vypočítejte doby trvání $\tau_i = t_{i+1} - t_i$ jednotlivých poskoků a ověřte, že tvoří geometrickou posloupnost. Určete její kvocient q.

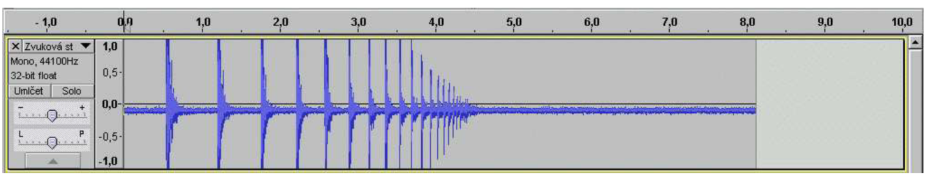
e) Z doby trvání prvního poskoku τ_1 a kvocientu q vypočítejte celkovou dobu poskakování míčku jako součet nekonečné geometrické řady a porovnejte ji s dobou odečtenou ze záznamu.

f) Zdůvodněte, proč kvocient q je roven *koeficientu restituce*, který je definován jako poměr rychlosti po odrazu ku rychlosti při dopadu.

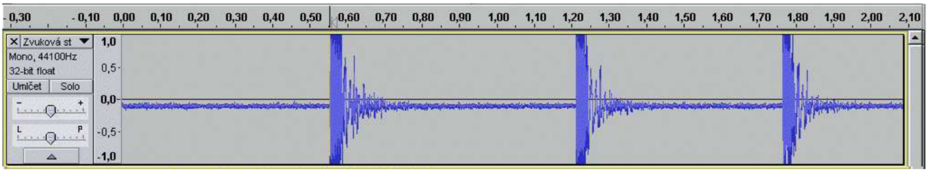
g) Vypočítejte výšky jednotlivých poskoků a sestrojte graf jejich závislosti na pořadí odrazu.

Poznámky k provedení záznamu:

Záznam zvuku spusťte tlačítkem *Nahrávat* a ukončete tlačítkem *Zastavit*. Měli byste získat podobný průběh:



Pomocí tlačítka *Nástroj lupa* roztáhneme graf ve vodorovném směru:



Tlačítkem *Nástoj pro výběr* upravíme kurzor a umístíme jej na záznam prvního odrazu. Po kliknutí se v dolní části obrazovky objeví příslušný čas. Stejně určíme i časy dalších odrazů.

7. Určení Poissonovy konstanty

Pro výpočet Poissonovy konstanty byl proveden následující experiment: V uzavřené nádobě opatřené kohoutem byl plyn, jehož počáteční tlak byl $p_1 = 1{,}060 \cdot 10^5$ Pa a počáteční teplota shodná s teplotou okolí T_0. Pak byl kohout otevřen a při poklesu tlaku na hodnotu atmosférického tlaku v okolí nádoby $p_0 = 1{,}000 \cdot 10^5$ Pa zase uzavřen. Vypuštění plynu proběhlo dostatečně rychle, takže děj uvnitř nádoby můžeme považovat za adiabatický. Teplota přitom poklesla na hodnotu T_1. Po vyrovnání teplot mezi nádobou a jejím okolím znovu na hodnotě T_0 byl v nádobě naměřen tlak $p_2 = 1{,}017 \cdot 10^5$ Pa.

a) Určete poměr $\dfrac{n_2}{n_1}$ množství látky v nádobě po a před vypuštěním plynu.

b) Určete poměr teplot $\dfrac{T_1}{T_0}$.

c) Jaká je hodnota Poissonovy konstanty?

Úlohy 1. kola 66. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie C*

Není-li uvedeno jinak, uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

1. Nepružná srážka

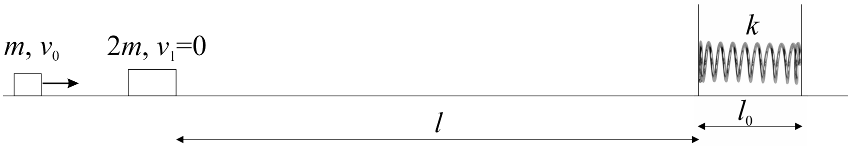
Těleso o hmotnosti $m = 100\,\mathrm{g}$ se pohybuje rychlostí $v_0 = 2{,}0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ po vodorovné hladké podložce a narazí do tělesa dvojnásobné hmotnosti, které je v klidu. Po ujetí vzdálenosti $l = 50\,\mathrm{cm}$ dopadne spojené těleso na nestlačenou, $l_0 = 10\,\mathrm{cm}$ dlouhou pružinu o tuhosti $k = 30\,\mathrm{N{\cdot}m^{-1}}$, jejíž osa je vodorovná (obr. 1).

a) Jakou rychlost v bude mít spojené těleso po nárazu?

b) O jakou vzdálenost x_m se pružina stlačí?

c) Za jakou dobu t po nárazu se spojené těleso vrátí do místa srážky?

d) Jak se změní výsledky, nebude-li část roviny o délce l dokonale hladká a součinitel tření mezi tělesem a podložkou bude $f = 0{,}010$? Rozměry těles jsou v porovnání s délkou l zanedbatelné.



Obr. 1

2. Po proudu nebo proti proudu

Z místa A do místa B se lze dostat pouze motorovou loďkou po úzké řece, jejíž rychlost proudu u je stálá. Loďka s jedním závěsným motorem dopluje z A do B za dobu $t_1 = 60\,\mathrm{minut}$ a se dvěma závěsnými motory za dobu $t_2 = \frac{t_1}{2}$. Tahová síla dvou motorů je dvakrát větší, než tahová síla jednoho motoru. Loďka se pohybuje rovnoměrně a víme, že odporová síla proti pohybu loďky je úměrná druhé mocnině její rychlosti vzhledem k vodě.

a) Jakou rychlostí se vzhledem k vodě pohybuje loďka se dvěma motory, je-li rychlost loďky s jedním motorem vzhledem k vodě v?

b) Které místo leží na řece výše, tedy blíže k jejímu prameni, A nebo B?

c) Jak dlouho bude trvat plavba z B do A loďce s jedním motorem a loďce se dvěma motory?

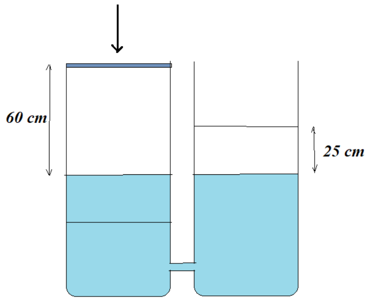
3. Stlačování plynu ve spojených nádobách

Spojené nádoby (obr. 2) jsou tvořeny dvěma válci stejného průřezu $S = 200\,\mathrm{cm^2}$. Voda v nádobách sahá do výšky $h_1 = 60\,\mathrm{cm}$ pod horní okraj nádob. Levou nádobu uzavřeme pístem o zanedbatelné hmotnosti a plyn v ní stlačíme tak, že hladina vody v pravé nádobě stoupne o $h_2 = 25\,\mathrm{cm}$.

a) Určete práci W vykonanou stlačením plynu a teplo Q, které se přitom předá do okolí, probíhá-li děj dostatečně pomalu a můžeme jej považovat za izotermický.

b) Určete práci W vykonanou stlačením plynu, probíhá-li děj tak rychle, že jej můžeme považovat za adiabatický. Jak se přitom změní teplota plynu pod pístem? Předpokládejte, že trubice má dostatečně velký průřez k tomu, aby jí voda protekla za tak krátkou dobu, během níž můžeme děj plynu považovat za adiabatický.

V okolí nádob je vzduch, který můžeme považovat za ideální dvouatomový plyn, atmosférický tlak je $p_1 = 1{,}000 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$, počáteční teplota je $t_1 = 20\,°\mathrm{C}$. Ztráty třením a tlak vodních par nad hladinou můžeme zanedbat. Dále počítejte s těmito konstantami: molární plynová konstanta $R = 8{,}31\,\mathrm{J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1}}$, hustota vody $\varrho = 1000\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$, tíhové zrychlení $g = 9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Při řešení použijte vztah pro vnitřní energii ideálního dvouatomového plynu $U = \frac{5}{2}nRT$ a vztah pro práci plynu při izotermickém ději $W = nRT \ln \frac{V_1}{V_2}$.



Obr. 2

4. Suchý led a voda

Pevný oxid uhličitý (suchý led) je při běžném atmosférickém tlaku látkou, která přechází z pevné fáze přímo do fáze plynné. Jeho měrné skupenské teplo sublimace je $l_s = 590\,\mathrm{kJ{\cdot}kg^{-1}}$ a teplota sublimace $t_s = -79\,°\mathrm{C}$. Molární hmotnost oxidu uhličitého je $M_m = 44 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg{\cdot}mol^{-1}}$. Do kalorimetru s $m_1 = 200\,\mathrm{g}$ vody o teplotě $t_1 = 12\,°\mathrm{C}$ vhodíme kousek suchého ledu o hmotnosti $m_2 = 50\,\mathrm{g}$, který má teplotu $t_s = -79\,°\mathrm{C}$. Suchý led klesne na dno, dojde k bouřlivé reakci, při které se oxid uhličitý rychle mění v páru. Tepelnou výměnu s okolím a teplo, které přijmou bublinky vzniklého plynu před opuštěním kapaliny, můžeme zanedbat.

a) Jaký bude stav soustavy v kalorimetru po ustavení rovnováhy?

b) Jaký objem by zaujal vzniklý plynný oxid uhličitý při tlaku $p_0 = 1{,}000 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$ a teplotě $t_0 = 20\,°\mathrm{C}$?

c) Jak se změní výsledky, dáme-li do kalorimetru za jinak stejných podmínek $m_1 = 700\,\mathrm{g}$ vody?

Měrná tepelná kapacita vody je $c_v = 4200\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_t = 332\,\mathrm{kJ{\cdot}kg^{-1}}$ a molární plynová konstanta $R = 8,31\,\mathrm{J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1}}$.

5. Potápění ledu

Z mrazáku s teplotou $t = -18\,°\mathrm{C}$ vyndáme kostku ledu hmotnosti $M = 1,000\,\mathrm{kg}$, uvnitř které zamrzla malá stříbrná lžička o hmotnosti m. Kostku i se zamrzlou lžičkou vhodíme do velké nádoby s vodou o teplotě $t_0 = 0\,°\mathrm{C}$. Kostka ledu se nejprve ponoří ke dnu, ale po chvíli zase vypluje k hladině. V jakém intervalu hmotností se nachází hmotnost m stříbrné lžičky?

K řešení použijte následující konstanty: hustota stříbra $\varrho_{\mathrm{Ag}} = 10500\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$, hustota vody $\varrho_v = 1000\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$, hustota ledu $\varrho_l = 920\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$, měrná tepelná kapacita ledu $c_l = 2100\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$, měrné skupenské teplo tání ledu $l_t = 332\,\mathrm{kJ{\cdot}kg^{-1}}$. Tepelnou kapacitu stříbrné lžičky můžeme při tepelné výměně zanedbat.

6. Praktická úloha: Měření povrchového napětí

Úkol: Porovnejte povrchové napětí destilované vody a vodného roztoku saponátu

a) metodou kapilární elevace,
b) odtrhovací metodou,
c) kapkovou metodou.

Měření proveďte při teplotě laboratoře. Povrchové napětí saponátového roztoku změřte při různých koncentracích (1:10 000, 1:1 000, 1:100) a výsledky porovnejte. Naměřené povrchové napětí čisté vody porovnejte s hodnotou uvedenou v tabulkách.

Pomůcky: Dvě skleněné kádinky, saponátový prostředek na nádobí (např. Jar), destilovaná voda, kapilára, mikrometr, jehla, milimetrové měřítko, laboratorní váhy, stojan, skleněná trubička s nádobkou a kohoutem, závěsný kroužek (nebo kovový rámeček s nataženým drátkem), stoleček nad misku vah.

Provedení úlohy:

a) *Metoda kapilární elevace* je založena na porovnání tíhy G sloupce kapaliny vystouplé v kapiláře a síly F vyvolané povrchovým napětím, která tento sloupec udržuje v určité výšce nad okolní hladinou (obr. 3):

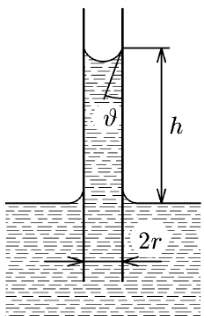
$$G = \pi r^2 h \varrho g\,, \qquad F = 2\pi r\sigma\cos\vartheta\,.$$

Jelikož úhel smáčení $\vartheta < 10°$, můžeme psát

$$\cos\vartheta \approx 1\,, \quad F \approx 2\pi r\sigma\,.$$

Z rovnosti $F = G$ plyne

$$\sigma = \frac{h\varrho g r}{2}\,.$$



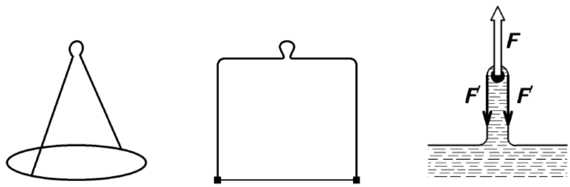
Obr. 3

Do kádinky naplněné zkoumanou kapalinou ponoříme svisle kapiláru, poněkud ji posuneme nahoru a změříme kapilární elevaci h. Průměr kapiláry $2r$ zjistíme pomocí jehly, kterou zasuneme do kapiláry a v místě označeném při okraji kapiláry změříme mikrometrem.

b) *Odtrhovací metoda* je založena na zjištění síly potřebné k odtržení povrchové blány ulpívající na kroužku (či rovném drátku) délky l vytahovaného z kapaliny, která jej smáčí (obr. 4). Kapalinová blána má dva povrchy a působí tedy silou

$$F = 2\sigma l\,,$$

kterou můžeme určit pomocí laboratorních vah.

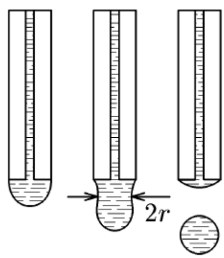


Obr. 4

Nad misku vah umístíme můstek s kádinkou, ve které je zkoumaná kapalina, a na konec vahadla zavěsíme kroužek nebo rámeček s drátkem a vyvážíme jej. Hladinu kapaliny v kádince upravíme tak, aby se nacházela asi 2 mm pod vyváženým kroužkem. Vychýlíme-li vahadlo, hladina zachytí kroužek a rovnováha se poruší. Sílu povrchového napětí určíme tárováním. Na druhou misku vah přidáme lehký kalíšek a na něj sypeme zvolna drobná tělíska (táru), až dojde k odtržení kroužku od hladiny vody nebo k vytažení tenkého kapalinového prstence nad hladinu saponátového roztoku. (Jako tárovací tělíska se hodí např. jáhly nebo hořčičné semínko.) Zvážíme hmotnost m samotného kalíšku s tělísky a určíme povrchové napětí

$$\sigma = \frac{mg}{2l}\,.$$

c) *Kapková metoda* měření povrchového napětí spočívá v určení poměru hmotností kapek dvou kapalin (měřené a srovnávací) při znalosti povrchového napětí srovnávací kapaliny. Ze silnostěnné skleněné trubičky necháme *velmi zvolna* odkapat stejný počet N kapek měřené i srovnávací kapaliny. Jejich celkové hmotnosti M_1, M_2 pak zvážíme.



Obr. 5

Tíhová síla působící na kapku v okamžiku odtržení od konce trubičky je rovna síle povrchového napětí:

$$\frac{M_1 g}{N} = 2\pi r\sigma_1 \qquad \frac{M_2 g}{N} = 2\pi r\sigma_2\,,$$

$$\sigma_1 = \frac{M_1}{M_2}\sigma_2 \,.$$

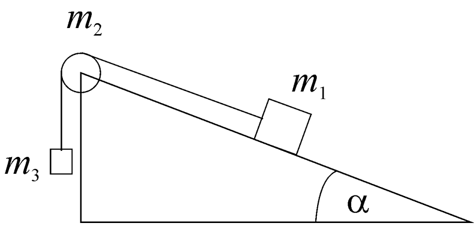
Jako srovnávací kapalinu zvolíme destilovanou vodu.

7. Pohyb těles spojených vláknem

Soustava těles spojených vláknem dle obrázku 6 se pohybuje po nakloněné rovině tak, že těleso o hmotnosti m_1 se pohybuje směrem vzhůru. Součinitel smykového tření mezi tělesem a nakloněnou rovinou je $f = 0,2$. Kladku považujeme za homogenní válec o poloměru $r = 0,1\,\mathrm{m}$ a hmotnosti $m_2 = 0,5\,\mathrm{kg}$. Hmotnost tělesa na nakloněné rovině je $m_1 = 1,0\,\mathrm{kg}$, těleso zavěšené na druhém konci vlákna má hmotnost $m_3 = 2,0\,\mathrm{kg}$. Úhel nakloněné roviny je $\alpha = 30\,°$. Tíhové zrychlení počítejte $g = 9,8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

a) Určete velikost zrychlení soustavy a velikosti tahových sil ve vlákně.

b) Tělesa o hmotnostech m_1 a m_3 zaměníme. Kterým směrem se bude soustava pohybovat? Součinitel smykového tření zůstává stejný.



Obr. 6

Úlohy 1. kola 66. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

Není-li uvedeno jinak, v úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Triatlon

Sportovci uspořádali rekreační triatlon. Využili vodní nádrž pro plavání a přilehlý cyklostezkový okruh délky 4,80 km, který závodníci třikrát projeli na kole a jednou proběhli. Plavecký úsek měl vymezenou délku $^1/_6$ délky okruhu cyklostezky.

Závodník s celkovým časem 1 : 06 : 15 h měl plavecký čas 12 : 35 min a jeho průměrná rychlost jízdy na kole byla přesně dvakrát větší než průměrná rychlost běhu.

Určete průměrnou rychlost v_p závodu, průměrnou rychlost v_1 plavání, průměrnou rychlost v_2 a čas t_2 jízdy na kole a průměrnou rychlost v_3 a čas t_3 běhu.

2. Rovnoměrně zpomalený pohyb

Vlak zastaví rovnoměrně zpomaleným pohybem z počáteční rychlosti $v_0 = 29\ \ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ za čas $t_1 = 47$ s.

a) Vypočtěte velikost zrychlení a vlaku, celkovou brzdnou dráhu s_1 a brzdnou dráhu s_2 v třetinovém čase, tj. v čase $t_2 = \frac{t_1}{3}$ od začátku brzdění. Vypočtěte poměr drah $\frac{s_2}{s_1}$.

b) Sestrojte graf závislosti rychlosti na čase tak, že bez daných číselných hodnot na vodorovnou osu vynesete třetinové díly doby brzdění, tj. časy $\frac{t_1}{3}$, $\frac{2t_1}{3}$ a t_1, a na svislou osu vynesete třetinové díly počáteční rychlosti, tj. rychlosti $\frac{v_0}{3}$, $\frac{2v_0}{3}$ a v_0. Vytvořte pomocí těchto bodů obdélníkovou síť, v níž každý obdélník ještě rozdělte úhlopříčkou na dva trojúhelníky. Využitím obsahu plochy pod grafem a vytvořené pomocné sítě vyjádřete poměr $\frac{s_2}{s_1}$.

c) Vyjádřete obecně dráhy s_1 a s_2 pomocí veličin v_0 a t_1. Vytvořte z nich poměr $\frac{s_2}{s_1}$ a porovnejte jej s výsledky úkolů a) a b).

3. Kvádr na vozíku

Na vodorovné rovině stojí vozík o hmotnosti $M = 5{,}00$ kg a délky $l = 0{,}60$ m. Na plošině vozíku leží kvádr o hmotnosti $m = 2{,}00$ kg a délky $d = 0{,}12$ m tak, že jeho přední hrana je na úrovni přední hrany plošiny. Na opačném konci plošiny je zarážka. Součinitel smykového tření mezi kvádrem a plošinou je $f = 0{,}25$. Vozík budeme urychlovat vodorovnou tahovou silou. Valivý odpor koleček vozíku je zanedbatelný.

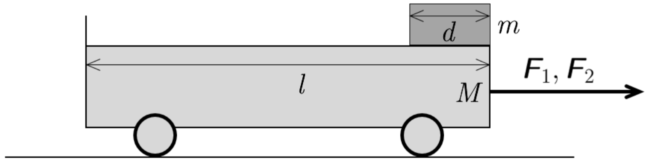
a) Určete maximální velikost a_1 zrychlení vozíku, při němž kvádr zůstane vzhledem k vozíku v klidu.

b) Vozík se rozjíždí se zrychlením o velikosti $a_2 = 4{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, $a_2 > a_1$. Určete velikost zrychlení a_2', s nímž se bude kvádr vzhledem k vozíku pohybovat k zarážce.

c) Určete v případě b) dráhu s, kterou vozík ujede do okamžiku, kdy kvádr narazí do zarážky.

d) Určete velikost tahové síly F_1 působící na vozík v případě a) a velikost tahové síly F_2 působící na vozík v případě b).

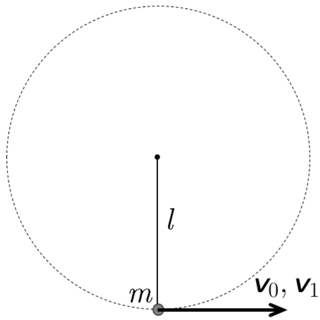
Řešení vyjádřete obecně, poté číselně pro dané hodnoty.



Obr. 1

4. Kulička na tyčce

Tyčka délky l s malou kuličkou na konci se může ve svislé rovině otáčet kolem vodorovné osy procházející opačným koncem tyčky.
Hmotnost tyčky je zanedbatelná vzhledem k hmotnosti m kuličky.



Obr. 2

a) Určete velikost v_0 rychlosti, kterou musíme kuličce v dolní poloze ve vodorovném směru udělit, aby se dostala do nejvyšší polohy své kruhové trajektorie.
b) Určete velikost rychlosti v_1, kterou musíme kuličce v dolní poloze ve vodorovném směru udělit, aby v nejvyšší poloze své trajektorie nebyla tyčka namáhána ani tlačnou, ani tažnou silou.
c) Určete v případě b) velikost F_1 celkové síly, kterou je tyčka napínána v nejnižší poloze kuličky.
d) Rozhodněte v případě b), ve kterých bodech trajektorie se kulička pohybuje s největším tečným zrychlením a ve kterých bodech s největším dostředivým zrychlením. Určete velikosti $a_{t,\max}$, $a_{d,\max}$ těchto zrychlení.

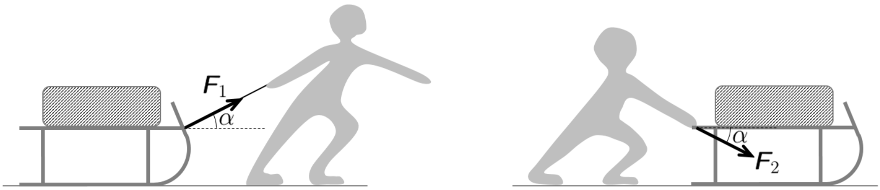
Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 0{,}15$ kg, $l = 0{,}20$ m.

5. Tažené a tlačené saně

Jenda táhne saně o hmotnosti m za provaz, na který působí tažnou silou šikmo vzhůru svírající s vodorovným směrem úhel α. Karel tlačí stejné saně, na které působí tlačnou silou šikmo dolů svírající s vodorovným směrem stejný úhel α. Součinitel smykového tření mezi saněmi a rovinou je f.

a) Určete velikost F_1 tažné síly Jendy a velikost F_2 tlačné síly Karla, kterou musí každý z chlapců na saně působit při rovnoměrném pohybu.
b) Jenda přemístí saně po dráze s_1. Po jaké dráze s_2 přemístí saně Karel, jestliže vykoná stejnou práci jako Jenda?

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 28$ kg, $\alpha = 33°$, $f = 0{,}10$, $s_1 = 90$ m.



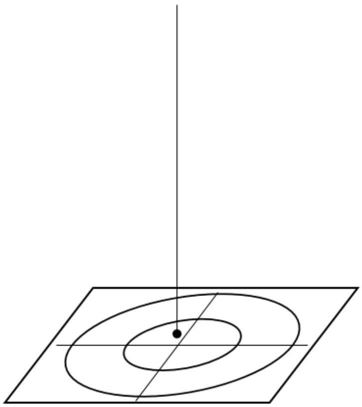
Obr. 3

6. Praktická úloha: Kónické kyvadlo

Kónické (kuželové) kyvadlo tvoří malá kulička na závěsu, která obíhá ve vodorovné rovině po kružnici. Závěs přitom opisuje plášť kužele.

Úkoly:

1) Zjistěte pro dvě kružnicové trajektorie s různým poloměrem periody oběhu kuličky. Měření proveďte pro každou kružnici desetkrát, vypočtěte střední hodnotu periody, průměrnou odchylku a relativní odchylku měření. Které faktory způsobují rozptyl naměřených časů?
2) Vypočtěte pro každou kružnici obvodovou rychlost a úhlovou rychlost kuličky.
3) Jak se mění úhlová rychlost a jak se mění obvodová rychlost obíhání kuličky při zvětšování poloměru opisované kružnice, od velmi malého až po maximální možný? Vyzkoušejte s kyvadlem pouze s orientačním měřením časů.



Obr. 4

Provedení:

Na papír pomocí kružítka sestrojíme dvě soustředné kružnice a viditelně vyznačíme jejich střed. Těsně nad střed kružnic umístíme kuličku kyvadla zavěšeného na vhodné konstrukci. Závěs uchopíme v horní části a citlivým krouživým pohybem uvádíme kuličku do kruhového pohybu co nejpřesněji nad zvolenou kružnicí. Pokud po uvolnění kulička nad kružnicí samostatně obíhá, změříme dobu několika period a zaznamenáme do tabulky. Takto provedeme 10 měření, a to vždy s novým uvedením kuličky do pohybu.

Počet oběhů $n =$, poloměr kružnice $r =$		
$\dfrac{t_i}{\mathrm{s}}$	$\dfrac{T_i = t_1/n}{\mathrm{s}}$	$\dfrac{\Delta T_i = \lvert\overline{T} - T_i\rvert}{\mathrm{s}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$\overline{T} =$	$\Delta T =$ $\delta T =$

Počet oběhů $n =$, poloměr kružnice $r =$		
$\dfrac{t_i}{\mathrm{s}}$	$\dfrac{T_i = t_1/n}{\mathrm{s}}$	$\dfrac{\Delta T_i = \lvert\overline{T} - T_i\rvert}{\mathrm{s}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$\overline{T} =$	$\Delta T =$ $\delta T =$

7. Skákající hopík

Pružný míček (hopík) se nachází ve výšce h_0 a po uvolnění dopadne na vodorovnou podlahu. Po odrazu vystoupá do výšky h_1 a opět padá volným pádem. Po druhém dopadu se opět odrazí a vystoupá do výšky h_2. Děj se dále opakuje, až se hopík úplně zastaví.

Předpokládejme, že během několika počátečních nárazů míčku do podlahy je poměr velikostí rychlosti odrazu v_{od} a rychlosti dopadu v_{dop} konstantní. Tento poměr $k = \frac{v_{\mathrm{od}}}{v_{\mathrm{dop}}}$ se nazývá koeficient restituce.

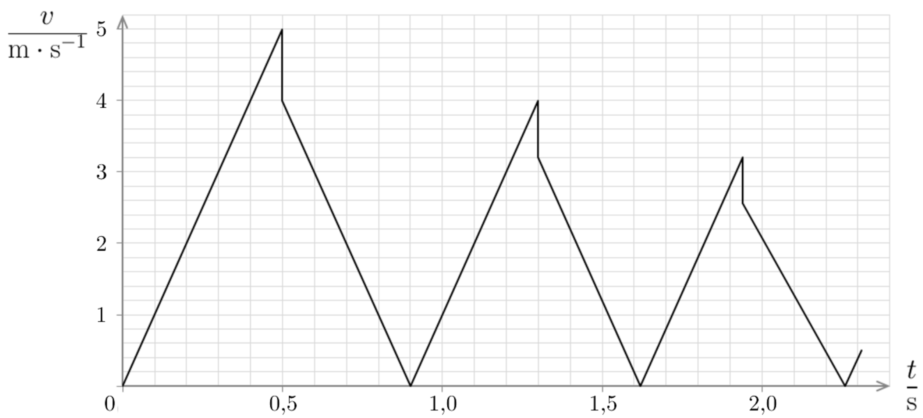
Funkční závislost velikosti rychlosti hopíku na čase udává graf. V této úloze počítejte s tíhovým zrychlením $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

a) Určete součinitel restituce k.

b) Určete počáteční výšku h_0, výšku h_1 po prvním odrazu a výšku h_2 po druhém odrazu.

c) Sestrojte graf závislosti okamžité výšky míčku na čase od okamžiku uvolnění do okamžiku třetího dopadu.

d) Sestrojte k tomuto grafu v čase 0,6 s a v čase 1,7 s tečny. Z jejich sklonu vypočtěte souřadnici okamžité rychlosti v těchto časech.



Obr. 5

Úlohy 1. kola 66. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2024/2025

Databáze pro kategorie E a F

Ve všech úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ a hustotu vody $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg/m^3} = 1{,}0\,\mathrm{g/cm^3}$.

FO66EF1-1: Závody slimáků *J. Thomas*

Emil je mezi slimáky nejrychlejší, umí lézt rychlostí až 15 cm/min. Jednou zaspal, a když byl závod odstartován, chybělo mu do místa startu ještě 120 cm. Přesto posledního z ostatních závodníků dohnal za 15 minut.

a) Jakou rychlostí leze poslední z ostatních závodníků?

Při trénování leze Emil na 24 m vysoké skalní stěně Bílá skála u Luk nad Jihlavou. První 4 hodiny leze rychlostí 5,0 cm/min, další 4 hodiny rychlostí o 50 % menší. Při 16hodinovém odpočinku a spánku sjede zpět o polovinu vzdálenosti uražené za den. Další dny pokračuje ve stejném tréninkovém programu.

b) Kolikátý den a po kolika hodinách od začátku tréninku vyleze na vrchol skály? Řešte početně nebo graficky.

FO66EF1-2: Popletená pohádka *J. Jírů*

Mezi hájovnou a perníkovou chaloupkou vedla houštinami úzká cesta dlouhá 3,2 km. Jednoho dne se Jeníček v hájovně mobilem domluvil s Mařenkou v perníkové chaloupce na setkání. Mařenka se hned z perníkové chaloupky vydala na cestu. Po deseti minutách, když ušla 800 m, zjistila, že cestou ztratila klíče. Proto se okamžitě začala vracet zpět a po osmi minutách, když ušla 300 m, klíče našla. Sebrala je a rozeběhla se původní cestou od chaloupky rychlostí 2,5 m/s. Jeníček odešel z hájovny se zpožděním 16 minut a šel pěšky rychlostí 6,0 km/h. Při setkání se zastavili a domlouvali se, kam půjdou dál. Po 4 minutách se vydali společně k hájovně, kam došli v čase 52 minut od okamžiku, kdy Mařenka opustila perníkovou chaloupku.

V čase 29 minut se z houští přesně uprostřed cesty mezi perníkovou chaloupkou a hájovnou objevil vlk, ucítil čerstvou stopu a jedním směrem se okamžitě rozběhl rychlostí 12 km/h. Doběhl na konec cesty a přitom nikoho nepotkal. Proto se okamžitě rozběhl stejnou rychlostí až na druhý konec cesty.

a) Sestrojte graf závislosti polohy Mařenky, polohy Jeníčka a polohy vlka na čase t. Poloha je určena vzdáleností x měřenou po cestě od perníkové chaloupky.

b) Z grafu zjistěte, zda se vlk někde s dětmi setkal.

Doporučené měřítko pro milimetrový papír A4 na šířku: pro čas 1 cm $\widehat{=}$ 2 min, pro vzdálenost 1 cm $\widehat{=}$ 200 m.

FO66EF1-3: Autobus jede do kopce

FO SR, L. Richterek

Motor autobusu SOR C 10,5 má maximální výkon $P = 184\,\mathrm{kW}$. Tzv. pohotovostní hmotnost autobusu s řidičem, plnou nádrží a standardním vybavením je $m = 8{,}0\,\mathrm{t}$.

a) Jaký musí být výkon autobusu P_1, aby s $n = 20$ cestujícími vyjel z Horních Míseček k Vrbatově boudě v Krkonoších po silnici s převýšením $h = 360\,\mathrm{m}$ za dobu $t_1 = 10\,\mathrm{min}$? Dopravní komplikace neuvažujte.

b) Jak by se změnila doba vyjetí autobusu, jestliže při stejném výkonu P_1 bude v autobusu $2n = 40$ cestujících?

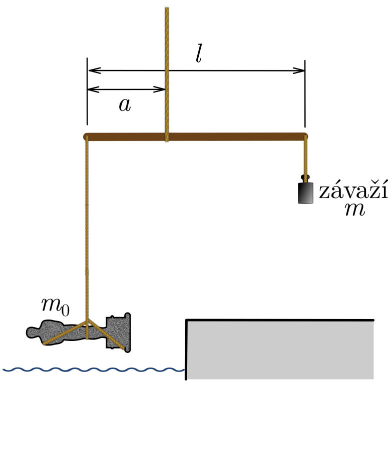
c) Za jak dlouho by stoupání mohl vyjet prázdný autobus pouze s řidičem na plný výkon P? Zdůvodněte, zda je takový čas reálný nebo ne.

Úlohu řešte za předpokladu, že průměrná hmotnost jednoho cestujícího je $m_0 = 70\,\mathrm{kg}$. Změnu velikosti síly tření při změně zatížení autobusu, změnu hmotnosti při spalování paliva a vzniklé teplo neuvažujte.

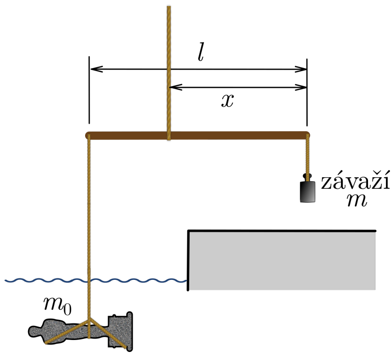
FO66EF1-4: Indiana Jones a mramorová socha

J. Thomas

Indiana Jones nalezl mramorovou sochu, ve které by se mohla nalézat dutina a v ní zlatý šperk. Hustota mramoru $\varrho_\mathrm{m} = 2{,}85\,\mathrm{g/cm^3}$. Protože nemá k dispozici váhy, ale jen pásmo na měření délek, pevné lanko, pevnou tyč dlouhou $l = 2{,}0\,\mathrm{m}$ a závaží o hmotnosti $m = 6{,}0\,\mathrm{kg}$, sestavil jeho přítel Buddy Joe zařízení podle obr. 1, kde na pravém konci tyče je zavěšeno závaží a na levém konci je zavěšena socha. Tyč je zavěšena v oku pevného lana a místo, ve kterém je tyč zavěšena, se může posunovat. Hmotnost tyče i závěsných lan zanedbejte.



Obr. 1: K úloze FO66EF1-4



Obr. 2: K úloze FO66EF1-4

a) Jaká je hmotnost sochy m_0, jestliže rovnováha nastala pro vzdálenost zavěšení sochy od bodu závěsu $a = 24{,}0\,\mathrm{cm}$?

b) Jaký objem V_0 by měla socha, kdyby v ní nebyla žádná dutina?

Buddy pak spustil celé zařízení tak, aby se celá socha ocitla pod vodou. Aby opět nastala rovnováha, musel posunout bod závěsu tak, aby byl ve vzdálenosti $x = 162\,\mathrm{cm}$ od konce, na kterém je zavěšeno závaží (obr. 2).

c) Vypočtěte objem sochy V a dokažte, že se v ní nachází dutina.

FO66EF1-5 Skok o tyči *L. Richterek*

Fenomenální švédský skokan o tyči Armand Duplantis vytvořil již 10 světových rekordů. Na olympijských hrách v Paříži 5. 8. 2024 jako první překonal laťku ve výšce 625 cm a o dvacet dní později, 25. 8. 2024 na Diamantové lize v Polsku, dokonce ve výšce 626 cm. Podle oficiálních údajů atlet měří 181 cm a jeho hmotnost je 79 kg.

a) Popište jednotlivé fáze skoku z hlediska přeměny energie.

b) Těžiště těla mužů se odhaduje asi na 57 % tělesné výšky nad zemí. Odhadněte polohovou energii těla skokana vzhledem k povrchu země na konci rozběhu, než se zvedne ze země.

c) Odhadněte polohovou energii těla skokana vzhledem k zemi v nejvyšším bodě při posledním světovém rekordu. Jak dosáhne atlet toho, že těžiště těla nemusí procházet vysoko nad laťkou?

d) Odhadněte, jakou rychlost musel skokan dosáhnout při rozběhu, aby dosáhl výšky posledního světového rekordu. Rychlost v nejvyšším bodě skoku zanedbejte.

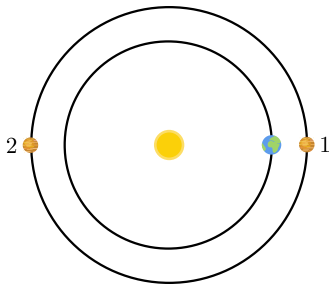
FO66EF1-6 Šíření rádiového signálu *J. Thomas*

Sonda, která přistála na Marsu, vysílá k Zemi rádiový signál. Jak dlouho trvá, než signál dospěje k Zemi v případě, že Mars je

a) v konjunkci se Zemí (poloha 1 na obr. 3);

b) v opozici se Zemí (poloha 2 na obr. 3)?

Vzdálenost Země–Slunce je jedna astronomická jednotka 1 au = 149,6 milionů km, vzdálenost Marsu od Slunce je 1,524 au. Země i Mars se pohybují kolem Slunce po přibližně kruhových drahách, rychlost rádiového signálu je stejná jako rychlost světla, tedy přibližně $c = 300\,000\,\mathrm{km/s}$. I když při postavení v opozici planet signál neprochází skrz Slunce, ale v blízkosti kolem něj, rozměry Slunce můžeme vzhledem ke vzdálenostem planet od Slunce zanedbat.



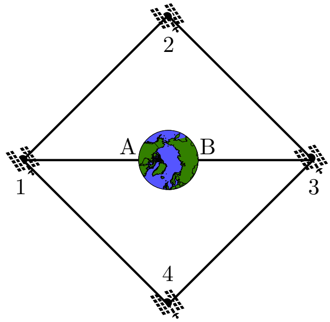
Obr. 3: K úloze FO66EF1-6

Kolem Země obíhají stacionární družice. Protože obíhají takovou rychlostí, aby zůstávaly stále nad stejným místem zemského povrchu, jsou všechny ve výšce asi 35 800 km nad povrchem Země. Aby pokrývaly svým signálem většinu obydleného zemského povrchu (kromě oblastí blízko pólů), jsou umístěny do vrcholů čtverce (obr. 4).

c) Jakou rychlostí obíhá každá družice kolem Země?
d) S jakým zpožděním se signál vyslaný z bodu A dostane do bodu B na opačné straně zeměkoule (např. z ústí Amazonky na Novou Guineu)?

Poloměr Země $R_Z = 6\,378\,\mathrm{km}$, úhlopříčka ve čtverci o straně a má velikost $\sqrt{2}a$.

Poznámka: Obrázky jsou pouze ilustrační, velikosti objektů nejsou ve stejném měřítku jako vzdálenosti mezi nimi. Geostacionární družice obíhají nad rovníkem.



Obr. 4: K úloze FO66EF1-6

FO66EF1-7 Nádobka s kapalinami — *J. Thomas*

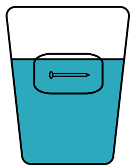
Nádobka po okraj plná vody váží $m_1 = 400\,\mathrm{g}$. Stejná nádobka plná oleje váží $m_2 = 361\,\mathrm{g}$.

a) Jaká je hmotnost prázdné nádobky m a její objem V?
b) Jakou hmotnost m_3 bude mít tato nádobka plná lihu?
c) Jaký objem glycerínu V_g můžeme dát do prázdné nádobky, aby hmotnost nádobky s glycerínem nepřesáhla 400 g?

Hustota oleje je $\varrho_o = 0{,}85\,\mathrm{g/cm^3}$, hustota lihu $\varrho_l = 0{,}78\,\mathrm{g/cm^3}$, hustota glycerínu $\varrho_g = 1{,}25\,\mathrm{g/cm^3}$.

FO66EF1-8 Kousek ledu s hřebíkem — *J. Thomas*

Uvnitř kousku ledu o hmotnosti 120 g, hustotě $900\,\mathrm{kg/m^3}$ a teplotě 0 °C zamrzl malý ocelový hřebík o hmotnosti 3,0 g. Led vložíme do nádoby s 200 ml vody o teplotě 8,0 °C.



a) Kolik ledu odtaje, než teplota vody klesne na 0 °C? Měrná tepelná kapacita vody je $4\,200\,\mathrm{J/(kg\cdot °C)}$, skupenské teplo tání ledu je 330 kJ/kg.

Vlivem teploty okolí začne poté led pomalu odtávat tak, že každou minutu odtaje 5,0 g ledu.

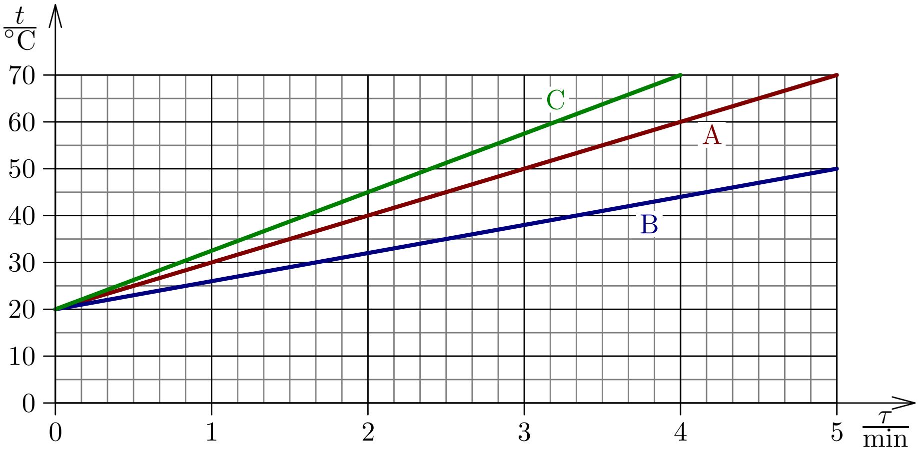
b) Jaký byl objem ledu poté, co po vložení do vody odtálo 20 g? Jaký je objem hřebíku? Hustota oceli je $7{,}85\,\mathrm{g/cm^3}$.
c) Jak dlouho bude trvat, než zbytek ledu s hřebíkem začne klesat ke dnu od chvíle, co po vložení do vody odtálo 20 g ledu?

FO66EF1-9 Ohřívání kapalin v kalorimetru *J. Jírů*

Elektrický kalorimetr je kalorimetr s topnou spirálou, kterou po připojení ke zdroji napětí protéká elektrický proud a kapalina v kalorimetru se teplem přijatým ze spirály zahřívá. Paní učitelka Novotná připravila pro svou třídu následující úlohu. Naměřila závislost teploty kapaliny zahřívané v kalorimetru na čase a sestrojila grafy na obr. 5. Graf A představuje vodu o hmotnosti $m_1 = 450\,\mathrm{g}$, graf B vodu o neznámé hmotnosti m_2 a graf C neznámou kapalinu o hmotnosti $m_3 = 630\,\mathrm{g}$. Voda má měrnou tepelnou kapacitu $c = 4\,200\,\mathrm{J/(kg\cdot °C)}$.

a) Určete hmotnost m_2 vody, která se ohřívá podle grafu B.

b) Určete měrnou tepelnou kapacitu c_x neznámé kapaliny, která se ohřívá podle grafu C. Pomocí tabulek či internetu zjistěte, o jaký druh kapaliny by se mohlo jednat.



Obr. 5: K úloze FO66EF1-9

FO66EF1-10 Elektrický obvod se spínačem *J. Thomas*

Radka sestavila obvod, jehož schéma je na obr. 6. Vypínač K byl na počátku rozepnut. K bodům A a D připojila zdroj o stálém elektromotorickém napětí $U = 12\,\mathrm{V}$.

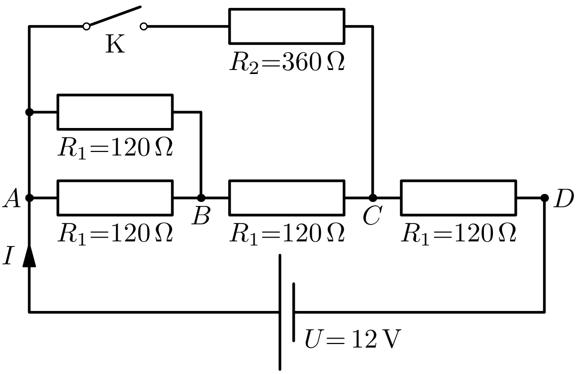
a) Vypočítejte celkový odpor obvodu s rozepnutým vypínačem K a proud I, který protékal zdrojem napětí.

b) Jaké celkové teplo se ve spotřebičích (tj. v celém obvodu) uvolní za dobu $t = 1\,\mathrm{min}$?

c) Jak se změní výsledky částí a) a b) po sepnutí spínače K? Na základě výpočtu rozhodněte, zda se celkový odpor a proud procházející zdrojem zvětší nebo naopak zmenší.

Pomůcka: Při paralelním zapojení dvou rezistorů R_1 a R_2 vedle sebe lze pro výpočet výsledného odporu R využít zjednodušený vztah

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$



Obr. 6: K úloze FO66EF1-10

FO66EF1-11 (experimentální úloha):
Je míček na stolní tenis kvalitní? *I. Volf*

Úkol: Stolní tenis (ping-pong) vyžaduje nejen trochu šikovnosti, ale i kvalitní míčky, které by měly mít skutečně tvar koule a dobrou odrazivost. V této úloze je úkolem zjistit odrazivost míčků na stolní tenis při odrazu od podlahy s linoleem, dřevěné lavice a plastové, či gumové podložky.

Pomůcky: Míčky na stolní tenis a délkové měřidlo (např. svinovací nebo rozkládací metr).

Postup:

a) Míček upusťte ve výšce $h_1 = 100\,\mathrm{cm}$ nad podlahou s linoleem a nechte od podlahy odrazit. Pomocí délkového měřidla zjistěte, do jaké výšky se míček znova odrazí. Výsledek zapište do tabulky a měření opakujte alespoň pětkrát. Poté vypočtěte průměrnou výšku, do které se míček po odrazu dostal.

b) Stejně proveďte pokus s míčkem, který se bude odrážet od lavice a od gumové, či plastové podložky. Ve kterém případě se míček po odrazu dostal do největší výšky?

c) Vypočítejte tzv. součinitel odrazivosti k, který je dán vztahem

$$k = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}},$$

kde h_2 je výška, do které se míček po odrazu dostane.

Měření č.	1	2	3	4	5	Prům. výška	k
Výška po odrazu od linolea/m							
Výška po odrazu od lavice/m							
Výška po odrazu od podložky/m							

Závěr: Do závěru napište zjištěné výsledky měření a porovnejte jednotlivé odrazivosti.

FO66EF1-12 (experimentální úloha):
Chlazení čaje *M. Hanáková (FO SR)*

Pomůcky: varná konvice, teploměr, termoska nebo termohrnek a stopky (k měření teploty lze použít multimetr s teplotním senzorem, na měření času stopky na mobilním telefonu).

Měření proveďte ve dvojici nebo trojici, abyste si mohli navzájem pomáhat. Pracujte pod dozorem dospělé osoby, aby nedošlo k opaření horkou vodou!

Čaj se obvykle připravuje z vroucí vody. Pokud spěcháme, potřebujeme čaj rychle zchladit na teplotu vhodnou k pití, jindy ho potřebujeme udržet delší dobu teplý.

Úkoly:

a) Vyjmenujte několik způsobů, které se používají k rychlému ochlazení čaje (kromě ředění studenou vodou nebo ledem), a uveďte, které fyzikální procesy se na ochlazení podílejí.
b) Uveďte několik způsobů, jak udržet čaj teplý po delší dobu, a také, proč se čaj u uvedených způsobů chladí pomalu.
c) Prozkoumejte ochlazování čaje pomocí pokusu s horkou vodou. Vroucí vodu z konvice nalijte do kádinky nebo hrnečku o uvedeném objemu (250 až 300 ml). Pro každé měření použijte přibližně stejný objem horké vody, který si můžeme na nádobě vyznačit. Do vody vložte teploměr a zapněte stopky. Při prvním pokusu nechte kádinku volně ležet na stole a pozorujte, jak teplota klesá na 40 °C.
d) Při druhém pokusu vodu míchejte lžičkou, při třetím foukejte na hladinu vody, při čtvrtém foukejte a současně míchejte lžící, při pátém měření přikryjte kádinku silným papírem, při šestém měření kádinku přikryjte a obalte ji látkou. Pro poslední měření použijte termosku nebo termohrnek či polystyrénový kelímek, nalijte do něj obsah kádinky a změřte pokles teploty vody s časem.

   Poznámka: Můžete vyzkoušet i jiné způsoby, které vás napadnou, např. kádinku s teplou vodou vložte do větší nádoby se studenou vodou nebo s ledem, místo skleněné kádinky můžete použít plechový hrnek atd.
e) Zaznamenávejte teplotu a čas do tabulky a poté vytvořte společný graf teploty vody v závislosti na čase pro všechna měření.

f) Pro každé měření určete čas, za který klesne teplota vody na 40 °C. Porovnejte takto získané časy a vysvětlete, který fyzikální jev je v každém případě nejvýznamnější.

g) Na základě provedených měření uveďte, který způsob chlazení čaje byste doporučili.

Leták pro kategorie E a F připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Michaela Křížová, Richard Polma, Jindřich Pulíček, Miroslav Randa a Lukáš Richterek. V ilustracích byly použity volně šiřitelné obrázky z Wikipedie a portálů `www.garaz.cz`, `www.svgrepo.com` a `pixabay.com`.

Sázeno systémem XƎLaTeX

Úlohy 1. kola 66. ročníku Fyzikální olympiády ve školním roce 2024/2025

Kategorie G – Archimédiáda

Ve všech úlohách uvažujte tíhové zrychlení $g = 9{,}8\,\mathrm{N/kg} = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$.

FO66G1-1: Restaurovaný pozlacený lustr

H. Kunzová

Pozlacování plátkovým zlatem je technika, při které restaurátor nanáší a přilepuje na opravovaný předmět plátky zlata. Tyto plátky se prodávají v tzv. „knížkách“. Na obrázku je nabídka prodejce s údaji:

Pravé plátkové zlato – ušlechtilé růžové.
Knížka obsahuje 25 plátků o rozměru $80\,\mathrm{mm} \times 80\,\mathrm{mm}$.
Síla plátku – silné ($15\,\mathrm{g}/1000$ listů).

Hustota zlata je $19\,300\,\mathrm{kg/m^3}$.

a) Určete celkovou plochu zlatých plátků v jedné knížce.
b) Jaká je hmotnost zlata v jedné knížce?
c) Určete tloušťku jednoho plátku. Výsledek uveďte ve vhodných jednotkách.
d) Na pozlacení kostelního lustru bylo použito 850 plátků. Kolik knížek musela restaurátorka použít? Jaká je hmotnost použitého zlata?
e) Zlato pro výrobu šperků obsahuje 75 % objemu zlata, 22,25 % objemu mědi a 2,75 % objemu stříbra. Kolik gramů čistého zlata bylo potřeba na výrobu starého šperku, jestliže celý šperk má objem $5{,}0\,\mathrm{cm^3}$?

FO66G1-2: Tři cyklisté

J. Thomas

Tři kamarádi, Bořek, Láďa a Vašek vyrazili ve stejnou dobu na kole do Velkého Meziříčí. Bořek a Láďa vyjeli z Třebíče v 9:00 h; Bořek jel průměrnou rychlostí $v_1 = 14\,\mathrm{km/h}$, Láďa průměrnou rychlostí $v_2 = 12\,\mathrm{km/h}$. Vašek to měl o něco dále, vyjel z obce Střítež, která je od Velkého Meziříčí o 4,0 km dále než Třebíč také v 9:00 h. Bořek a Vašek dojeli do Velkého Meziříčí v 11:00 h, Láďa v 11:20 h.

a) Jakou vzdálenost ujeli po cyklostezkách z Třebíče do Velkého Meziříčí?
b) Jakou průměrnou rychlostí v_3 jel Vašek a v kolik hodin byl v Třebíči?
c) Sestrojte graf pohybu všech tří kamarádů z Třebíče do Velkého Meziříčí.

Po obědě se ve 14:00 h všichni cyklisté vydali stejnou cestou zpět. Až do Třebíče jeli společně rychlostí nejpomalejšího z nich. Vašek pak pokračoval z Třebíče do Stříteže svou původní rychlostí v_3.

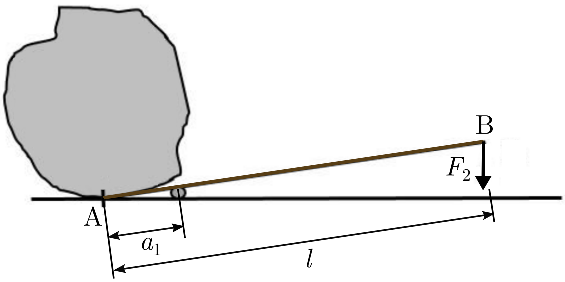
d) V kolik hodin dojel Vašek domů do Stříteže?

FO66G1-3: Čertův kámen

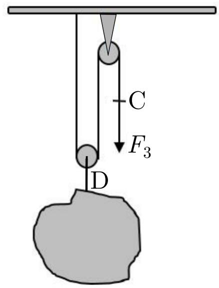
D. Kaštilová

Podle pověsti jeden z majitelů hradu Helfštýna uzavřel smlouvu s čertem, který slíbil, že za jednu noc vykope ve skále tajnou chodbu. Těsně před tím, než čert odvalil poslední kámen, vyšlo Slunce. Čert se lekl, nechal kámen na místě a zmizel. Kámen měl objem 0,30 m^3 a hustota kamene je asi 2 200 kg/m^3.

a) Jakou silou F_1 by musel čert působit na kámen, aby ho udržel ve vzduchu?
b) Jakou silou F_2 by musel čert působit, kdyby na odvalení kamene použil tyč jako páku podle obr. 1? Tyč je dlouhá $l = 200\,\mathrm{cm}$, jedním koncem je zasunutá pod kámen v bodě A a ve vzdálenosti $a_1 = 40\,\mathrm{cm}$ od tohoto konce je podložena menším kamenem. Čert působí na tyč v bodě B.
c) Jakou silou F_3 by musel čert působit, kdyby na zvednutí kamene použil zařízení s jednou pevnou a jednou volnou kladkou podle obr. 2? Čert působí na lano v bodě C, kámen je zavěšen v bodě D. Zařízení je dostatečně pevné, hmotnosti kladek jsou zanedbatelné vzhledem k hmotnosti kamene.



Obr. 1: K úloze FO66G1-3b

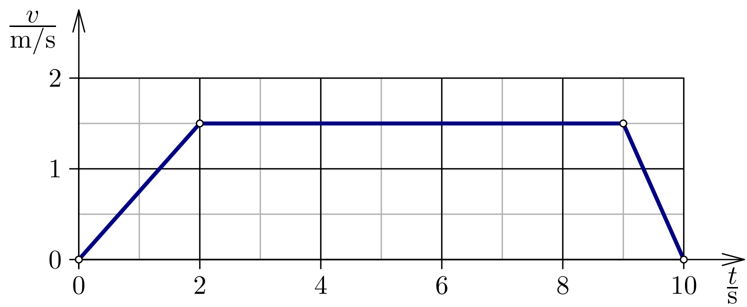


Obr. 2: K úloze FO66G1-3c

FO66G1-4: Motorový člun *M. Maňásková*

Motorový člun převáží turisty přes řeku. Na obr. 3 je nakreslen graf velikosti rychlosti člunu v závislosti na čase. Jízdu člunu můžeme rozdělit podle grafu do třech úseků.

a) Jaký druh pohybu koná člun v jednotlivých úsecích (úseky časově vymezte)?
b) Určete průměrnou rychlost v prvních dvou sekundách pohybu.
c) Jakou dráhu člun celkově ujel za 10 s?



Obr. 3: K úloze FO66G1-4

FO66G1-5 (experimentální úloha):
Rychlost pohybu *L. Richterek*

Pomůcky: délkové měřidlo (svinovací metr, pásmo apod.) a stopky (např. na mobilním telefonu)

Při měření se pohybujte tak, aby nedošlo k pádu a zranění!

a) Změřte rychlost sebe a alespoň 4 dalších spolužáků nebo spolužaček či kamarádů při uběhnutí vzdálenosti 50 m a vypočítejte průměrnou rychlost této skupiny.

b) Doma nebo ve škole změřte vzdálenost, kterou po schodech uběhnete mezi jedním nebo dvěma patry směrem nahoru a určete svou rychlost běhu do schodů. Opět opakujte pro alespoň 4 další osoby a vypočítejte průměrnou rychlost běhu do schodů. Při měření délky zanedbejte „zubatost“ schodů a změřte ji jako pro nakloněnou rovinu.

c) Změřte výšku mezi patry a vypočítejte průmět rychlostí z části b) do svislého směru a jejich průměr.

Zveme všechny zájemce o fyziku k řešení zajímavých úloh!
Informujte se u svého učitele fyziky.

Najdete nás také na Internetu a Facebooku:
`http://fyzikalniolympiada.cz`
`https://www.facebook.com/fyzikalniolympiada`

Leták pro kategorii G připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky ve složení Dagmar Kaštilová, Věra Koudelková, Michaela Křížová, Miroslava Maňásková, Richard Polma, Jindřich Pulíček a Lukáš Richterek. V ilustracích byly použity obrázky z Wikipedie, serverů `www.re-art.cz` a `www.pixabay.com`.