

Měříme součinitel tepelné vodivosti kovů

JIŘÍ ERHART – LUBOŠ RUSIN – PETR HÁNA

Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická TU, Liberec

Teoretický úvod

V pevných látkách se teplotní vodivost realizuje různými mechanismy v závislosti na povaze meziatomových vazeb. Pro látky s kovovou vazbou (kovy, vodiče) se přenos tepla uskutečňuje pomocí volných (vodivostních) elektronů – tzv. elektronového plynu. Tepelná vodivost kovů je velká a souvisí s jejich velkou elektrickou vodivostí, která se realizuje podobně skrze elektronový plyn. Naopak u dielektrik je meziatomová vazba výrazně iontové nebo kovalentní povahy a tepelná vodivost se uskutečňuje prostřednictvím kmitů krystalové mřížky – tzv. fononů. Dielektrika mají potom menší tepelnou vodivost, která však u nich ne zcela jednoduše souvisí s vodivostí elektrickou. Elektrickými vlastnostmi jsou dielektrika typu izolantů až polovodičů.

Obecně je prostorové šíření tepla velmi komplexní a složitou úlohou, která není analyticky obecně řešitelná. Teoretické řešení je dostupné pouze pro speciální prostorová uspořádání vodičů tepla, např. pro vedení tepla v tenké homogenní tyči, nebo mezi dvěma poloprostory (jednorozměrné rozložení teploty). Takové řešení lze pak použít pro měření součinitele tepelné vodivosti v kovech.

Energie ve formě tepla – mikroskopicky reprezentovaná kinetickou a potenciální energií systému částic – se šíří v prostoru vedením tak, že tepelný tok q je podle Fourierova zákona

$$q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}. \quad (2)$$

Konstantou úměrnosti λ [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] je součinitel tepelné vodivosti látky. Hodnoty součinitele tepelné vodivosti pro různé látky viz Tabulku 1. Záporné znaménko ve Fourierově zákoně (1) pak udává směr šíření tepla od místa s vyšší teplotou do míst s teplotou nižší.

Tabulka 1. Součinitel tepelné vodivosti pro různé látky (podle [1])

Látka	λ [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]
Ag	418
Fe	73
Cu	395
Al	229
Mosaz	106
Bakelit	0.23
Plexisklo	0.2
Polystyren	0.16
Voda	0.63
Vzduch	0.03

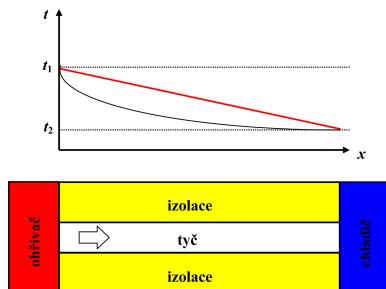
Uvažujme nyní tenkou homogenní tyč konstantního průřezu připojenou na jednom konci k ohřívači a na druhém k chladiči (obr. 1). Nechť je tyč po celé délce dokonale izolována tak, aby z ní neunikala tepelná energie do okolí. Po zapnutí ohřívače dochází k šíření tepla tyčí a v tyči dojde k ohřátí v každém místě na určitou teplotu. Tato teplota je zprvu s časem proměnná (neustálený stav), ale postupně se ustaví tepelná rovnováha s okolím a teplota se již dále s časem nemění (ustálený stav). V ustáleném stavu je na koncích tyče stálý rozdíl teplot a teplo rovnoměrně přechází tyčí z místa s vyšší teplotou t_1 (ohřívač) do místa s teplotou nižší t_2 (chladič). Tepelný tok q je roven teplu Q přenesenému za dobu τ průřezem tyče S o délce l

$$q = \frac{Q}{\tau} = \lambda S \frac{t_1 - t_2}{l}. \quad (3)$$

V ustáleném stavu je stálý gradient teploty podél tyče a platí

$$\frac{t_1 - t_2}{l} = \frac{t(x) - t(x')}{x - x'} \quad (4)$$

v libovolném místě tyče x a x' . Pokles teploty podél délky tyče můžeme tedy v ustáleném stavu stanovit měřením teploty v libovolných dvou místech tyče.



Obr. 1 Rozložení teploty v kovové tyči. Šipkou je znázorněn směr šíření tepla od ohříváče ke chladiči. Černá křivka v grafu znázorňuje rozložení teploty při neustáleném proudění tepla v tyči, červená pak při ustáleném stavu.

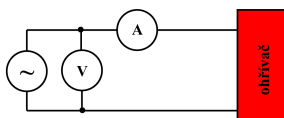
Pro určení součinitele tepelné vodivosti potřebujeme podle rovnice (2) určit tepelný tok q , průřez tyče S a gradient teploty $(t_1 - t_2)/l$. Potom vypočteme součinitel tepelné vodivosti jako

$$\lambda = \frac{ql}{S(t_1 - t_2)} = \frac{Ql}{S\tau(t_1 - t_2)}. \quad (5)$$

Tepelný tok se v případě elektrického ohříváče snadno zjistí jako elektrický příkon měřitelný pomocí elektrického napětí a procházejícího proudu

$$q = UI. \quad (6)$$

Zapojení měřicích přístrojů je na obr. 2. Ohříváč může být realizován např. topným tělískem pájky. Gradient teploty určíme měřením teploty tyče v blízkosti ohříváče (teplota t_1) a teploty tyče v blízkosti chladiče (teplota t_2) – obě místa jsou ve vzdálenosti l od sebe.



Obr. 2. Zapojení měřicích přístrojů pro určení výkonu ohříváče.

Vzhledem k tomu, že nelze prakticky realizovat dokonalou tepelnou izolaci ohříváče, tyče a chladiče, je třeba provést v měření opravu na teplo

vedené z ohříváče jinam než do tyče. Opravu nejlépe provedeme tak, že odpojíme měřenou tyč od ohříváče (jinak zůstává celé uspořádání stejné) a provedeme měření příkonu ohříváče při určité teplotě. Postupným zvyšováním napětí na ohříváči dosáhneme na něm stejné teploty, jaká byla na ohříváči během ustáleného vedení tepla tyčí. V tomto okamžiku je pak výkon dodávaný ohříváči právě roven ztrátovému výkonu $q_0 = U_0 I_0$, který není formou tepla veden tyčí ke chladiči. Rovnici (4) a (5) pak modifikujeme na ztrátový tepelný tok

$$\lambda = \frac{(UI - U_0 I_0)l}{S(t_1 - t_2)} \quad (7)$$

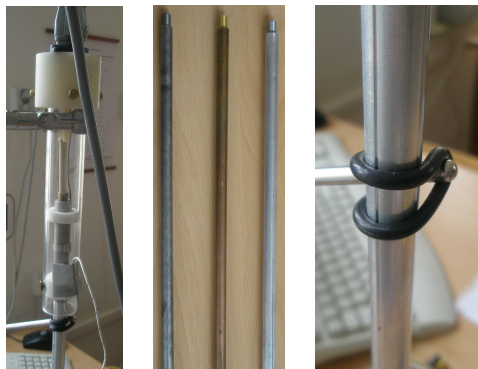
Uvedená oprava na ztrátový výkon může být dost velká!

Experiment

Použijeme sestroyený přípravek s ohříváčem z topného tělíska pájky (nominální výkon několik desítek wattů) – obr. 3a. Tyče z různých kovových materiálů (mosaz, ocel a dural) jsou připevněny přímo k ohříváči na závit v topném tělese (obr. 3b). Teplo přenášené kovovou tyčí je odebíráno ve směsi vody a ledu v kádince. Postupné tání ledu zajišťuje odnímání tepla při současně konstantní teplotě chladiče. Na tyč připevníme teploměry (např. teploměrná čidla GoTemp! od firmy Vernier s odečtem teploty do počítače; rozsah do 110 °C) pomocí gumových O-kroužků (obr. 3c), nebo nějaký jiný typ teploměrného čidla se zobrazovací jednotkou (např. termočlánek). I tento bodový kontakt s kovovou tyčí je dostatečný pro měření teploty tyče v místě dotyku teploměru a měřicího čidla. Změříme průřez tyče a vzdálenost mezi teploměry. Teplotní čidla umístíme do vzdálenosti přibližně 5 až 10 cm od sebe.

Tyč ponoříme do směsi vody a ledu co nejbližší dolnímu teploměru. Horní teploměr umístíme co nejbližší topnému tělesu. Pro napájení ohříváče užijeme regulačního transformátoru. Napětí a proud na topném tělese měříme voltmetrem a ampérmetrem v zapojení podle obr. 2. Nastavujeme napětí na topném tělese od nejmenších hodnot a počítačovými teploměry měříme teploty co nejbližší ohříváči a chladiči. Sledujeme měřené teploty, abychom nepřesáhli měřicí rozsahy teploměrných čidel. Po jejich ustálení odečteme z grafu hodnoty t_1 a t_2 . Teploty se ustálí přibližně po 20-30 minutách. Nastavíme čas odečítání teploty na 1 500 s po 1 s krocích. Po ustálení teplot odečteme hodnoty napětí a proudu a z nich pak určíme topným tělesem přiváděný výkon. V ustáleném stavu odečteme také teplotu

ohříváče připojeným teploměrem. Neustále sledujeme směs vody a ledu, případně promícháváme. V případě velkého úbytku ledu v kádince, led doplňujeme.



Obr. 3 a) Topné těleso umístěné v plexisklové trubce s termočlánkem pro měření jeho teploty při kompenzaci ztrát. b) Kovové tyče (zleva ocel, mosaz a dural). c) detail upevnění teplotního čidla na tyči pomocí gumového O-kroužku.

Po skončení měření vedení tepla kovovou tyčí provedeme ještě korekci na ztrátové teplo odváděné ohříváčem. Přitom odpojíme kovovou tyč, zapneme ohřívání a nastavíme vhodnou volbou napětí stejnou teplotu ohříváče, jaká byla při měření s připojenou tyčí. Napětí na ohříváči nastavujeme postupně od menších hodnot k větším hodnotám. Vyčkáme ustálení teploty min. 10 minut. Teplotu ohříváče měříme termočlánkem s větším teplotním rozsahem.

Chybu měření určíme podle vztahu pro chyby nepřímých měření

$$\vartheta(\lambda) = \lambda \sqrt{\left(\frac{I_0^2 \vartheta^2(U_0) + U_0^2 \vartheta^2(I_0) + I^2 \vartheta^2(U) + U^2 \vartheta^2(I)}{(UI - U_0 I_0)^2} + \frac{\vartheta^2(l)}{l^2} + 4 \frac{\vartheta^2(r)}{r^2} + \frac{\vartheta^2(t_1) + \vartheta^2(t_2)}{(t_1 - t_2)^2} \right)}, \quad (8)$$

kde $S = \pi r^2$ je plocha kruhového průřezu tyče, r její poloměr. Kompenzovány jsou pouze ztráty způsobené na ohříváči. Další ztráty jsou způsobeny nedokonalou tepelnou izolací během vedení tepla tyčí (odvod z povrchu tyče do okolí). Určené koeficienty tepelné vodivosti jsou tak zatíženy další

chybou a takto určená hodnota součinitele teplotní vodivosti je proto systematicky vyšší, než skutečná.

Příklad měření

Pro vlastní měření jsme použili tyto měřicí přístroje:

Měření napětí – multimetr Metex ME-32, přesnost měření na rozsahu 400 V je $\pm 1\% + 5 \text{ dgt}$.

Měření proudu – multimetr Metex M-3860D, přesnost měření na rozsahu 400 mA je $\pm 2.5\% + 3 \text{ dgt}$.

Měření teploty ohříváče – multimetr VC150, přesnost měření na rozsahu 0 – 400°C je $\pm 2.5\% + 3 \text{ dgt}$.

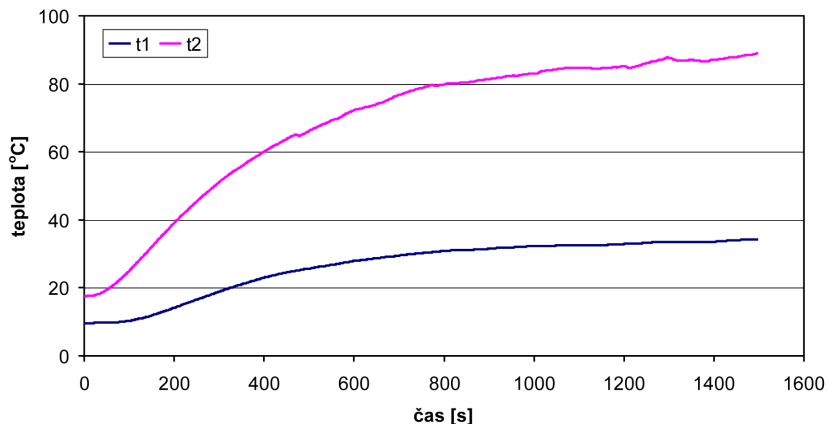
Naměřené teploty, příkony ohříváče a další veličiny jsou uvedeny v Tabulce 2. Příklad časového průběhu teplot měřených na tyči v blízkosti ohříváče (horní čidlo) a chladiče (dolní čidlo) je zobrazen na obr. 4 pro mosaznou tyč. Teploty na tyči byly odečteny po ustálení teploty. Chyba v určení teplot t_1 a t_2 byla odhadnuta vzhledem k časovým průběhům teploty na ± 1 °C.

Tabulka 2. Naměřené hodnoty pro duralovou, mosaznou a ocelovou tyč

Veličina	Dural	Mosaz	Ocel
t_1 [°C]	26.5 ± 1.0	34.2 ± 1.0	28.1 ± 1.0
t_2 [°C]	64.4 ± 1.0	89.0 ± 1.0	98.6 ± 1.0
l [mm]	95 ± 1	85 ± 1	85 ± 1
I [mA]	146 ± 4	144 ± 4	145 ± 4
U [V]	141 ± 2	141 ± 2	141 ± 2
r [mm]	5.7 ± 0.1	5.0 ± 0.1	5.0 ± 0.1
U_0 [V]	81 ± 1	98 ± 1	108 ± 2
I_0 [mA]	84 ± 2	101 ± 3	112 ± 3
t_0 [°C]	143 ± 7	177 ± 7	214 ± 8
λ [$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]	339 ± 24	206 ± 17	128 ± 13
Relativní chyba	6 %	8 %	10 %

Chyba měření byla určena podle vztahu (7). V porovnání s Tab. 1 jsou naměřené hodnoty součinitelů teplotní vodivosti vyšší (Al srovnej s du-

ralem, Fe s ocelí), což může být způsobeno jiným složením slitin (mosaz a ocel) a také systematickou chybou danou nezapočtením ztrát tepla odváděného z povrchu tyče do okolí.



Obr. 4 Příklad průběhu teploty na mosazné tyči během ustalování vedení tepla

Závěr

Měření je příkladem obtížnosti realizace experimentu vyžadující ideální tepelnou izolaci měřeného objektu. Se stejným problémem se potýkáme i při jiných teplotních měřeních jako je např. stanovení měrné tepelné kapacity látky kalorimetrickou metodou. V uvedeném experimentu přesto dostáváme relativně přesné výsledky. Úloha je pro svou jednoduchost vhodná pro laboratorní praktikum z fyziky ve výuce přírodovědných, učitelských nebo technických oborů.

Poděkování

Jeden z autorů (J. E.) děkuje za podporu grantu SGS FP-TUL 19/2012.

Literatura

- [1] *Bednařík, M., Koniček, P., Jiríček, O.*: Fyzika I a II – Fyzikální praktikum, skriptum FEL ČVUT Praha 2003.
- [2] *Brož J. a kol.*: Základy fyzikálních měření, SNTL Praha 1985, str. 194-199.