

Experiment v učivu o kmitání elektromagnetického oscilátoru*

OLDŘICH LEPIL – FRANTIŠEK LÁTAL

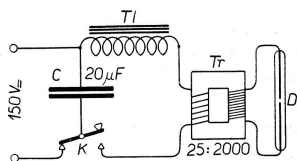
Přírodovědecká fakulta UP, Olomouc

Jednou z možností výkladu dějů v elektromagnetickém oscilátoru v podobě jednoduchého obvodu LC je využití analogií mezi kmitáním elektromagnetického oscilátoru a mechanického oscilátoru (pružinového oscilátoru nebo kyvadla). Tato analogie je založena na shodě dějů přeměny energie elektrického pole kondenzátoru a magnetického pole cívky, kterou srovnáváme s přeměnou potenciální a kinetické energie kmitajícího mechanického oscilátoru. Tuto shodu vyjadřujeme matematicky analogickými rovnicemi, což je sice pro pochopení žáky složitější, ale tyto rovnice lze dobře využít při vytváření dynamických modelů kmitání oscilátoru, jak ještě ukážeme. Počítačový model ovšem nikdy plnohodnotně nenahradí reálnou demonstraci tohoto děje. Avšak při realizaci experimentu demonstrujícího kmitání elektromagnetického oscilátoru narazíme na určité problémy, které demonstraci znesnadňují, na rozdíl od demonstrace kmitání mechanického oscilátoru, což je záležitost zcela triviální.

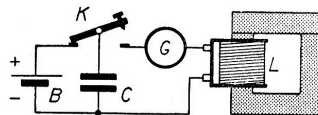
Při demonstraci kmitání elektromagnetického oscilátoru je třeba ukázat, že se kondenzátor obvodu LC periodicky nabíjí a vybíjí a že amplituda kmitání se vlivem odporu oscilačního obvodu postupně zmenšuje, dochází k tlumení kmitů, až kmitání zanikne. O demonstraci tohoto průběhu elektrických kmitů usiloval výklad učiva již v učebnicích vydávaných v 1. polovině 20. století. Např. v učebnici [1] je popsán experiment s tzv. *doutnav-*

* Podpořeno grantem ESF a Olomouckého kraje CZ.1.07/1.3.45/02.0027.

kovým oscilografem (obr. 1), kdy se kondenzátor nabitý na 150 V vybíjel přes tlumivku. Proud vznikajících oscilací byl transformován na napětí, při němž na elektrodách speciální doutnavky střídavě vznikal výboj, který byl pozorován pomocí rotujícího zrcadlového čtyřřetěnu. Tento experiment ve variantě, v níž doutnavku nahradí jiskřiště, najdeme ještě v učebnicích vydaných v 50. letech 20. století, popř. je popsán obdobný pokus s nabíjením kondenzátoru, při němž se kmitání indikuje sériově připojeným galvanometrem ([2], obr. 2).

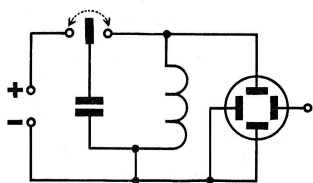


Obr. 1

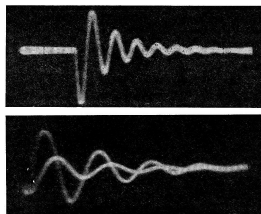


Obr. 2

Teprve v učebnici pro SVVŠ z roku 1965 [3] je poprvé uvedena modernější varianta experimentu, kterým je demonstrován nejen periodický průběh kmitání, ale i tlumení kmitů (obr. 3a). Pro demonstraci je použit osciloskop a v učebnici zobrazené oscilogramy tlumených kmitů, byly získány postupem, který je popsán v časopiseckém příspěvku [4]. Základní problém osciloskopické demonstrace elektrických kmitů spočívá v tom, že oscilační obvod musí tlumeně zakmitat v pravidelných intervalech synchronizovaných s periodou časové základny osciloskopu. K tomu účelu byl použit doutnavkový *relaxační oscilátor*, který pracuje tak, že se kondenzátor přístroje postupně nabíjí přes rezistor na zápalné napětí doutnavky připojené paralelně ke kondenzátoru. Jakmile je dosaženo zápalné napětí, vznikne v doutnavce výboj a kondenzátor se rychle vybije na napětí, při němž výboj zhasne. Děj se periodicky opakuje a napětí na kondenzátoru má přibližně pilový průběh. Toto napětí je přes tzv. *derivační člen* (obvod CR) přivedeno na výstup přístroje, přičemž se působením derivačního členu pilové napětí změní na sled strmých napěťových impulzů. Těmi se periodicky nabíjí kondenzátor oscilačního obvodu a po každém nabití obvod tlumeně zakmitá. Pokud je perioda napěťových impulzů shodná s periodou časové základny osciloskopu, získáme na obrazovce osciloskopu ustálený oscilogram tlumených kmitů, jehož záznam byl pořízen fotograficky (obr. 3b).



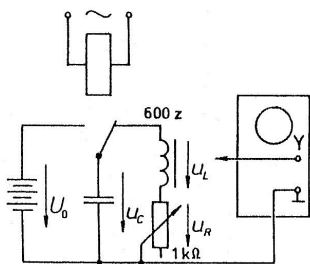
Obr. 3a



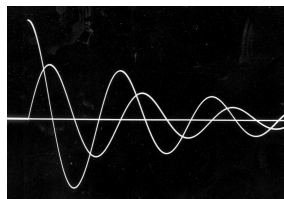
Obr. 3b

I když jde o metodu poměrně jednoduchou, problémem je synchronizace s časovou základnou, která je pro pozorování oscilogramu nezbytná. Tento problém bylo možné u většiny používaných oscilografů řešit využitím pilových kmitů generovaných přímo časovou základnou osciloskopu. Pilové napětí bývá obvykle vyvedeno na čelní panel osciloskopu, takže stačilo jen připojit mezi osciloskop a oscilační obvod derivační člen (v podstatě tuto funkci mohl plnit jen vazební kondenzátor mezi generátorem pilových kmitů a oscilačním obvodem) a relaxační oscilátor nebyl nutný. Toto jednoduché řešení však mělo jeden zásadní nedostatek. Oscilogram vznikal hned na začátku stopy elektronového paprsku, takže bylo poměrně obtížné zaznamenat kvalitně počátek kmitu napětí, popř. proudu a tím názorně ukázat fázový rozdíl mezi napětím a proudem v oscilačním obvodu (podrobněji viz [5], s. 152).

Odlíšné řešení demonstrace navrhl *P. Šedivý* použitím citlivého polarizovaného relé, které bývalo součástí telefonních ústředen [6]. Jde o klasické uspořádání experimentu (obr. 4a), při němž se kondenzátor oscilačního obvodu periodicky nabíjí ze zdroje stejnosměrného napětí. Opakované nabíjení kondenzátoru zajišťuje kmitající kotva relé, jehož vinutí je napájeno ze zdroje malého síťového napětí s frekvencí 50 Hz. Kotva relé kmitá mezi dvěma kontakty tak, že při jedné polaritě půlperiody střídavého napětí se kondenzátor spojí se zdrojem stejnosměrného napětí a při opačné polaritě ve druhé půlperiodě se nabitý kondenzátor připojí k cínce a obvod zakmitá. Při frekvenci časové základny 25 Hz tak pozorujeme jeden průběh tlumeného kmitání. Jestliže současně snímáme napětí z celého obvodu (U_C) a napětí z rezistoru (U_R), které má stejnou fázi jako proud v obvodu, pozorujeme fázový posun napětí a proudu v obvodu (obr. 4b). Takto byly získány kvalitní oscilogramy, které byly použity v učebnici [7] a v učební pomůcce [8].



Obr. 4a



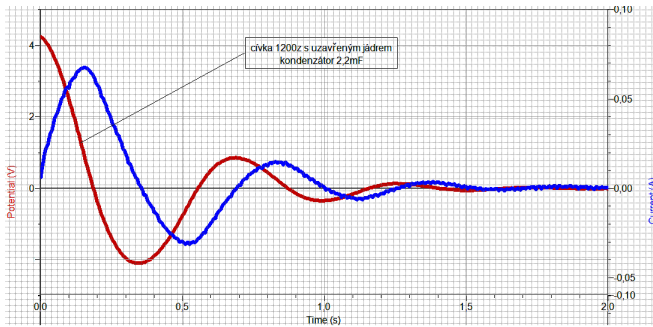
Obr. 4b

Demonstrace tlumených kmitů oscilačního obvodu je ovšem možná i bez použití osciloskopu. Jestliže je perioda kmitů dostatečně velká, je možné kmitání indikovat i citlivým demonstračním ručkovým ampérmetrem. K tomu je ale nutné použít kondenzátor o velké kapacitě a cívku s větším počtem závitů na uzavřeném jádře. Tato varianta s kondenzátorem o kapacitě $50 \mu\text{F}$ a dvěma cívkami s 12 000 závitů je popsána v [9] (s. 347). Je pochopitelné, že cívka s tak velkým počtem závitů má značný odpor a tomu odpovídá i větší tlumení kmitů.

Zcela nové možnosti pro demonstraci kmitání elektromagnetického oscilátoru poskytují moderní systémy pro podporu experimentu počítačem. Většina těchto systémů umožňuje použít počítač jako paměťový osciloskop, takže odpadá potřeba opakovaného nabíjení a vybíjení kondenzátoru. Celý děj tak může proběhnout jen jednou a záznam se spouští automaticky přechodem snímaného napětí přes určitou nastavenou hodnotu (trigger).

Demonstrace klasicky uspořádaného experimentu s použitím systému Vernier je popsána např. v [10] (s. 206). Oscilační obvod tvoří cívka 1 200 závitů z rozkladného transformátoru s uzavřeným jádrem a kondenzátor o kapacitě $C = 2,2 \text{ mF}$. Měřením byla zjištěna indukčnost cívky $L = 1,54 \text{ H}$. Odpor cívky není uveden, ale v [9] (s. 314) je pro tento typ cívky uvedena hodnota $R = 16 \Omega$. Získaný oscilogram je na obr. 5 (převzato z [10]).

Znalost parametrů obvodu LC je významná tím, že určují *činitel jakosti* obvodu Q , na němž závisí doba, po kterou bude oscilační obvod kmitat, popř. kolik kmitů vykoná, než se kmitání utlumí. V praxi se obvykle uvažuje, že kmitání zaniklo, jestliže se energie kmitů zmenší 10^2 krát a tedy jejich amplituda 10krát. Z teorie vyplývá (viz např. [11]), že činitel



Obr. 5

jakosti oscilačního obvodu s vlastní úhlovou frekvencí ω_0 souvisí s činitelem tlumení δ elektrických kmitů ($\delta = R/2L$)

$$Q = \frac{\omega_0}{2\delta} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} = \frac{Z_0}{R}, \quad (1)$$

kde Z_0 je tzv. *charakteristická impedance* oscilátoru.

Předpoklad zmenšení amplitudy 10krát bude splněn, když proběhne $n = 0,74Q$ kmitů. Poněvadž při demonstraci požadujeme, aby oscilátor kmital co nejdéle, bude nutné s ohledem na hodnotu činitele jakosti volit parametry jednotlivých obvodových prvků. Např. velká hodnota kapacity kondenzátoru má za následek malou hodnotu charakteristické impedance a tím i činitele Q . Podobně nepříznivě ovlivňuje hodnotu Q velikost odporu cívky. Proto je vhodnější použít při demonstraci raději kondenzátor o menší kapacitě. Tím se ovšem zvětší frekvence kmitání, ale při demonstraci podporované počítačem to nehraje roli. Cívka s velkým počtem závitů má obvykle také větší odpor, takže musíme volit kompromis mezi indukčností použité cívky a jejím odporem. Indukčnost cívky samozřejmě zvětšuje použité jádro, přičemž největší je při uzavřeném jádru. To je ale spojeno s určitými ztrátami způsobenými hysterezí, tzn. periodickými změnami magnetického pole v jádře. Těmito ztrátami je asi možné vysvětlit značný rozdíl mezi teoretickou hodnotou periody ($T_{\text{teor.}} = 0,366$ s) a experimentální hodnotou ($T_{\text{exp.}} = 0,614$ s) ve vzorovém řešení experimentu [10]. Tomu by při daných parametrech L a C odpovídala hodnota odporu obvodu $R \approx 40 \Omega$.

Pokud při experimentu naopak do obvodu zařadíme rezistor s měnitelným odporem, můžeme změnou hodnoty odporu ukázat vliv odporu obvodu na tlumení kmitů až po ukázkou kritického tlumení, popř. aperiodického průběhu změn napětí na oscilačním obvodu. Pro případ kritického tlumení, při němž se kondenzátor oscilačního obvodu v nejkratší době vybije a kmitání nenastane, platí, že $\omega_0 = \delta$ a ze vztahu (1) najdeme pro činitel jakosti oscilátoru $Q = 1/2$. Aby tedy oscilátor začal kmitat, musí být $Q > 0,5$. U oscilátoru, jehož kmitání je na obr. 5, tak vychází přibližná hodnota činitele jakosti $Q \approx 1$.

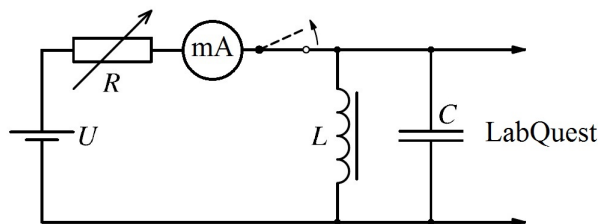
Zařazení rezistoru je také nutné, chceme-li současně zobrazit časový průběh napětí i proudu. Tato nutnost však u současných počítačových systémů pro podporu experimentů odpadá, poněvadž můžeme použít přímo snímač proudu. Obecně tedy platí, že při stejném tlumení má oscilátor s vyšší frekvencí vlastního kmitání větší činitel jakosti, což je splněno při použití cívky s menším počtem závitů a tedy nejen s menší indukčností, ale i s menším odporem.

Jaké jsou současné možnosti demonstrace tlumených kmitů elektromagnetického oscilátoru se systémem Vernier (popř. i s jinými obdobnými systémy), ukážeme na poněkud odlišném uspořádání experimentu, než je uvedeno v [10]. Pro experiment použijeme cívku se 600 závitů z rozkladného transformátoru s krátkým otevřeným jádrem. Měřením byly zjištěny parametry cívky $L = 57$ mH a $R = 2,6$ Ω . Kondenzátor oscilačního obvodu má kapacitu $C = 1$ μ F. Teoreticky by tedy tlumené kmitání mělo zaniknout přibližně za 0,1 s. Vzhledem k dalším ztrátám je doba tlumeného kmitání přibližně poloviční.

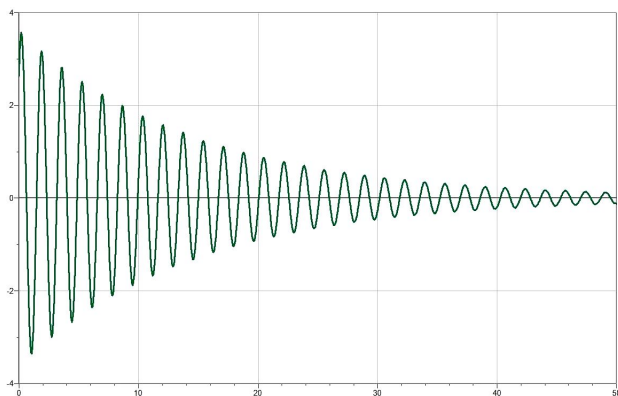
K demonstraci nepoužijeme obvyklý postup s připojením nabitého kondenzátoru k cívce. Toto uspořádání vyžaduje kvalitní přepínač, který ve škole obvykle není k dispozici, a při přepnutí ovlivní počátek oscilogramu také přechodný odpor na kontaktech přepínače. U klasického uspořádání je počáteční energie oscilačního obvodu dána energií nabitého kondenzátoru. V našem uspořádání naopak využijeme energii magnetického pole cívky, kterou prochází malý proud. Uspořádání experimentu je patrné z obr. 6. Vypínač je sepnut a cívkou prochází proud ze zdroje malého stejnosměrného napětí (může to být např. plochá baterie). Proud nastavíme měnitelným odporem na hodnotu cca 30 mA (velikost proudu kontrolujeme ampérmetrem).

K cívce připojíme voltmetr DVP-BTA spojený s dataloggerem LabQuest a přes USB s počítačem. Pro záznam naměřených hodnot nastavíme

trigger na napětí 0,1 V a spustíme měření. Při rozpojení vypínače vzniká v cívce indukované napětí cca 5 V (podle velikosti proudu procházejícího cívkou v okamžiku rozpojení vypínače), na které se nabije kondenzátor a oscilátor zakmitá. Na monitoru počítače pozorujeme časový diagram tlumeného kmitání (obr. 7).



Obr. 6



Obr. 7

Zajímavou možností např. pro žákovské práce je srovnání záznamu reálného děje s jeho počítačovým modelem. Východiskem k vytvoření počítačového modelu je 2. Kirchoffův zákon, který v případě oscilačního obvodu vyjadřuje rovnice

$$U_L + U_C + U_R = L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + Ri = 0.$$

Přírůstek proudu v časovém intervalu dt bude

$$di = - \left(\frac{q}{LC} + \frac{Ri}{L} \right) dt.$$

Model kmitání oscilátoru zapíšeme rovnicemi pro náboj q kondenzátoru a proud i v obvodu (viz [13]):

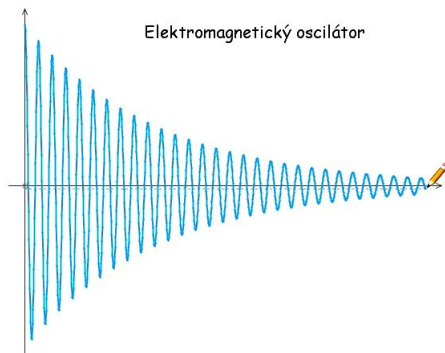
$$\begin{aligned} q_{i+1} &= q_i + i * dt \\ i_{i+1} &= i_i + di \\ di &= -((q_i/C) + R * i) * dt/L \\ t_{i+1} &= t_i + dt \end{aligned}$$

The image shows a box containing handwritten mathematical formulas for numerical simulation. The formulas are:

$$\begin{aligned} q &= \text{last}(q) + i * \Delta t \\ i &= \text{last}(i) + di \\ di &= \frac{-(UC + UR)}{L} * \Delta t \\ UC &= \frac{q}{C} \\ UR &= R * i \end{aligned}$$

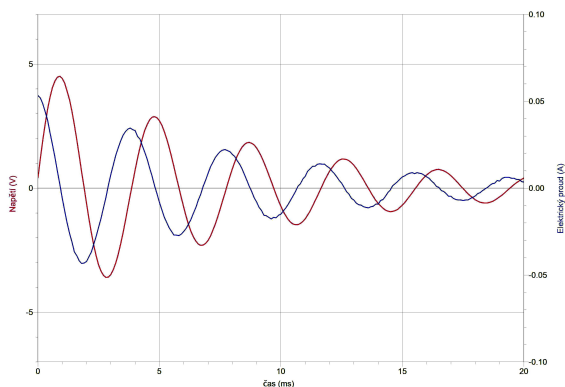
Obr. 8

Pro vytvoření počítačového modelu byl využit volně šiřitelný program Modellus 4.01 [14], v němž je časový krok Δt definován v samostatné položce menu, takže příslušný model je velmi jednoduchý (obr. 8). Zvolen byl časový krok $\Delta t = 5 \cdot 10^{-5}$ s a časový interval $t_{\min} = 0$, $t_{\max} = 0,05$ s. Aby bylo dosaženo co největší shody průběhu tlumených kmitů s hodnotami z reálného experimentu, byly parametry R , L , C oscilačního obvodu postupně upravovány až na hodnoty: $L = 0,074$ H, $C = 10^{-6}$ F, $R = 9 \Omega$. Nastavené počáteční hodnoty: $q = 5 \cdot 10^{-6}$ C (což odpovídá $U_C = 5$ V), $i = 0$. Výsledný časový diagram tlumeného kmitání je na obr. 9. Z těchto hodnot můžeme určit činitel jakosti oscilátoru ($Q \approx 30$), počet kmitů, které oscilátor vykoná ($n \approx 22$) a dobu, po kterou oscilátor bude kmitat ($t = nT_0 = n \cdot 2\pi\sqrt{LC} \approx 37$ ms).



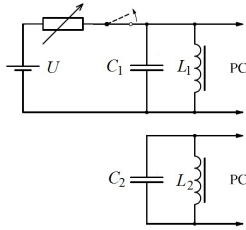
Obr. 9

Pro výklad kmitání oscilačního obvodu je důležité ukázat, že proud v obvodu je fázově posunut vzhledem k napětí o $\varphi = \pi/2$. To dokážeme tak, že do větve s cívkou zařadíme sériově modul ampérmetru DCP-BTA. Výsledek experimentu je na obr. 10 (pro větší názornost oscilogramu byla perioda oscilačního obvodu prodloužena zvětšením kapacity kondenzátoru na $10 \mu\text{F}$).



Obr. 10

Jako fyzikální zajímavost můžeme ukázat děje ve vázaných elektromagnetických oscilátorech. Je to elektrická analogie známého experimentu se spřaženými kyvadly. Oscilátory mohou být navzájem vázány indukční

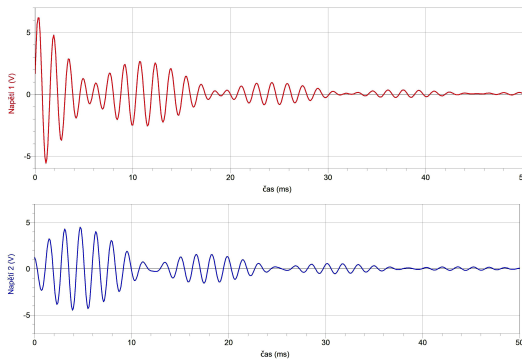


Obr. 11

nebo kapacitní vazbou. Jednodušší je indukční vazba prostým přiblížením cívek oscilátorů. V tomto případě je činitel vazby

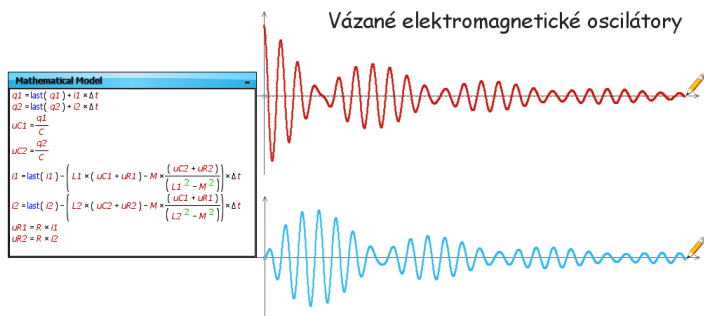
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}},$$

kde M je vzájemná indukčnost mezi cívkami a změnou vzdálenosti mezi cívkami dosahujeme různý stupeň sprážením oscilátorů. Experiment byl proveden se dvěma stejnými cívkami (600 závitů, krátké jádro) a kondenzátory měly kapacitu $1 \mu\text{F}$. Uspořádání experimentu je na obr. 11. Cívky umístíme tak, aby byly na společné ose a mezi jádry byla vzduchová mezera přibližně 4 cm. Pro úspěšnou demonstraci je nutné, aby oba oscilátory měly stejnou rezonanční frekvenci. Doladění provádíme malými posuny jádra jednoho z oscilátorů. Obvody jsou správně naladěny, když při přenosu energie kmitání vznikají výrazné rázy (obr. 12).



Obr. 12

Počítačový model vytvořený programem Modellus 4.01 je na obr. 13.



Obr. 13

Literatura

- [1] Herolt, E. – Ryšavý, V.: Fysika pro vyšší třídy středních škol, Československá grafická unie, Praha 1935.
- [2] Bělař, A. a kol.: Fysika pro čtvrtou třídu gymnasií, SPN, Praha 1951.
- [3] Fuka, J. a kol.: Fyzika pro III. ročník SVVŠ, SPN, Praha 1965.
- [4] Lepil, O.: Demonstrace tlumených kmitů. Fyzika ve škole, roč. 4 (1965), č. 3, s. 112.
- [5] Lepil, O.: Elektronika ve škole, SPN, Praha 1972.
- [6] Lepil, O. – Šedivý, P.: Elektronika – prvky, obvody, pokusy, SPN, Praha 1989 (rukopis).
- [7] Lepil, P. – Houdek, V. – Pecho, A.: Fyzika pro 3. ročník gymnázií, SPN, Praha 1986.
- [8] Lepil, O. – Šedivý, P.: Oscilogramy kmitavých dějů. Komenium, Praha 1980.
- [9] Svoboda, E. – Houdek, V. – Svoboda, M.: Pokusy z fyziky na střední škole 3, Prometheus, Praha 1999. ISBN 80-7196-009-8
- [10] Pazdera, V.: Měření fyzikálních veličin se systémem Vernier, Repronis, Ostrava 2012. ISBN 978-80-7329-320-8
Dostupné na: <<http://www.vernier.cz/experimenty/pazdera/7.26/index.php>>
- [11] Lepil, O.: Elektrické kmity a střídavý proud, SPN, Praha 1978.
- [12] Lepil, O.: Demonstrujeme kmity netradičně, Prometheus, Praha 1996.
- [13] Lepil, O. – Richterek, L.: Dynamické modelování, Repronis, Ostrava 2007.
Dostupné na: <http://ufm.sgo.cz/ke_stazeni/Dynamicke_modelovani.pdf>
- [14] <<http://modellus.fct.unl.pt/>>